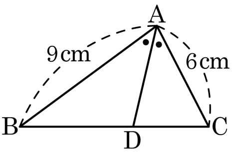
1. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 이고, $\overline{AD}$ 가 $\angle BAC$ 를 이등분할 때, $\overline{BD} : \overline{CD}$ 를 구하면?



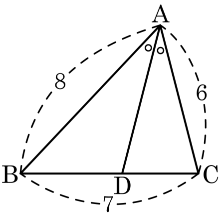
① 2 : 1 ② 3 : 2 ③ 4 : 3

④ 5 : 4 ⑤ 6 : 5

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 9 : 6 = 3 : 2$

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?

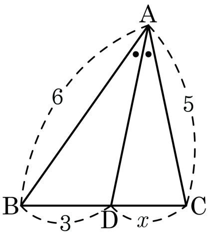


① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 8 : 6 = x : (7 - x) \therefore x = 4$

3. 다음 그림에서 x 의 길이는?



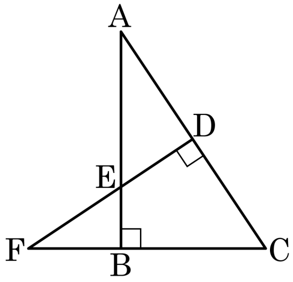
① 2 ② 2.5 ③ 2.6

④ 2.8 ⑤ 3

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 6 : 5 = 3 : x \therefore x = 2.5$

4. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle FDC = 90°$ 일 때, 다음 중 서로 닮음이 아닌 것은?



① $\triangle ABC$ ② $\triangle FDC$ ③ $\triangle ADE$

④ $\triangle FBE$ ⑤ $\triangle EBC$

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle FDC$ 에서

$\angle ABC = \angle FDC = 90°$, $\angle C$ 는 공통

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FDC$ (AA 닮음)

$\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서

$\angle ABC = \angle ADE = 90°$, $\angle A$ 는 공통

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음)

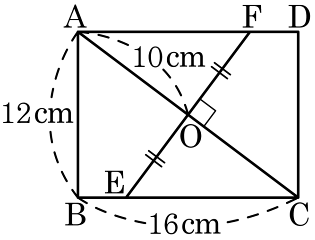
$\triangle ABC$ 와 $\triangle FBE$ 에서

$\angle ABC = \angle FBE = 90°$

$\angle A = 90° - \angle C = \angle F$

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FBE$ (AA 닮음)

5. 다음 그림의 □ABCD 는 직사각형이고 $\overline{AC}$ 는 $\overline{EF}$ 의 수직이등분선이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$, $\overline{AO} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

$\triangle AOF \equiv \triangle COE$ (SAS 합동) 이므로

$\overline{AO} = \overline{CO} = 10\ (\text{cm})$, $\overline{AC} = 20\ (\text{cm})$

$\triangle ABC \backsim \triangle EOC$ (AA 닮음) 이므로

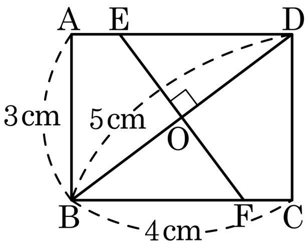
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{EO} : \overline{OC}$

$12 : 16 = \overline{EO} : 10$

$\overline{EO} = \dfrac{15}{2}\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{EF} = 15\ (\text{cm})$

6. 다음 그림에서 직사각형ABCD 의 대각선 $\overline{BD}$ 의 수직이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{10}{3}$cm　　② 4cm　　③ $\frac{13}{4}$cm

④ $\frac{15}{4}$cm　　⑤ $\frac{9}{2}$cm

해설

$\triangle$ABD 와 $\triangle$OED 에서

$\angle ADB = \angle ODE,\ \angle A = \angle EOD = 90°$ 이므로

$\triangle ABD \backsim \triangle OED$(AA 닮음)

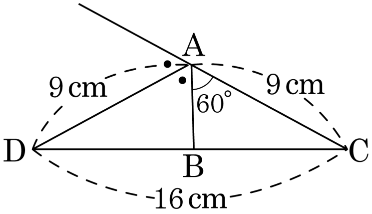
$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{OE} : \overline{OD}$ 이므로 $3 : 4 = \overline{OE} : \frac{5}{2}$

$\overline{OE} = \frac{15}{8}\ (\text{cm})$

$\triangle OFB \equiv \triangle OED$ 이므로

$\overline{EF} = 2\overline{OE} = \frac{15}{8} \times 2 = \frac{15}{4}\ (\text{cm})$

7. 다음 그림에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 D 라고 하자. $\angle CAB = 60°$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\angle CAB = 60°$ 이고 $\overline{AD}$ 는 $\angle CAB$ 의 외각의 이등분선이므로

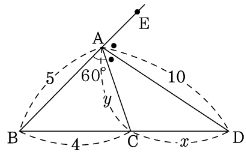
$\angle DAB = \angle CAB = 60°$,

$9 : 9 = x : (16 - x)$

$9x = 9(16 - x)$

$\therefore\ x = \dfrac{9 \times 16}{18} = 8\,\mathrm{cm}$

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 외각의 이등분선일 때, x, y 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

