1. 다음 중 항상 닮은 도형인 것을 모두 골라라.

㉠ 밑변의 길이가 같은 두 이등변삼각형
㉡ 반지름의 길이가 다른 두 반원
㉢ 두 정삼각형
㉣ 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴
㉤ 두 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ 반원은 확대, 축소하면 중심각은 일정하고 반지름과 호의 길이가 일정하게 변하므로 항상 닮은 도형이다.
㉢ 정삼각형은 세 각이 일정하고 세 변의 길이가 일정하게 변하므로 항상 닮은 도형이다.
㉣ 중심각의 크기가 같은 부채꼴은 반지름과 호의 길이만 일정하게 변하므로 항상 닮은 도형이다.

2. 닮은 도형에 관한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 닮음비란 닮은 도형에서 대응하는 변의 길이의 비이다.

② 모든 원은 항상 닮은 도형이다.

③ 닮음인 두 도형은 모양과 크기가 같다.

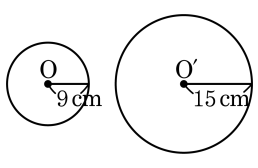
④ 닮음인 두 도형의 대응각의 크기가 같다.

⑤ 닮음인 두 입체도형에서 대응하는 면은 서로 닮은 도형이다.

해설

한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소를 하면 모양은 같지만 크기는 달라질 수 있다.
그러므로 두 닮은 도형에서 같은 것은 모양, 대응각의 크기, 대응하는 변의 길이의 비이다.

3. 다음 그림에서 두 원 O 와 O′ 의 닮음비는?



① 1 : 2 ② 1 : 3 ③ 2 : 3

④ 3 : 5 ⑤ 4 : 5

해설

두 원 O 와 O′ 의 반지름의 길이가 각각 9 cm , 15 cm 이므로 닮음비는 9 : 15 = 3 : 5 이다.

4. 다음 중에서 서로 닮은 도형의 특징이라고 할 수 <u>없는</u> 것은?

① 크기는 달라도 모양은 같다.

② 대응변의 길이가 각각 같다.

③ 대응하는 각의 크기가 각각 같다

④ 대응하는 변의 길이의 비가 같다.

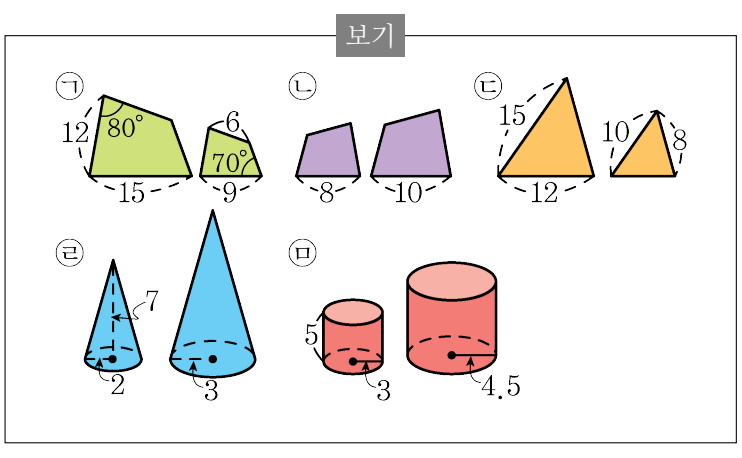
⑤ 닮음인 두 도형 중 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소했을 때, 이 두 도형은 합동이다.

해설

닮은 도형은 대응하는 변의 길이의 비가 같다.

5. 다음 그림에서 닮음비가 같은 도형끼리 묶은 것은?

보기

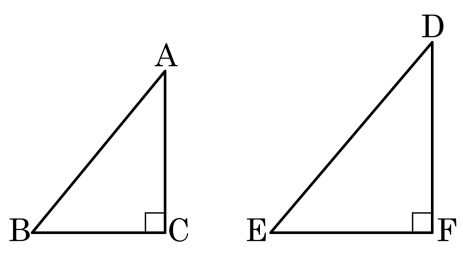


① ㉠, ㉢ ② ㉠, ㉡ ③ ㉢, ㉣ ④ ㉣, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

㉠ 5 : 3
㉡ 4 : 5
㉢ 3 : 2
㉣ 2 : 3
㉤ 3 : 4.5 = 30 : 45 = 6 : 9 = 2 : 3
따라서 닮음비가 같은 것은 ㉣, ㉤이다.

