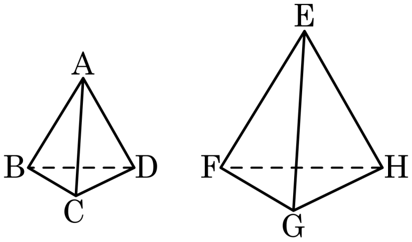
1. 다음 그림과 같은 두 닮은 삼각뿔에서 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ACD \backsim \triangle EGH$

② $\triangle BCD \backsim \triangle FGH$

③ $\angle ABC = \angle EFG$

④ $\overline{AB} : \overline{EF} = \overline{CD} : \overline{GH}$

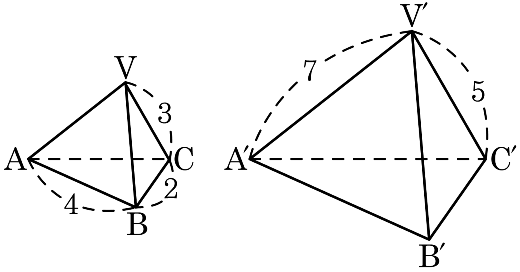
⑤ $\triangle ABD = \triangle EFH$

해설

두 닮은 입체도형에서 대응하는 면은 서로 닮음이고 대응하는 모서리의 비는 일정하다.

⑤ 닮음인 도형의 넓이는 닮음비에 따라 다르다.

2. 다음 두 사면체가 서로 닮은 도형이고 $\triangle VAB$ 와 $\triangle V'A'B'$ 가 대응하는 면일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$

② 닮음비는 $3:5$ 이다.

③ $\overline{AB} : \overline{A'B'} = 3:5$

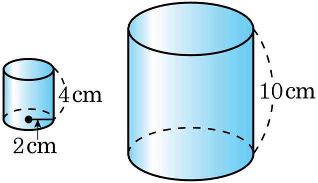
④ $\overline{A'B'} = \dfrac{21}{4}$

⑤ $\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{VC} : \overline{V'C'}$

해설

④ $4 : \overline{A'B'} = 3:5$ $\quad\therefore\ \overline{A'B'} = \dfrac{20}{3}$

3. 다음 그림의 두 원기둥이 닮은 도형일 때, 큰 원기둥의 밑넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 25π cm^2

해설

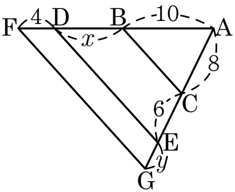
$4 : 10 = 2 : x$

$x = 5\,\mathrm{cm}$

그러므로 큰 원기둥의 밑넓이는

$5 \times 5 \times \pi = 25\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

4. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} \,//\, \overline{DE} \,//\, \overline{FG}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?



① 11.7 ② 10.7 ③ 9.7

④ 8.7 ⑤ 7.7

해설

$10 : x = 8 : 6$

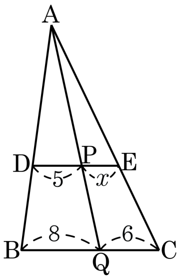
$8x = 60, x = 7.5$

$7.5 : 4 = 6 : y$

$7.5y = 24, y = 3.2$

$\therefore x + y = 7.5 + 3.2 = 10.7$

5. 다음 그림에서 $\overline{DE} \mathbin{//} \overline{BC}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{15}{4}$

해설

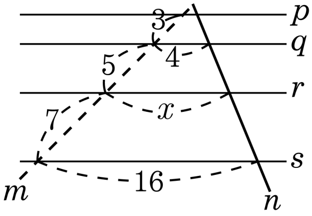
$\overline{DP} : \overline{BQ} = \overline{AP} : \overline{AQ}, \overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{AP} : \overline{QC}$

$\Rightarrow \overline{DP} : \overline{BQ} = \overline{PE} : \overline{QC}$

$5 : 8 = x : 6$

$8x = 30, x = \dfrac{15}{4}$

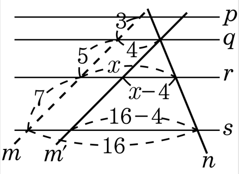
6. 다음 그림에서 직선 p, q, r, s 가 서로 평행할 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

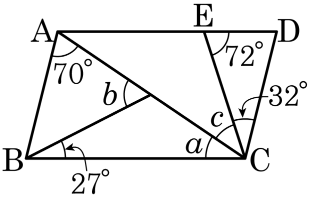


선분 m을 m'로 평행이동시키면

$5 : 12 = (x - 4) : 12$ 이다.

