

1. 다음 중 항상 닮은 도형인 것을 모두 골라라.

- ㉠ 밑변의 길이가 같은 두 이등변삼각형
- ㉡ 반지름의 길이가 다른 두 반원
- ㉢ 두 정삼각형
- ㉣ 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴
- ㉤ 두 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

해설

㉡ 반원은 확대, 축소하면 중심각은 일정하고 반지름과 호의 길이가 일정하게 변하므로 항상 닮은 도형이다.

㉢ 정삼각형은 세 각이 일정하고 세 변의 길이가 일정하게 변하므로 항상 닮은 도형이다.

㉣ 중심각의 크기가 같은 부채꼴은 반지름과 호의 길이만 일정하게 변하므로 항상 닮은 도형이다.

2. 닮은 도형에 관한 설명 중 옳지 않은 것은?

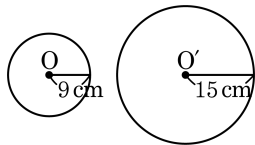
- ① 닮음비란 닮은 도형에서 대응하는 변의 길이의 비이다.
- ② 모든 원은 항상 닮은 도형이다.
- ③ 닮음인 두 도형은 모양과 크기가 같다.
- ④ 닮음인 두 도형의 대응각의 크기가 같다.
- ⑤ 닮음인 두 입체도형에서 대응하는 면은 서로 닮은 도형이다.

해설

한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소를 하면 모양은 같지만 크기는 달라질 수 있다.

그러므로 두 닮은 도형에서 같은 것은 모양, 대응각의 크기, 대응하는 변의 길이의 비이다.

3. 다음 그림에서 두 원 O 와 O' 의 닮음비는?



① 1 : 2

② 1 : 3

③ 2 : 3

④ 3 : 5

⑤ 4 : 5

해설

두 원 O 와 O' 의 반지름의 길이가 각각 9 cm , 15 cm 이므로 닮음비는 $9 : 15 = 3 : 5$ 이다.

4. 다음 중에서 서로 닮은 도형의 특징이라고 할 수 없는 것은?

① 크기는 달라도 모양은 같다.

② 대응변의 길이가 각각 같다.

③ 대응하는 각의 크기가 각각 같다

④ 대응하는 변의 길이의 비가 같다.

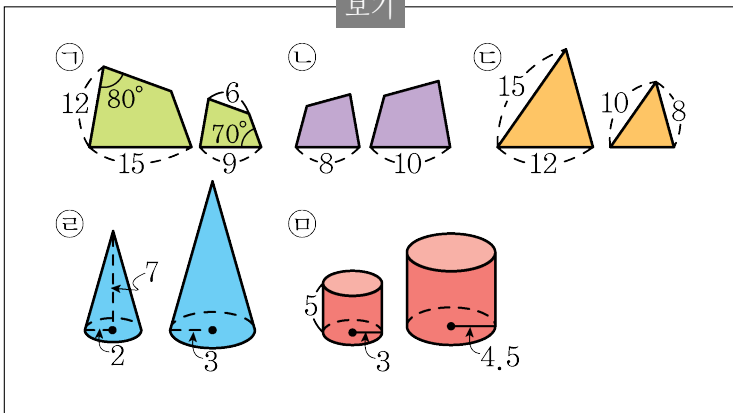
⑤ 닮음인 두 도형 중 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소했을 때, 이 두 도형은 합동이다.

해설

닮은 도형은 대응하는 변의 길이의 비가 같다.

5. 다음 그림에서 닮음비가 같은 도형끼리 묶은 것은?

보기



① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉡

③ ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉤

해설

㉠ 5 : 3

㉡ 4 : 5

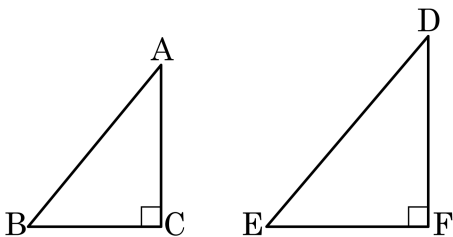
㉢ 3 : 2

㉣ 2 : 3

㉤ $3 : 4.5 = 30 : 45 = 6 : 9 = 2 : 3$

따라서 닮음비가 같은 것은 ㉣, ㉤이다.

