

1. $3^{\log_4 5^{\log_3 4}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$3^{\log_4 5^{\log_3 4}} = 3^{\log_3 4 \cdot \log_4 5} = 3^{\log_3 5} = 5$$

2. $\log_2 x = \frac{1}{2}$, $\log_{\frac{1}{2}} y = 2$ 일 때, $\log_x y$ 의 값은?

① -4

② -1

③ $\frac{1}{4}$

④ 1

⑤ 4

해설

$$\log_{\frac{1}{2}} y = -\log_2 y = 2 \text{ 이므로}$$

$$\log_x y = \frac{\log_2 y}{\log_2 x} = \frac{-2}{\frac{1}{2}} = -4$$

3. 양수A에 대하여 $\log A = -2.341$ 일 때, 정수 부분과 소수 부분을 바르게 나타낸 것은?

- ① 정수 부분 : -1 , 소수 부분 : 0.659
- ② 정수 부분 : -2 , 소수 부분 : 0.341
- ③ 정수 부분 : -2 , 소수 부분 : 0.659
- ④ 정수 부분 : -3 , 소수 부분 : 0.341
- ⑤ 정수 부분 : -3 , 소수 부분 : 0.659

해설

$$\begin{aligned}-2.341 &= -2 - 0.341 = (-2 - 1) + (1 - 0.341) \\ &= -3 + 0.659\end{aligned}$$

따라서 정수 부분은 -3 , 소수 부분은 0.659 이다.

4. $\sqrt[3]{a \sqrt{a} \times \frac{a}{\sqrt[4]{a}}}$ 를 간단히 하면?

① $\sqrt[4]{a^3}$

② $\sqrt[6]{a^5}$

③ $\sqrt[13]{a^5}$

④ $\sqrt[7]{a^8}$

⑤ $\sqrt{a^5}$

해설

$$\sqrt[3]{a \sqrt{a} \times \frac{a}{\sqrt[4]{a}}}$$

$$= \sqrt[3]{a^1 \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot a \cdot a^{-\frac{1}{4}}}$$

$$= (a^{1+\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}} = (a^{\frac{9}{4}})^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{a^3}$$

5. $\left(\frac{9^{\sqrt{2}}}{27}\right)^{2\sqrt{2}+3}$ 의 값은?

① $\frac{1}{9}$

② $\frac{1}{3}$

③ 1

④ 3

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{9^{\sqrt{2}}}{27}\right)^{2\sqrt{2}+3} &= \left(\frac{3^{2\sqrt{2}}}{3^3}\right)^{2\sqrt{2}+3} \\&= (3^{2\sqrt{2}-3})^{2\sqrt{2}+3} \\&= 3^{(2\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+3)} \\&= 3^{8-9} = 3^{-1} = \frac{1}{3}\end{aligned}$$

6. $3^x = 5$ 일 때, $(\frac{1}{81})^{-\frac{x}{4}}$ 의 값을 구하면?

① 3

② $\sqrt{3}$

③ 5

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$(\frac{1}{81})^{-\frac{x}{4}} = (3^{-4})^{-\frac{x}{4}} = 3^x = 5$$

7. $\log_3 10$ 의 소수부분을 α 라 할 때, 3^α 의 값은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{10}{9}$

③ $\frac{10}{3}$

④ $\frac{100}{9}$

⑤ $\frac{100}{3}$

해설

$\log_3 10 = 2 + \alpha$ ($0 \leq \alpha < 1$) 이므로 $\alpha = \log_3 10 - 2 = \log_3 \frac{10}{9}$
이 된다.

따라서 $3^\alpha = 3^{\log_3 \frac{10}{9}} = \frac{10}{9}$ 이다.

8. 1이 아닌 양수 p 와 세 양수 x, y, z 에 대하여 $\log_p x + 2\log_{p^2} y + 3\log_{p^3} z = -3$ 가 성립할 때, xyz 의 값은?

① $\frac{1}{p^3}$

② $\frac{1}{2p}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $2p$

⑤ p^2

해설

$$\begin{aligned} & \log_p x + 2\log_{p^2} y + 3\log_{p^3} z \\ &= \log_p x + \frac{2}{2}\log_p y + \frac{3}{3}\log_p z \\ &= \log_p xyz = -3 \\ &\therefore xyz = p^{-3} = \frac{1}{p^3} \end{aligned}$$

9. $\log 4.02 = 0.6042$ 일 때, $\log 4020^{10}$ 의 정수 부분과 소수 부분을 차례로 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36, 0.042

해설

$$\begin{aligned}\log 4020^{10} &= 10 \log 4020 \\ &= 10 \log(4.02 \times 1000) \\ &= 10(\log 4.02 + \log 1000) \\ &= 10(0.6042 + 3) \\ &= 10 \times 3.6042 = 36.042\end{aligned}$$

10. $a = 2^{12}$ 일 때, $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a}}} \times \sqrt[4]{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(a^{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}} \times (a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}})^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{24}} \times a^{\frac{1}{24}} = a^{\frac{1}{12}}$$

$a = 2^{12}$ 이므로

$$a^{\frac{1}{12}} = (2^{12})^{\frac{1}{12}} = 2$$

11. 다음 식의 값을 구하여라.

$$\log_{10} 2 + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{99}\right)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} & \log_{10} 2 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{99}\right) \\ &= \log_{10} \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdots \frac{99}{98} \cdot \frac{100}{99} \\ &= \log_{10} 100 = 2 \end{aligned}$$

12. 상용로그 $\log x$ 의 정수 부분은 3이고, $\log x$ 와 $\log x^2$ 의 소수 부분의 합은 1이다. 이때, $\log x^3$ 의 값은?

① 9 또는 10

② 10 또는 11

③ 11 또는 12

④ 12 또는 13

⑤ 13 또는 14

해설

$\log x = 3 + \alpha (0 \leq \alpha < 1)$ 로 놓으면

$\log x^2 = 2 \log x = 6 + 2\alpha (0 \leq 2\alpha < 2)$ 이므로

(i) $0 \leq \alpha < \frac{1}{2}$ 일 때,

$\log x^2$ 의 소수 부분은 2α 이므로

$$\alpha + 2\alpha = 1 \quad \therefore \alpha = \frac{1}{3}$$

(ii) $\frac{1}{2} \leq \alpha < 1$ 일 때,

$\log x^2$ 의 소수 부분은 $2\alpha - 1$ 이므로

$$\alpha + (2\alpha - 1) = 1 \quad \therefore \alpha = \frac{2}{3}$$

(i), (ii)에서 $\alpha = \frac{1}{3}$ 또는 $\alpha = \frac{2}{3}$ 이므로

$\log x^3 = 3 \log x = 9 + 3\alpha$ 의 값은 10 또는 11이다.