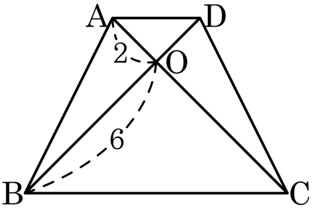
1. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{BO}=6$, $\overline{AO}=2$일 때, $\overline{AC}$의 길이는?

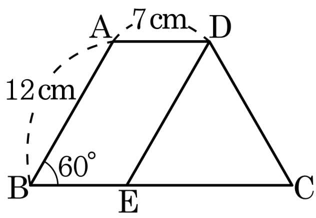


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

등변사다리꼴의 성질에 의해서
$\overline{BO}=\overline{CO}$이므로 $\overline{AC}=\overline{AO}+\overline{OC}=8$이다.

2. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{DE} = 12\text{cm}$

② $\overline{BC} = 19\text{cm}$

③ $\triangle$DEC는 정삼각형

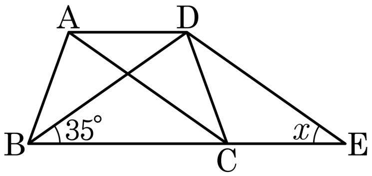
④ $\triangle$DEC의 둘레의 길이는 21cm

⑤ □ABCD의 둘레의 길이는 50cm

해설

$\angle B = \angle C = 60°$, $\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{DE} = 12\text{cm}$이므로 $\triangle$DEC는 이등변삼각형이다.
$\angle C = \angle DEC = 60°$
따라서 $\triangle$DEC는 내각이 모두 60°이므로 정삼각형이다. $\therefore \overline{EC} = 12(\text{cm})$
$\angle B = \angle DEC$이므로 $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$이고, $\overline{AB} = \overline{DE} = 12\text{cm}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.
$\overline{AD} = \overline{BE} = 7\text{cm}$
$\therefore\ \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 7 + 12 = 19$
따라서 □ABCD 둘레의 길이는 $7 + 12 \times 2 + 19 = 50(\text{cm})$이다.

3. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$, $\angle DBC = 35°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하면?



① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{BC}$는 공통

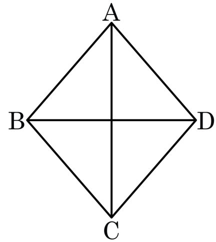
$\therefore$ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)

$\angle ACB = \angle DBC = 35°$

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이므로

$\angle x = \angle ACB = 35°$ (동위각)

4. 다음 그림의 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 서로 같다.

㉡ 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

㉢ 네 변의 길이가 모두 같다.

㉣ 네 각의 크기가 모두 직각이다.

㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

▶ 답 :

▶ 답 :

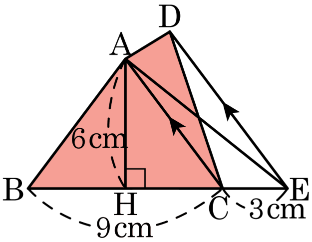
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이 된다.
두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것과 네 변의 길이가 모두 같은 것은 마름모의 성질이다.

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} // \overline{DE}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



① 18cm^2　② 24cm^2　③ 27cm^2

④ 30cm^2　⑤ 36cm^2

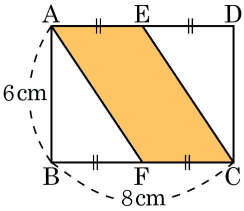
해설

$\overline{AC} // \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ADC$ 와 $\triangle AEC$ 는 밑변과 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ADC = \triangle ABC + \triangle AEC$

$= \triangle ABE = \dfrac{1}{2} \times (9+3) \times 6 = 36(\text{cm}^2)$

6. 직사각형 ABCD 에서 어두운 도형의 넓이는 ?



① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

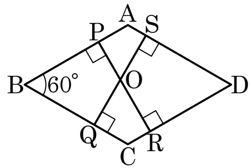
해설

$\overline{AE} = \overline{FC}$, $\overline{AE} // \overline{FC}$ 하므로

□AFCE 는 평행사변형이다.

$\overline{CF} = 4$ 이므로 □AFCE $= 4 \times 6 = 24$

7. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60°$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP} + \overline{OQ} + \overline{OR} + \overline{OS}$ 와 같은 것은?