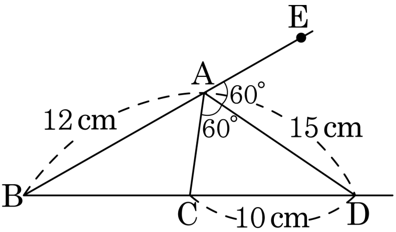
▷ 정답 : $x = 8$

▷ 정답 : $y = \dfrac{10}{3}$

해설

$\angle DAE = \angle CAD = \angle BAC$ 이므로
$\triangle ABD$ 에서 내각의 이등분선의 정리에 의해 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{CD}$ 이므로 $5 : 10 = 4 : \overline{CD}$ 가 된다.
따라서 $\overline{CD} = 8$, $x = 8$
또한, $\triangle ABC$ 에서 삼각형의 외각의 이등분선의 정리에 의해 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이므로
$5 : \overline{AC} = 12 : 8$ 이 된다.
따라서 $\overline{AC} = \dfrac{40}{12} = \dfrac{10}{3}$, $y = \dfrac{10}{3}$

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle CAD = \angle EAD = 60°$, $\overline{AB} = 12cm$, $\overline{CD} = 10cm$, $\overline{AD} = 15cm$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

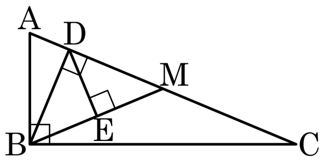


① 6cm ② 5cm ③ $\frac{24}{5}$cm
④ $\frac{15}{4}$cm ⑤ $\frac{20}{3}$cm

해설

$\angle BAC = 60°$ 이므로 $\overline{AC}$ 는 $\angle BAD$ 의 이등분선이다.
따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{CD}$ 이므로
$12 : 15 = \overline{BC} : 10$
$\therefore\ \overline{BC} = 8(\text{cm})$
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로 $12 : \overline{AC} = 18 : 10$
따라서 $\overline{AC} = \frac{20}{3}$ cm이다.

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle ADB = 90°$, $\overline{AM} = \overline{CM}$, $\overline{BM} \perp \overline{DE}$, $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 12$, $\overline{AC} = 13$ 일 때, $\overline{DE}$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7140}{2197}$

해설

$\triangle ABC$ 의 넓이를 구하는 방법을 이용하면

$\overline{AB} \times \overline{BC} \times \frac{1}{2} = \overline{AC} \times \overline{BD} \times \frac{1}{2}$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{BD}$

$\therefore \ \overline{BD} = \frac{60}{13}$

$\angle ABD = \angle C$, $\angle ADB = 90°$ 이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle ADB$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DB} = \overline{AC} : \overline{AB}$ 를 이용하여 $\overline{AD}$ 를 구하면

$5 : \overline{AD} = 12 : \frac{60}{13}$

$\overline{AD} = \frac{25}{13}$

M 은 직각삼각형의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심과 같다.

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{13}{2}$

$\overline{MD} = \overline{AM} - \overline{AD} = \frac{13}{2} - \frac{25}{13} = \frac{119}{26}$

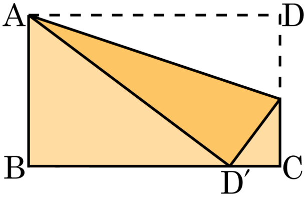
$\triangle BMD$ 의 넓이는 구하는 방법을 이용하면

$\overline{MD} \times \overline{BD} \times \frac{1}{2} = \overline{BM} \times \overline{DE} \times \frac{1}{2}$ 이므로

$\frac{119}{26} \times \frac{60}{13} = \overline{DE} \times \frac{13}{2}$

$\therefore \ \overline{DE} = \frac{7140}{2197}$

11. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE}$ 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 D 가 $\overline{BC}$ 에 오도록 접었을 때, $\overline{AD'}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AB}=9$, $\overline{CD'}=3$, $\overline{CE}=4$, $\overline{D'E}=5$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\angle D=\angle D'=90°$ 이므로 $\angle ABD'=\angle D'CE$,

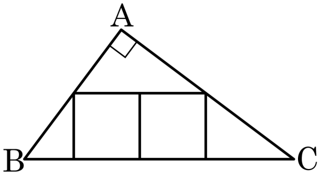
$\angle B=\angle C=90°$ 이므로 $\triangle AD'B \backsim \triangle D'EC$ (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{D'C}=\overline{AD'}:\overline{D'E}$

$9:3=\overline{AD'}:5$

$\therefore\ \overline{AD'}=15$

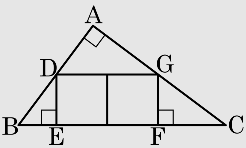
12. 다음 그림에서 크기가 같은 정사각형 2 개가 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 안에 내접하고 있다. $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 15$, $\overline{AC} = 12$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{180}{49}$

해설



정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면 $\overline{DE} = \overline{GF} = x$, $\overline{DG} = \overline{EF} = 2x$

$\triangle DBE$ 와 $\triangle CBA$ 에서 $\angle A = \angle BED = 90°$, $\angle B$ 가 공통이므로

$\triangle DBE \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)

$\overline{DB} : \overline{CB} = \overline{BE} : \overline{BA} = \overline{DE} : \overline{CA}$ 를 이용하여 $\overline{BE}$ 를 구하면

$\overline{BE} : 9 = x : 12$

$\therefore\ \overline{BE} = \frac{3}{4}x$

$\triangle GFC$ 와 $\triangle BAC$ 에서 $\angle A = \angle GFC = 90°$, $\angle C$ 가 공통이므로

$\triangle GFC \backsim \triangle BAC$ (AA 닮음)

$\overline{GF} : \overline{BA} = \overline{FC} : \overline{AC} = \overline{GC} : \overline{BC}$ 를 이용하여 $\overline{FC}$ 를 구하면

$x : 9 = \overline{FC} : 12$

$\therefore\ \overline{FC} = \frac{4}{3}x$

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EF} + \overline{FC} = 15$

$\frac{3}{4}x + 2x + \frac{4}{3}x = 15$

$\therefore\ x = \frac{180}{49}$