6. 다음 그림에서 두 직각삼각형이 항상 닮음이 되기 위하여 필요한 조건을 골라라.



㉠ $\overline{AB}=\overline{DE},\ \overline{BC}=\overline{EF}$
㉡ $\overline{AB}=\overline{EF},\ \overline{BC}=\overline{DE}$
㉢ $\overline{AC}=\overline{DE},\ \overline{BC}=\overline{EF}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

직각이등변삼각형은 항상 닮은 도형이므로 두 직각삼각형을 직각이등변삼각형으로 만들려면 $\overline{AB}=\overline{DE},\ \overline{BC}=\overline{EF}$ 이어야 한다.

7. 다음 입체도형 중 항상 닮은 도형이라고 할 수 없는 것은?

① 두 정육면체　② 두 원　③ 두 원기둥
④ 두 구　⑤ 두 정십이면체

해설

두 원기둥은 항상 닮은 도형인 것은 아니다.

8. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 모든 원은 닮은도형이다.

② 한 내각의 크기가 같은 두 이등변삼각형은 닮은 도형이다.

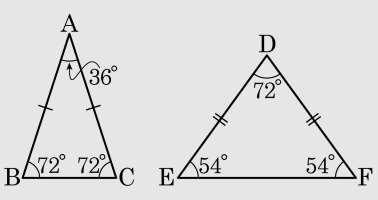
③ 중심각과 호의 길이가 각각 같은 두 부채꼴은 닮은 도형이다.

④ 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형은 닮은 도형이다.

⑤ 모든 정육면체는 닮은 도형이다.

해설

② (반례)



$\angle B = \angle D$인 이등변삼각형 ABC와 DEF는 닮은 도형이 아니다.

③ 중심각과 호의 길이가 같은 두 부채꼴은 합동이므로 닮은 도형이다.

④ 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 같으면 세 내각의 크기가 각각 같으므로 닮은 도형이다.

9. 다음 중 도형에 관한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

> ㉠ 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소할 때, 이 두 도형은 닮음이다.
> ㉡ 합동인 두 도형은 닮은 도형이며 닮음비는 1 : 1 이다.
> ㉢ 항상 닮음인 두 평면도형은 원, 이등변삼각형, 정사각형이다.
> ㉣ 두 닮은 도형의 대응각의 크기는 같다.
> ㉤ 닮음비란 닮은 도형에서 대응변의 길이의 비이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ 이등변삼각형은 항상 닮음이 아니다.

10. 다음 보기 중에서 서로 닮은 도형은 모두 몇 개인가?

보기

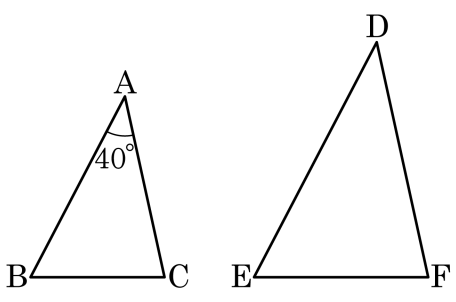
두 구, 두 정사면체, 두 정팔각기둥,
두 원뿔, 두 정육면체, 두 정육각형,
두 마름모, 두 직각삼각형, 두 직육면체,
두 원기둥, 두 직각이등변삼각형

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 4 개

해설

서로 닮은 도형은 구와 정사면체, 정육각형, 정육면체, 직각이등변삼각형이다.

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 일 때, $\angle E + \angle F$ 의 크기는?