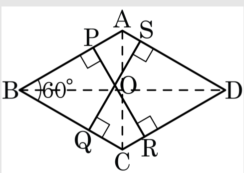


① $\overline{AC}$　② $\overline{BD}$　③ $\overline{OA} + \overline{OC}$

④ $\overline{OB} + \overline{OD}$　⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



$\square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$

$= \frac{a}{2} \times \overline{OP} + \frac{a}{2} \times \overline{OQ} + \frac{a}{2} \times \overline{OR} + \frac{a}{2} \times \overline{OS}$

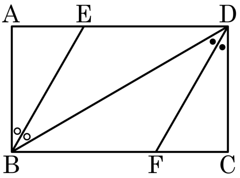
$= \frac{a}{2}(\overline{OP} + \overline{OQ} + \overline{OR} + \overline{OS}) \quad \cdots$ ㉠

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle B = 60$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC} = a$ 이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD} = \frac{a}{2} \times \overline{BD} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{OP} + \overline{OQ} + \overline{OR} + \overline{OS}) = \frac{a}{2} \times \overline{BD}$ $\therefore$ $\overline{OP} + \overline{OQ} + \overline{OR} + \overline{OS} = \overline{BD}$

8. 다음 그림에서 $\overline{BD}$는 직사각형 ABCD의 대각선이다. $\angle ABD$, $\angle BDC$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, $\overline{DE} = 8cm$일 때, □EBFD의 둘레는?



① 30cm ② 32cm ③ 34cm

④ 36cm ⑤ 38cm

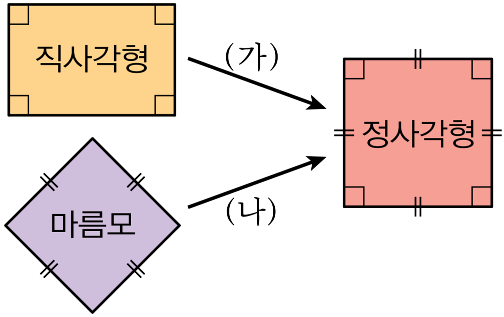
해설

$\overline{EB} // \overline{DF}$이므로 $\angle EBD = \angle FDB$이고 $\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle EDB = \angle DBF$이다.

따라서 $\triangle EBD$는 이등변삼각형이고, $\overline{DE} = \overline{BE}$이므로 □ABCD는 마름모이다.

$\overline{DE} = 8cm$이므로 둘레는 $4 \times 8 = 32(cm)$이다.

9. 다음 그림에서 정사각형이 되기 위해 추가되어야 하는 (가), (나) 의 조건으로 알맞은 것을 고르면?



① (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
(나) 두 대각선이 서로 수직이다.

② (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 한 내각의 크기가 90°이다.

③ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

④ (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

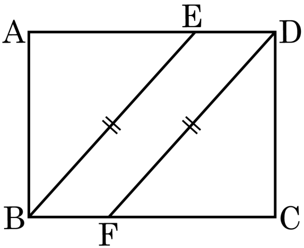
⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

해설

여러 가지 사각형의 대각선의 성질

(1) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
(2) 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.
(3) 마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(4) 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(5) 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.

10. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 변 AD, BC 위에 $\overline{BE} = \overline{FD}$가 되도록 점 E, F를 잡을 때, □EBFD는 어떤 사각형인가?



① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모
④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

$\triangle ABF \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)이므로
$\overline{AE} = \overline{CF}$ 따라서 $\overline{ED} = \overline{BF}$
한편 $\overline{BE} = \overline{DF}$이므로 □EBFD는 평행사변형이다.

11. 다음 중 옳은 것은?

① 모든 직사각형은 정사각형이다.

② 모든 마름모는 정사각형이다.

③ 모든 평행사변형은 마름모이다.

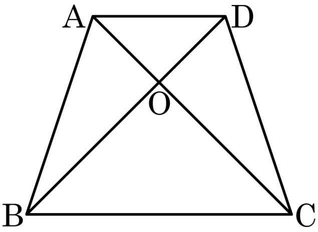
④ 모든 사다리꼴은 평행사변형이다.

⑤ 모든 정사각형은 사다리꼴이다.

해설

모든 정사각형은 직사각형 (또는 마름모 또는 평행사변형 또는 사다리꼴) 이다.
모든 직사각형은 평행사변형 (또는 사다리꼴) 이다.
모든 마름모는 평행사변형 (또는 사다리꼴) 이다.
모든 평행사변형은 사다리꼴이다.

12. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AO}:\overline{CO}=1:2$ 이고 사다리꼴 ABCD 의 넓이가 27cm^2 일 때, $\triangle$ABO 의 넓이는?