$\therefore \ x = 9$

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle a + \angle b + \angle c$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $133\ \underline{^\circ}$

해설

$\angle BAC = \angle ACD$ (엇각), $\angle c = 70^\circ - 32^\circ = 38^\circ$

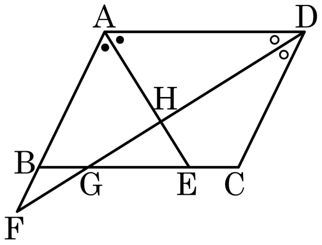
$\angle EDC = 180^\circ - 72^\circ - 32^\circ = 76^\circ = \angle ABC$

$\angle a = 180^\circ - 70^\circ - 76^\circ = 34^\circ$

$\angle b = \angle a + 27^\circ = 34^\circ + 27^\circ = 61^\circ$ (삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않은 두 각의 크기의 합과 같다.)

$\therefore\ \angle a + \angle b + \angle c = 34^\circ + 61^\circ + 38^\circ = 133^\circ$

8. 다음 그림에서 $\overline{AE}, \overline{DF}$ 는 각각 $\angle A, \angle D$ 의 이등분선이다. $\angle ABC = 64°$ 일 때, $\angle AEC + \angle DCE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 238 °

해설

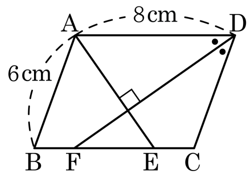
$\angle A = 180° - \angle B = 180° - 64° = 116°$

$$\begin{aligned} \angle AEC &= 180° - \frac{1}{2}\angle A \\ &= 180° - \frac{1}{2} \times 116° \\ &= 180° - 58° = 122° \end{aligned}$$

$\angle C = \angle A = 116°$

$\therefore \angle AEC + \angle DCE = 122° + 116° = 238°$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{DF}}$ 는 $\angle\mathrm{D}$ 의 이등분선이고, $\overline{\mathrm{AE}}\perp\overline{\mathrm{DF}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{FE}}$ 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로

$\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{C},\ \angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{D}$ 이므로

$\angle\mathrm{A} + \angle\mathrm{D} = 180° \rightarrow \frac{1}{2}\angle\mathrm{A} + \frac{1}{2}\angle\mathrm{D} = 90°$ 인데

$\angle\mathrm{FDA} + \angle\mathrm{DAE} = 90°$ 이므로

$\overline{\mathrm{AE}}$ 는 $\angle\mathrm{A}$ 의 이등분선이다.

$\therefore \angle\mathrm{DAE} = \angle\mathrm{EAB}$

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = 8\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}} = 6\mathrm{cm}$ 에서

$\overline{\mathrm{AD}} /\!/ \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로,

$\angle\mathrm{DAE} = \angle\mathrm{BEA}$ (엇각)

$\angle\mathrm{ADF} = \angle\mathrm{CFD}$ (엇각)

즉, $\triangle\mathrm{ABE}$ 와 $\triangle\mathrm{DCF}$ 는 이등변삼각형이므로

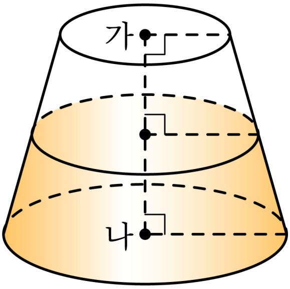
$\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{AB}} = 6\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CF}} = \overline{\mathrm{DC}} = 6\,\mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BE}} + \overline{\mathrm{CF}} - \overline{\mathrm{EF}}$ 이므로

$8 = 6 + 6 - \overline{\mathrm{EF}}$

$\therefore \overline{\mathrm{EF}} = 4\mathrm{cm}$

10. 그림과 같이 밑면 (가), (나) 의 넓이가 $9\pi\text{cm}^2$, $25\pi\text{cm}^2$ 인 원뿔대를 높이의 이등분점을 지나고 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 두 개의 원뿔대를 만들려고 한다. 위쪽 원뿔대와 아래쪽 원뿔대의 부피의 비는?