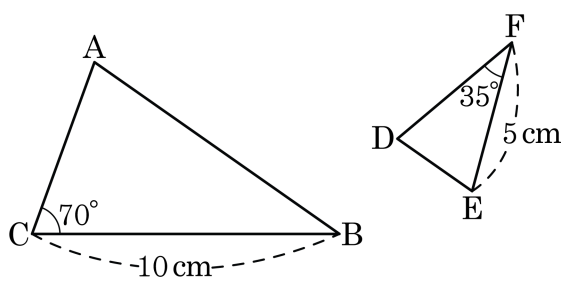


① 70° ② 80° ③ 120° ④ 140° ⑤ 145°

해설

두 삼각형이 닮음이므로 대응각인 $\angle A = \angle D$ 이다.
삼각형의 세 내각의 합은 $180°$ 이므로 $\angle D + \angle E + \angle F = 180°$
$\therefore \angle E + \angle F = 180° - 40° = 140°$

12. 다음과 같은 그림에서 $\angle A = \square^\circ$ 이고, $\angle E = \square^\circ$ 이어야 다음 두 삼각형은 닮은 도형이 된다 . $\square$ 안에 알맞은 수를 써 넣어라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 75

▷ 정답 : 70

해설

$\angle A = 75^\circ$, $\angle E = 70^\circ$ 이면
$\angle B = 35^\circ$, $\angle D = 75^\circ$ 가 되므로
$\angle ABC \backsim \triangle DFE$ (AA 닮음)

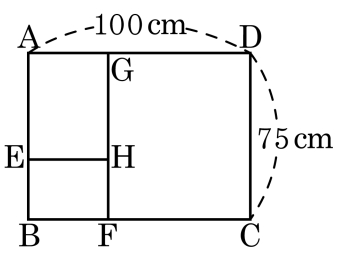
13. 다음과 같이 닮은 도형의 닮음비는?

① 2 : 3　② 3 : 4　③ 3 : 5
④ 4 : 5　⑤ 4 : 7

해설

9 : 15 = 3 : 5

14. 다음 그림에서 세 직사각형 ABCD, GAEH, EBFH 가 닮음일 때, $\overline{BF}$ 의 길이는 ?



① 25cm ② 36cm ③ 50cm ④ 75cm ⑤ 90cm

해설

$\overline{AD} : \overline{DC} = \overline{GH} : \overline{HE} = \overline{EH} : \overline{HF}$

$\overline{AD} : \overline{DC} = 100 : 75 = 4 : 3$

$\overline{EH} = \overline{BF} = a$ 라고 하면

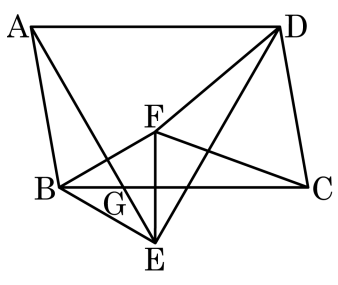
$\overline{HF} = \frac{3}{4}a$, $\overline{GH} = \frac{4}{3}a$

$\overline{GH} + \overline{HF} = \overline{DC} = 75(\text{cm})$ 이므로

$\frac{4}{3}a + \frac{3}{4}a = 75$, $\frac{25}{12}a = 75$, $a = 36(\text{cm})$

$\therefore \overline{BF} = 36\text{cm}$

15. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 위에, 변 AD 를 공유하는 정삼각형 ADE 와 변 CD 를 공유하는 정삼각형 CDF 를 그렸다. $\angle ABE = 130^\circ$ 일 때, $\angle ABF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: _____ °

▷ 정답: 70°

해설

$\overline{DE} = \overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{CF} = \overline{CD} = \overline{AB}$

$\angle BAE = \angle BAD - 60^\circ = \angle DCB - 60^\circ = \angle BCF$

$\therefore \triangle BAE \equiv \triangle FCB$ (SAS 합동)

$$\begin{aligned}\angle EBF &= \angle EBC + \angle FBC \\ &= \angle EBC + \angle BEA \\ &= \angle EGC \\ &= \angle EAD = 60^\circ\end{aligned}$$

$\therefore \angle ABF = \angle ABE - \angle EBF = 130^\circ - 60^\circ = 70^\circ$

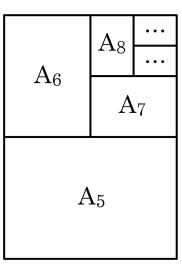
16. △ABC∽△DEF이고, 닮음비가 7 : 4일 때, △DEF의 둘레의 길이가 24cm라고 한다. 이 때, △ABC의 둘레의 길이는?