6. 다음 그림에서 두 직각삼각형이 항상 닮음이 되기 위하여 필요한 조건을 골라라.



㉠ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

㉡ $\overline{AB} = \overline{EF}$, $\overline{BC} = \overline{DE}$

㉢ $\overline{AC} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

직각이등변삼각형은 항상 닮은 도형이므로 두 직각삼각형을 직각이등변삼각형으로 만들려면 $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$ 이어야 한다.

7. 다음 입체도형 중 항상 닮은 도형이라고 할 수 없는 것은?

① 두 정육면체

② 두 원

③ 두 원기둥

④ 두 구

⑤ 두 정십이면체

해설

두 원기둥은 항상 닮은 도형인 것은 아니다.

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 모든 원은 닮은도형이다.

② 한 내각의 크기가 같은 두 이등변삼각형은 닮은 도형이다.

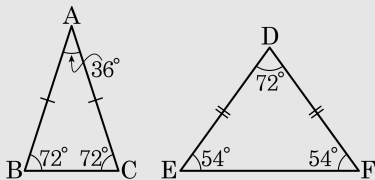
③ 중심각과 호의 길이가 각각 같은 두 부채꼴은 닮은 도형이다.

④ 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형은 닮은 도형이다.

⑤ 모든 정육면체는 닮은 도형이다.

해설

② (반례)



$\angle B = \angle D$ 인 이등변삼각형 ABC와 DEF는 닮은 도형이 아니다.

③ 중심각과 호의 길이가 같은 두 부채꼴은 합동이므로 닮은 도형이다.

④ 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 같으면 세 내각의 크기가 각각 같으므로 닮은 도형이다.

9. 다음 중 도형에 관한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ㉠ 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소할 때, 이 두 도형은 닮음이다.
- ㉡ 합동인 두 도형은 닮은 도형이며 닮음비는 1 : 1 이다.
- ㉢ 항상 닮음인 두 평면도형은 원, 이등변삼각형, 정사각형이다.
- ㉣ 두 닮은 도형의 대응각의 크기는 같다.
- ㉤ 닮음비란 닮은 도형에서 대응변의 길이의 비이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ 이등변삼각형은 항상 닮음이 아니다.

10. 다음 보기 중에서 서로 닮은 도형은 모두 몇 개인가?

보기

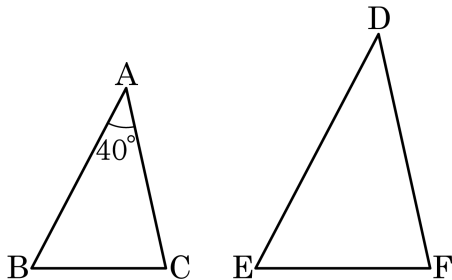
두 구, 두 정사면체, 두 정팔각기둥,
두 원뿔, 두 정육면체, 두 정육각형,
두 마름모, 두 직각삼각형, 두 직육면체,
두 원기둥, 두 직각이등변삼각형

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 4 개

해설

서로 닮은 도형은 구와 정사면체, 정육각형, 정육면체, 직각이등변삼각형이다.

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때, $\angle E + \angle F$ 의 크기는?



① 70°

② 80°

③ 120°

④ 140°

⑤ 145°

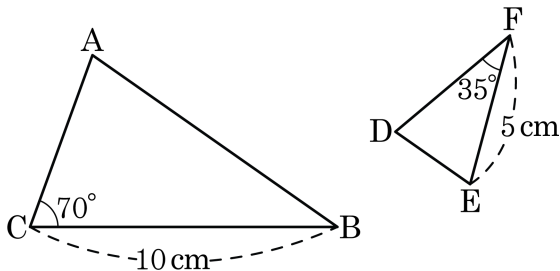
해설

두 삼각형이 닮음이므로 대응각인 $\angle A = \angle D$ 이다.