① 27 : 50 ② 37 : 60 ③ 37 : 61

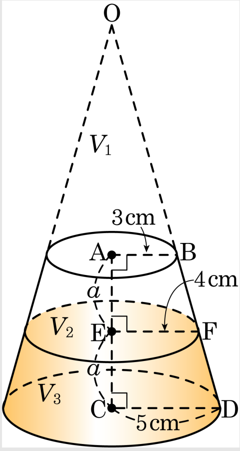
④ 39 : 50 ⑤ 39 : 61

해설

$(\overline{\text{AB}})^2\pi = 9\pi$ 에서 $\overline{\text{AB}} = 3\text{cm}$,
$(\overline{\text{CD}})^2\pi = 25\pi$ 에서 $\overline{\text{CD}} = 5\text{cm}$ 이다.
또 $\overline{\text{AB}} // \overline{\text{EF}} // \overline{\text{CD}}$ 이고

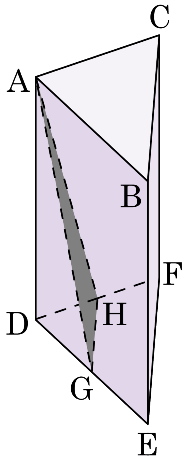
$\overline{\text{AE}} = \overline{\text{EC}}$ 이므로 $\overline{\text{EF}} = \dfrac{1}{2}(3+5) = 4\text{cm}$ 이고

$\overline{\text{OA}} : \overline{\text{OE}} = 3 : 4$ 이므로 $\overline{\text{OA}} = 3\overline{\text{AE}}$ 이다.
$\triangle\text{OAB}$, $\triangle\text{OEF}$, $\triangle\text{OCD}$ 를 각각 $\overline{\text{OC}}$ 를 축으로 회전시킨 세 원뿔은 모두 닮은 도형이고 닮음비는 $3 : 4 : 5$ 이므로 부피의 비는 $27 : 64 : 125$ 이다.



따라서 위의 그림에서 보이는 원뿔과 두 원뿔대의부피를 각각 V_1, V_2, V_3 라고 하면 $V_1 : V_2 : V_3 = 27 : (64-27) : (125-64) = 27 : 37 : 61$ 이다.

11. 다음 삼각기둥에서 점 G, H 는 각각 $\overline{\mathrm{DE}}$, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 중점이다. 삼각기둥의 부피가 $120\,\mathrm{cm}^3$ 일 때, 평면 AGH 로 잘려지는 두 입체도형의 부피의 차를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : $100\,\mathrm{cm}^3$

해설

점 G, H 가 각 변의 중점이므로

$\overline{\mathrm{GH}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{EF}},\ \overline{\mathrm{GH}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{EF}}$

$\triangle\mathrm{DGH} = \frac{1}{4}\triangle\mathrm{DEF}$

$(\text{삼각뿔 A} - \text{DGH의 부피}) = \frac{1}{3} \times \triangle\mathrm{DGH} \times \overline{\mathrm{AD}}$

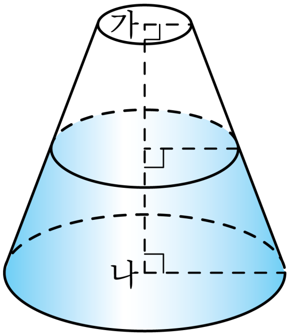
$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}\triangle\mathrm{DEF} \times \overline{\mathrm{AD}}$

$= \frac{1}{12} \times 120$

$= 10(\mathrm{cm}^3)$

$\therefore (\text{부피의 차}) = 110 - 10 = 100(\mathrm{cm}^3)$

12. 그림과 같이 밑면 (가), (나)의 넓이가 $4\pi\text{cm}^2$, $36\pi\text{cm}^2$ 인 원뿔대를 높이의 이등분점을 지나고 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 두 개의 원뿔대를 만들려고 한다. 위쪽 원뿔대의 부피가 $14\pi\text{cm}^3$ 일 때, 아래쪽 원뿔대의 부피를 구하면?



① $14\pi\text{cm}^3$　　② $22\pi\text{cm}^3$　　③ $30\pi\text{cm}^3$

④ $38\pi\text{cm}^3$　　⑤ $46\pi\text{cm}^3$

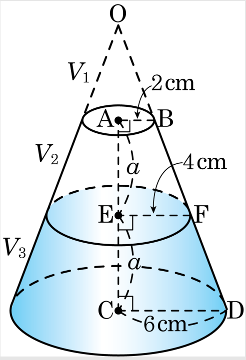
해설

$(\overline{AB})^2\pi = 4\pi$ 에서 $\overline{AB} = 2\text{cm}$, $(\overline{CD})^2\pi = 36\pi$ 에서 $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 이다.

또 $\overline{AB}//\overline{EF}//\overline{CD}$ 이고 $\overline{AE} = \overline{EC}$ 이므로 $\overline{EF} = \frac{1}{2}(2+6) = 4\text{cm}$ 이고

$\overline{OA} : \overline{OE} = 2 : 4 = 1 : 2$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{AE}$ 이다.