① 14cm ② 28cm ③ 35cm ④ 42cm ⑤ 56cm

해설

△ABC의 둘레의 길이를 $x$cm라 하면 닮음비가 7 : 4이므로
$7 : 4 = x : 24$
$\therefore\ x = 42$

17. A_4 용지를 다음 그림과 같이 반씩 접어보고, 접을 때마다 종이의 크기를 각각 $A_5, A_6, A_7 \cdots$ 이라고 할 때, A_6 용지의 가로와 세로의 길이는?(단 A_4 용지의 가로의 길이는 210mm , 세로의 길이는 297mm 이다)



① 가로 : 210 mm, 세로 : 297 mm

② 가로 : 210 mm, 세로 : $\frac{297}{2}$ mm

③ 가로 : 105 mm, 세로 : $\frac{297}{2}$ mm

④ 가로 : 105 mm, 세로 : $\frac{297}{4}$ mm

⑤ 가로 : 105 mm, 세로 : $\frac{297}{8}$ mm

해설

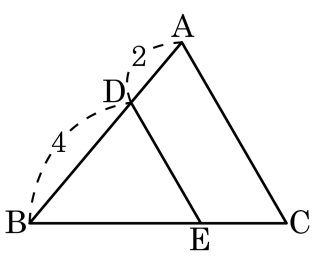
종이를 계속 반으로 접을 때마다 종이의 가로와 세로의 길이는

$A_4 : 210, 297$, $A_5 : 210, \frac{297}{2}$, $A_6 : \frac{210}{2}, \frac{297}{2}$, $A_7 : \frac{210}{2}, \frac{297}{4} \cdots$

로 줄어든다.

따라서 $A_6 \left(105, \frac{297}{2}\right)$ 이다.

18. 다음 그림에서 △ABC는 △DBE를 일정한 비율로 확대한 것이다. △DBE의 둘레의 길이가 12일 때, △ABC의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 18

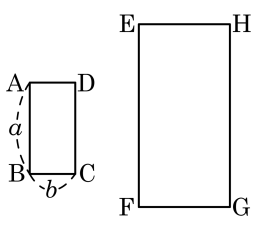
해설

△ABC의 둘레의 길이를 x라 하면, 두 삼각형의 닮음비는 $4 : 6 = 2 : 3$이므로 $2 : 3 = 12 : x$

$\therefore\ x = 18$

따라서 △ABC의 둘레의 길이는 18이다.

19. 다음 직사각형 □ABCD 와 □EFGH 에 대하여 □ABCD ∽ □EFGH 이고, 닮음비가 1 : 2 일때 □EFGH 의 둘레의 길이의 합을 a 와 b 로 옳게 나타낸 것은?



① $2(a+b)$ ② $3(a+b)$

③ $4(a+b)$ ④ $5(a+b)$

⑤ $6(a+b)$

해설

□ABCD 와 □EFGH 의 닮음비가 1 : 2 이므로 각 대응변의 길이의 비도 1 : 2 이다.

$\overline{AB} : \overline{EF} = 1 : 2 = a : \overline{EF}$ 이므로 $\overline{EF} = 2a$ 이다.

$\overline{BC} : \overline{FG} = 1 : 2 = b : \overline{FG}$ 이므로 $\overline{FG} = 2b$ 이다.

□EFGH 의 둘레의 길이는 (가로 + 세로) × 2 이므로 $(2a+2b) \times 2 = 4(a+b)$ 이다.

20. 닮음비가 $4:5$인 두 정사각형이 있다. 이 두 정사각형의 둘레의 합이 72cm일 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 $a\,\text{cm}$, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 $b\,\text{cm}$라고 하자. $a+b$의 값은?

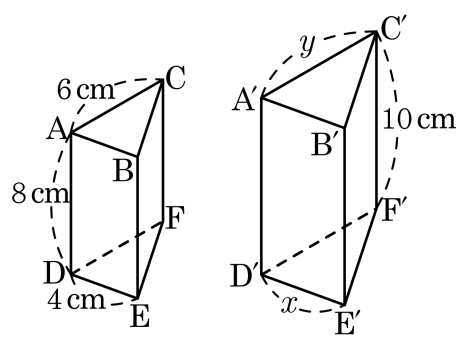
① 8 ② 10 ③ 18 ④ 32 ⑤ 40

해설

두 정사각형의 둘레의 합이 72cm 이므로 작은 정사각형의 둘레는 $72\times\frac{4}{9}=32(\text{cm})$, 큰 정사각형의 둘레는 $72\times\frac{5}{9}=40(\text{cm})$ 이다. 따라서 한 변의 길이는 각각 $a=8$, $b=10$ 이다.