삼각형의 세 내각의 합은 180° 이므로 $\angle D + \angle E + \angle F = 180^\circ$

$\therefore \angle E + \angle F = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

12. 다음과 같은 그림에서 $\angle A = \square^\circ$ 이고, $\angle E = \square^\circ$ 이어야 다음 두 삼각형은 닮은 도형이 된다. 안에 알맞은 수를 써 넣어라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 75

▷ 정답 : 70

해설

$\angle A = 75^\circ$, $\angle E = 70^\circ$ 이면
 $\angle B = 35^\circ$, $\angle D = 75^\circ$ 가 되므로
 $\angle ABC \sim \angle DFE$ (AA 닮음)

13. 다음과 같이 닮은 도형의 닮음비는?

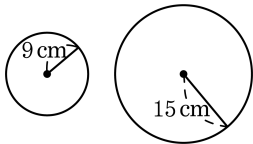
① 2 : 3

② 3 : 4

③ 3 : 5

④ 4 : 5

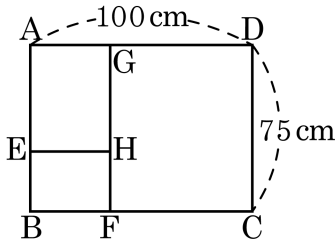
⑤ 4 : 7



해설

$$9 : 15 = 3 : 5$$

14. 다음 그림에서 세 직사각형 ABCD, GAEH, EBFH 가 닮음일 때, $\overline{BF}$ 의 길이는 ?



① 25cm

② 36cm

③ 50cm

④ 75cm

⑤ 90cm

해설

$$\overline{AD} : \overline{DC} = \overline{GH} : \overline{HE} = \overline{EH} : \overline{HF}$$

$$\overline{AD} : \overline{DC} = 100 : 75 = 4 : 3$$

$\overline{EH} = \overline{BF} = a$ 라고 하면

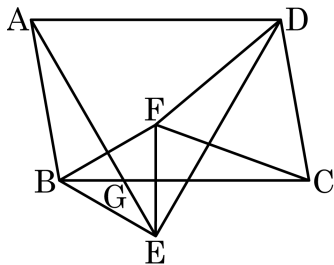
$$\overline{HF} = \frac{3}{4}a, \overline{GH} = \frac{4}{3}a$$

$$\overline{GH} + \overline{HF} = \overline{DC} = 75(\text{cm}) \text{ 이므로}$$

$$\frac{4}{3}a + \frac{3}{4}a = 75, \frac{25}{12}a = 75, a = 36(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BF} = 36\text{cm}$$

15. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 위에, 변 AD 를 공유하는 정삼각형 ADE 와 변 CD 를 공유하는 정삼각형 CDE 를 그렸다. $\angle ABE = 130^\circ$ 일 때, $\angle ABF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 70°

해설

$$\overline{DE} = \overline{AD} = \overline{BC}, \overline{CE} = \overline{CD} = \overline{AB}$$

$$\angle BAE = \angle BAD - 60^\circ = \angle DCB - 60^\circ = \angle BCF$$

$$\therefore \triangle BAE \cong \triangle FCB \text{ (SAS 합동)}$$

$$\angle EBF = \angle EBC + \angle FBC$$

$$= \angle EBC + \angle BEA$$

$$= \angle EGC$$

$$= \angle EAD = 60^\circ$$

$$\therefore \angle ABF = \angle ABE - \angle EBF = 130^\circ - 60^\circ = 70^\circ$$

16. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 이고, 닮음비가 7 : 4 일 때, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이가 24cm 라고 한다. 이 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?