$\triangle OAB$, $\triangle OEF$, $\triangle OCD$ 를 각각 $\overline{OC}$ 를 축으로 회전시킨 세 원뿔은 모두 닮은 도형이고 닮음비는 $1 : 2 : 3$ 이므로 부피의 비는 $1 : 8 : 27$ 이다.

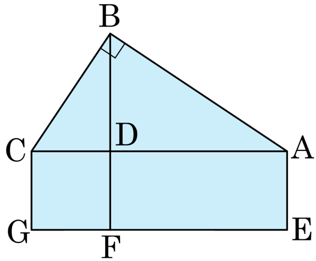


따라서 위의 그림에서 보이는 원뿔과 두 원뿔대의부피를 각각 V , V , V 라고 하면

$V_1 : V_2 : V_3 = 1 : (2^3 - 1) : (3^3 - 2^3) = 1 : 7 : 19$ 이다.

따라서 $V_3 = \frac{19}{7} \times V_2 = \frac{19}{7} \times 14\pi = 38\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 2$ 일 때, $\overline{AD}$ $\overline{CD}$ 를 각각 한 변으로 하는 직사각형 ADFE 와 DCGF 의 넓이의 비를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $9 : 4$

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle ADB$ 에서 $\angle B = \angle ADB = 90°$, $\angle A$ 가 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle ADB$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AB} \rightarrow \overline{AD} \cdot \overline{AC} = \overline{AB}^2$

또 $\triangle CDB$ 와 $\triangle CBA$ 에서 $\angle B = \angle CDB = 90°$, $\angle C$ 가 공통이므로 $\triangle CDB \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)

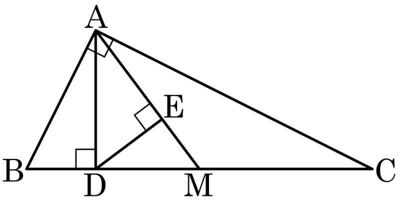
$\overline{CD} : \overline{CB} = \overline{CB} : \overline{CA} \rightarrow \overline{CD} \cdot \overline{CA} = \overline{CB}^2$

$\square ADFE : \square DCGF = \overline{AD} \cdot \overline{AE} : \overline{CD} \cdot \overline{AE} = \overline{AD} : \overline{CD}$ 에 똑같이 $\overline{AC}$ 를 곱하면

$\overline{AD} \cdot \overline{AC} : \overline{CD} \cdot \overline{CA} = \overline{AB}^2 : \overline{CB}^2 = 9 : 4$

따라서 직사각형 ADFE 와 DCGF 의 넓이의 비는 $9 : 4$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이고, 점 A 에서 내린 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D , 점 D 에서 $\overline{AM}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하고, $\overline{BD} = 6$, $\overline{DC} = 24$ 일 때 $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{36}{5}$

해설

조건에서 $\angle ADB = 90°$, $\angle BAD = \angle ACD$ 이므로 $\triangle ABD \backsim \triangle CAD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{CA} = \overline{BD} : \overline{AD} = \overline{AD} : \overline{CD}$ 를 이용하여 $\overline{AD}$ 를 구하면

$6 : \overline{AD} = \overline{AD} : 24$

$\overline{AD} = 12$ ($\because$ $\overline{AD} > 0$)

$\angle A$ 가 $90°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 빗변의 중심 M 은 곧 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

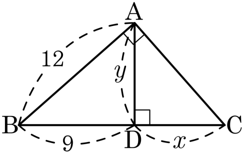
$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = 15$

$\overline{DM} = \overline{BM} - \overline{BD} = 15 - 6 = 9$

$\angle AED = 90°$, $\angle AMD = \angle ADE$ 이므로 $\triangle ADE \backsim \triangle AMD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AD} : \overline{AM} = \overline{DE} : \overline{MD} = \overline{AE} : \overline{AD}$ 를 이용하여 $\overline{DE}$ 를 구하면 $12 : 15 = \overline{DE} : 9$ 이므로 $\overline{DE} = \dfrac{12 \times 9}{15} = \dfrac{36}{5}$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $y^2 - x^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{\mathrm{AB}}^2 = \overline{\mathrm{BD}} \times \overline{\mathrm{BC}}$

$12^2 = 9(9 + x)$

$144 = 81 + 9x, \ \ 9x = 63, \ \ x = 7$

$\overline{\mathrm{AD}}^2 = \overline{\mathrm{BD}} \times \overline{\mathrm{CD}}$

$y^2 = 9 \times 7 = 63$

$\therefore \ \ y^2 - x^2 = 63 - 49 = 14$