$\therefore a+b=8+10=18$

21. 다음 그림의 두 닮은 삼각기둥에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{A'B'}$ 이 서로 대응하는 변일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12.5 cm

해설

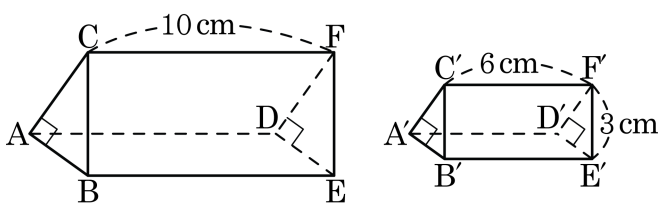
$\overline{AD} : \overline{C'F'} = 8 : 10 = 4 : 5$

$4 : x = 4 : 5, x = 5(\text{cm})$

$6 : y = 4 : 5, y = 7.5(\text{cm})$

$\therefore x + y = 5 + 7.5 = 12.5(\text{cm})$

22. 다음과 같이 닮음인 두 삼각기둥이 있다. $\overline{EF}$ 의 길이로 가장 적절한 것은?



① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 6 cm

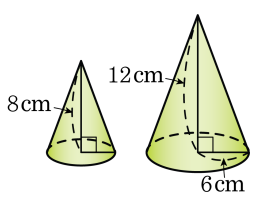
해설

$\overline{CF} : \overline{C'F'} = \overline{EF} : \overline{E'F'}$

$10 : 6 = \overline{EF} : 3$

$\therefore\ \overline{EF} = 5\,\text{cm}$

23. 다음 그림의 두 원뿔이 닮은 도형일 때, 작은 원뿔의 밑면의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 8π cm

해설

작은 원뿔의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

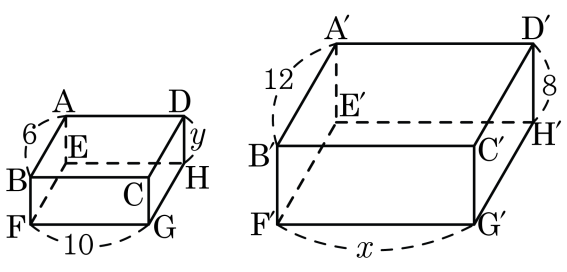
$8 : 12 = r : 6$

$12r = 48$

$\therefore\ r = 4$

따라서 밑면의 둘레는 $2\pi \times 4 = 8\pi(\text{cm})$ 이다.

24. 다음 두 직육면체는 닮은 도형이다. $\overline{AB}$ 와 $\overline{A'B'}$ 가 대응하는 변일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$\overline{AB} : \overline{A'B'} = 6 : 12 = 1 : 2$ 이므로

$10 : x = 1 : 2$ 에서

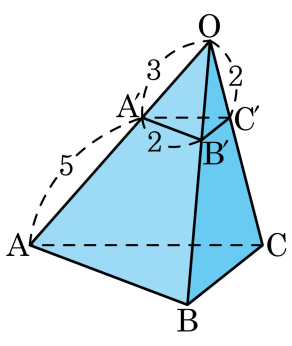
$x = 20$

$y : 8 = 1 : 2,\ 2y = 8$ 에서

$y = 4$

$\therefore x + y = 20 + 4 = 24$

25. 다음 그림의 삼각뿔 O – ABC 에서 △A′B′C′ 을 포함하는 평면과 △ABC 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, O – ABC 와 O – A′B′C′ 의 닮음비는?

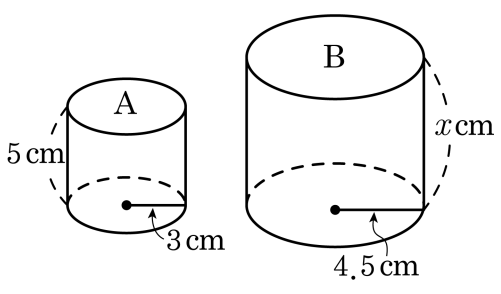


① 3 : 5 ② 5 : 2 ③ 8 : 3 ④ 5 : 3 ⑤ 3 : 8

해설

두 입체도형 O – ABC 와 O – A′B′C′ 이 닮음이므로 닮음비는 $\overline{OA} : \overline{OP} = 8 : 3$ 이다.