① 14cm

② 28cm

③ 35cm

④ 42cm

⑤ 56cm

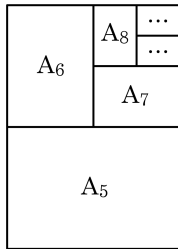
해설

$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 x cm 라 하면 닮음비가 7 : 4 이므로

$$7 : 4 = x : 24$$

$$\therefore x = 42$$

17. A_4 용지를 다음 그림과 같이 반씩 접어보고, 접을 때마다 종이의 크기를 각각 $A_5, A_6, A_7 \dots$ 이라고 할 때, A_6 용지의 가로와 세로의 길이는?(단 A_4 용지의 가로의 길이는 210mm, 세로의 길이는 297mm 이다)



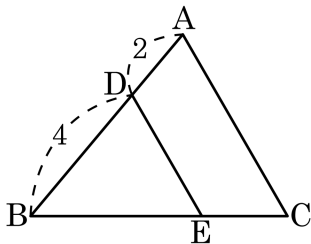
- ① 가로 : 210 mm, 세로 : 297 mm
 ② 가로 : 210 mm, 세로 : $\frac{297}{2}$ mm
 ③ 가로 : 105 mm, 세로 : $\frac{297}{2}$ mm
 ④ 가로 : 105 mm, 세로 : $\frac{297}{4}$ mm
 ⑤ 가로 : 105 mm, 세로 : $\frac{297}{8}$ mm

해설

종이를 계속 반으로 접을 때마다 종이의 가로와 세로의 길이는 $A_4 : 210, 297$, $A_5 : 210, \frac{297}{2}$, $A_6 : \frac{210}{2}, \frac{297}{2}$, $A_7 : \frac{210}{2}, \frac{297}{4} \dots$ 로 줄어든다.

따라서 $A_6 \left(105, \frac{297}{2} \right)$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\triangle DBE$ 를 일정한 비율로 확대한 것이다. $\triangle DBE$ 의 둘레의 길이가 12일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

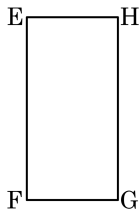
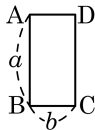
해설

$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 x 라 하면, 두 삼각형의 닮음비는 $4 : 6 = 2 : 3$ 이므로 $2 : 3 = 12 : x$

$$\therefore x = 18$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 18이다.

19. 다음 직사각형 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 에 대하여 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 이고, 닮음비가 $1 : 2$ 일때 $\square EFGH$ 의 둘레의 길이의 합을 a 와 b 로 옳게 나타낸 것은?



- ① $2(a + b)$ ② $3(a + b)$
 ③ $4(a + b)$ ④ $5(a + b)$
 ⑤ $6(a + b)$

해설

$\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비가 $1 : 2$ 이므로 각 대응변의 길이의 비도 $1 : 2$ 이다.

$\overline{AB} : \overline{EF} = 1 : 2 = a : \overline{EF}$ 이므로 $\overline{EF} = 2a$ 이다.

$\overline{BC} : \overline{FG} = 1 : 2 = b : \overline{FG}$ 이므로 $\overline{FG} = 2b$ 이다.

$\square EFGH$ 의 둘레의 길이는 (가로 + 세로) $\times 2$ 이므로 $(2a + 2b) \times 2 = 4(a + b)$ 이다.

20. 닮음비가 4 : 5인 두 정사각형이 있다. 이 두 정사각형의 둘레의 합이 72cm 일 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a cm, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 b cm라고 하자. $a + b$ 의 값은?

① 8

② 10

③ 18

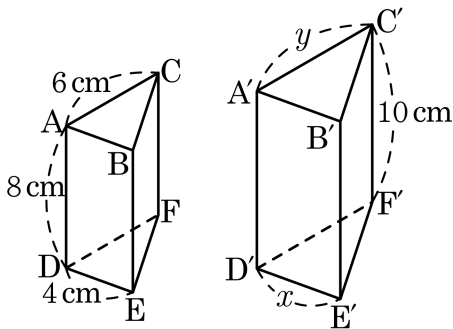
④ 32

⑤ 40

해설

두 정사각형의 둘레의 합이 72cm 이므로 작은 정사각형의 둘레는 $72 \times \frac{4}{9} = 32(\text{cm})$, 큰 정사각형의 둘레는 $72 \times \frac{5}{9} = 40(\text{cm})$ 이다. 따라서 한 변의 길이는 각각 $a = 8$, $b = 10$ 이다.
 $\therefore a + b = 8 + 10 = 18$