26. 다음 그림과 같이 닮은 두 원기둥에서 원기둥 B의 높이 x의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 7.5 cm

해설

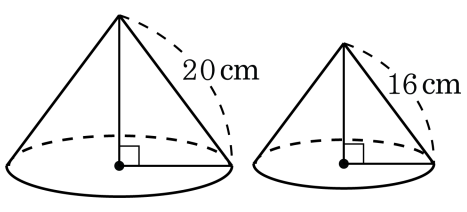
두 원기둥이 닮음이므로 밑면의 반지름의 길이의 비와 높이의 비가 같다.

$3 : 4.5 = 5 : x$

$3x = 22.5$

$\therefore\ x = 7.5$

27. 다음 그림에서 두 원뿔이 서로 닮은 도형일 때, 두 원뿔의 밑면의 지름의 길이의 비가 $a : b$ 이다. 이때, $a + b$의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소)



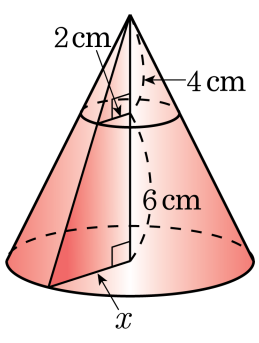
▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 원뿔이 닮음이므로 모선의 길이의 비와 밑면의 지름의 길이의 비가 같으므로
$20 : 16 = 5 : 4$ 이다. 따라서 $a + b = 9$ 이다.

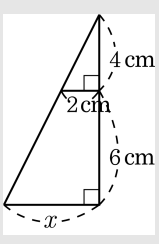
28. 다음 그림과 같이 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자를 때 그 단면인 원의 반지름의 길이는 2cm 이다. 이때, 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 구하면?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

원뿔을 자른 평면은 다음과 같다.

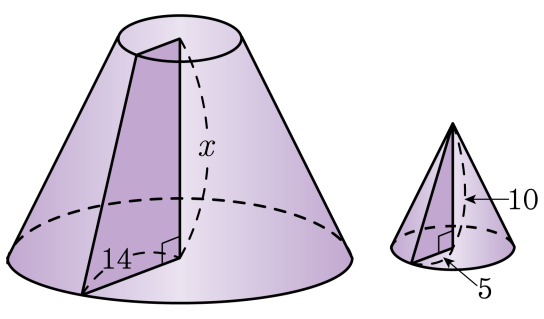


$2 : x = 4 : (4+6)$

$4x = 20$

$\therefore\ x = 5$

29. 다음 그림과 같이 원뿔을 잘라 원뿔대와, 원뿔을 만들었다. 원뿔대의 높이 x의 값을 구하여라.



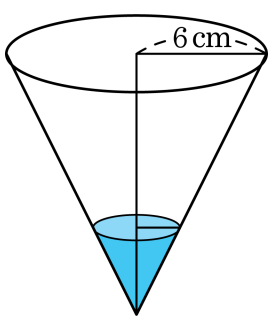
▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

자르기 전 원뿔과 자른 후 생긴 원뿔은 서로 5 : 14 의 닮음이다.
따라서 자르기 전 원뿔의 높이를 h 라고 하면,
$5 : 14 = 10 : h$
$h = 28$
x 의 값은 h 에서 자른 원뿔의 높이를 뺀 값이므로 $x = 18$이다.

30. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 물을 부어서 전체 높이의 $\frac{1}{3}$만큼 채웠다. 이때, 수면의 반지름의 길이는?



① 1cm ② 1.5cm ③ 2cm

④ 2.5cm ⑤ 3cm

해설

그릇 전체와 물이 채워진 부분까지의 닮음비가 3 : 1 이므로
수면의 반지름의 길이를 $x$cm 라고 하면
$3 : 1 = 6 : x$
$3x = 6$
$\therefore\ x = 2$