21. 다음 그림의 두 닮은 삼각기둥에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{A'B'}$ 이 서로 대응하는 변일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12.5 cm

해설

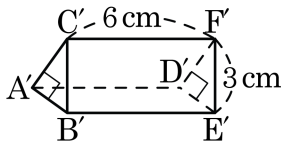
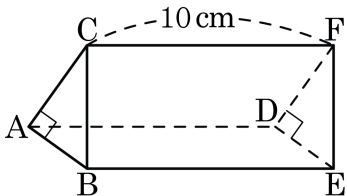
$$\overline{AD} : \overline{C'F'} = 8 : 10 = 4 : 5$$

$$4 : x = 4 : 5, x = 5(\text{cm})$$

$$6 : y = 4 : 5, y = 7.5(\text{cm})$$

$$\therefore x + y = 5 + 7.5 = 12.5(\text{cm})$$

22. 다음과 같이 닮음인 두 삼각기둥이 있다. $\overline{EF}$ 의 길이로 가장 적절한 것은?



- ① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 6 cm

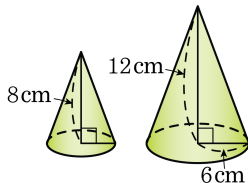
해설

$$\overline{CF} : \overline{C'F'} = \overline{EF} : \overline{E'F'}$$

$$10 : 6 = \overline{EF} : 3$$

$$\therefore \overline{EF} = 5 \text{ cm}$$

23. 다음 그림의 두 원뿔이 닮은 도형일 때, 작은 원뿔의 밑면의 둘레의 길이를 구하여라.



답 :

cm



정답 : 8π cm

해설

작은 원뿔의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

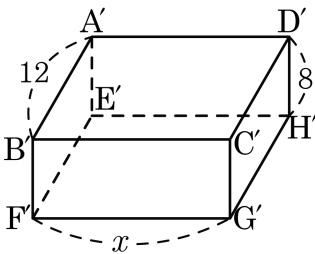
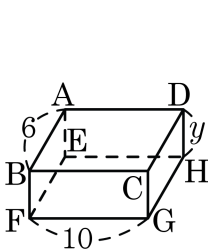
$$8 : 12 = r : 6$$

$$12r = 48$$

$$\therefore r = 4$$

따라서 밑면의 둘레는 $2\pi \times 4 = 8\pi$ (cm) 이다.

24. 다음 두 직육면체는 닮은 도형이다. $\overline{AB}$ 와 $\overline{A'B'}$ 가 대응하는 변일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$\overline{AB} : \overline{A'B'} = 6 : 12 = 1 : 2 \text{ 이므로}$$

$$10 : x = 1 : 2 \text{ 에서}$$

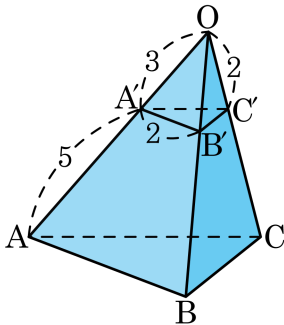
$$x = 20$$

$$y : 8 = 1 : 2, 2y = 8 \text{ 에서}$$

$$y = 4$$

$$\therefore x + y = 20 + 4 = 24$$

25. 다음 그림의 삼각뿔 $O-ABC$ 에서 $\triangle A'B'C'$ 을 포함하는 평면과 $\triangle ABC$ 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $O-ABC$ 와 $O-A'B'C'$ 의 닮음비는?



① 3 : 5

② 5 : 2

③ 8 : 3

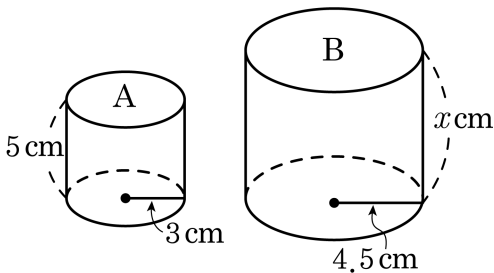
④ 5 : 3

⑤ 3 : 8

해설

두 입체도형 $O-ABC$ 와 $O-A'B'C'$ 이 닮음이므로 닮음비는 $\overline{OA} : \overline{OA'} = 8 : 3$ 이다.

26. 다음 그림과 같이 닮은 두 원기둥에서 원기둥 B의 높이 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 7.5 cm

해설

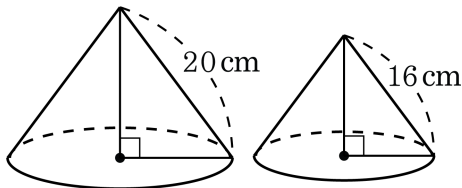
두 원기둥이 닮음이므로 밑면의 반지름의 길이의 비와 높이의 비가 같다.

$$3 : 4.5 = 5 : x$$

$$3x = 22.5$$

$$\therefore x = 7.5$$

27. 다음 그림에서 두 원뿔이 서로 닮은 도형일 때, 두 원뿔의 밑면의 지름의 길이의 비가 $a : b$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

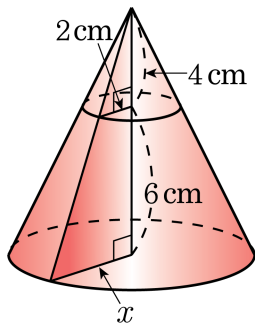
▷ 정답 : 9

해설

두 원뿔이 닮음이므로 모선의 길이의 비와 밑면의 지름의 길이의 비가 같으므로

$20 : 16 = 5 : 4$ 이다. 따라서 $a + b = 9$ 이다.

28. 다음 그림과 같이 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자를 때 그 단면인 원의 반지름의 길이는 2cm이다. 이때, 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 구하면?



① 1cm

② 2cm

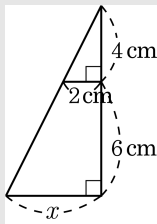
③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설

원뿔을 자른 평면은 다음과 같다.

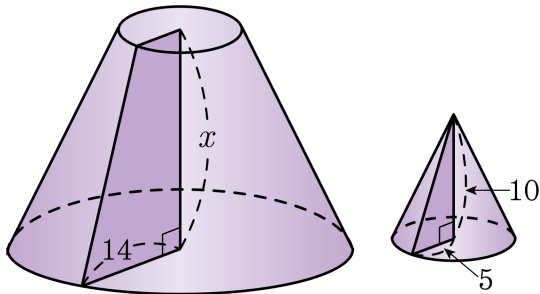


$$2 : x = 4 : (4 + 6)$$

$$4x = 20$$

$$\therefore x = 5$$

29. 다음 그림과 같이 원뿔을 잘라 원뿔대와, 원뿔을 만들었다. 원뿔대의 높이 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 18

해설

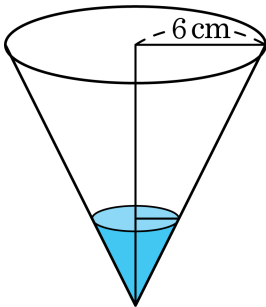
자르기 전 원뿔과 자른 후 생긴 원뿔은 서로 5 : 14의 닮음이다.
따라서 자르기 전 원뿔의 높이를 h 라고 하면,

$$5 : 14 = 10 : h$$

$$h = 28$$

x 의 값은 h 에서 자른 원뿔의 높이를 뺀 값이므로 $x = 18$ 이다.

30. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 물을 부어서 전체 높이의 $\frac{1}{3}$ 만큼 채웠다. 이때, 수면의 반지름의 길이는?



① 1cm

② 1.5cm

③ 2cm

④ 2.5cm

⑤ 3cm

해설

그릇 전체와 물이 채워진 부분까지의 닮음비가 3 : 1 이므로
수면의 반지름의 길이를 x cm 라고 하면

$$3 : 1 = 6 : x$$

$$3x = 6$$

$$\therefore x = 2$$