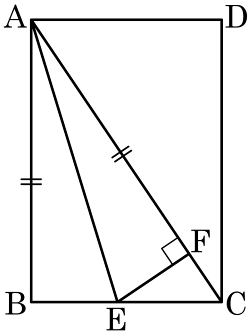
① 6cm^2 ② 7cm^2 ③ 8cm^2

④ 9cm^2 ⑤ 10cm^2

해설

$\square\text{ABCD}=\triangle\text{AOD}+\triangle\text{DOC}+\triangle\text{OBC}+\triangle\text{ABO}$ 이다.
$\triangle$AOD 의 넓이를 a 라고 하면, $1:2=a:\triangle\text{DOC}$, $\triangle\text{DOC}=2a$
$\triangle\text{DOC}=\triangle\text{ABO}=2a$, $1:2=2a:\triangle\text{BOC}$, $\triangle\text{BOC}=4a$
$\square\text{ABCD}=a+2a+2a+4a=9a=27\text{cm}^2$, $a=3\text{cm}^2$
$\therefore\ \triangle\text{ABO}=2a=6\text{cm}^2$

13. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE}$ 를 접는 선으로 하여 점 B 를 대각선 $\overline{AC}$ 에 오도록 접고 만나는 점을 F 라 하자. $\angle AEB = 73°$ 라고 할 때, $\angle ECF$ 를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\quad °}$

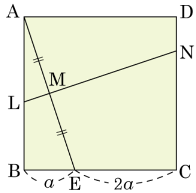
▷ 정답: $56\underline{°}$

해설

$\angle AEB = \angle AEF = 73°$ 이고, $\triangle AEB$ 에서 $\angle EAB = 180° - 73° - 90° = 17°$ 이다.

$\angle EAB = \angle EAF = 17°, \angle BAF = 34°$ 이다. $\triangle ABC$ 에서 $\angle ECF = 180° - 90° - 34° = 56°$ 이다.

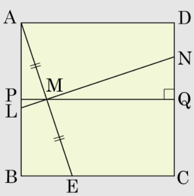
14. 한 변의 길이가 12cm 인 정사각형 ABCD 에서 $2\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{EC}}$, $\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{ME}}$ 가 성립하도록 점 E , M 을 잡았을 때, $\dfrac{\overline{\mathrm{LM}}}{\overline{\mathrm{MN}}}$ 을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{1}{5}$ cm

해설



점 M 을 지나면서 $\overline{\mathrm{AD}}$ 에 평행하는 보조선을 긋고, $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 하자.

$\triangle\mathrm{PLM}$, $\triangle\mathrm{QNM}$, 에서

$\angle\mathrm{PML}=\angle\mathrm{QMN}(\because$ 맞꼭지각 $)$

$\angle\mathrm{MPL}=\angle\mathrm{MQN}(\because 90^{\circ})$

$\angle\mathrm{MLP}=\angle\mathrm{MNQ}(\because$ 엇각$)$

가 성립하므로 $\triangle\mathrm{PLM}\backsim\triangle\mathrm{QNM}$

$2\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{EC}}$, $\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{ME}}$ 에 의해

$\overline{\mathrm{BE}}=12\times\frac{1}{3}=4(\mathrm{cm})$ 이므로

$\overline{\mathrm{PM}}=4\times\frac{1}{2}=2(\mathrm{cm})$

따라서 $\dfrac{\overline{\mathrm{LM}}}{\overline{\mathrm{MN}}}=\dfrac{2}{12-2}=\dfrac{1}{5}$ 이다.

15. □ABCD가 다음 조건을 만족할 때, 이 사각형은 어떤 사각형인가?

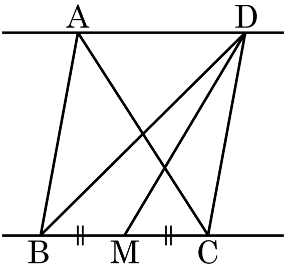
$$\overline{AB} // \overline{DC},\ \overline{AB} = \overline{BC},\ \overline{AC} \perp \overline{BD}$$

① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모
④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

마름모는 이웃하는 두변의 길이가 같고, 대각선이 수직이다.

16. 다음 그림에서 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 이고 점 M은 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\triangle ABC = 40\,cm^2$ 일 때, $\triangle DMC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : $20\,\underline{cm^2}$

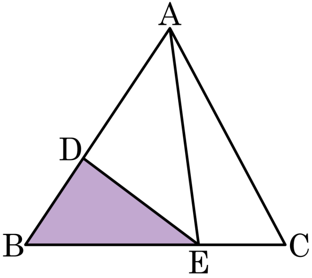
해설

$\overline{AD}//\overline{BC}$ 이므로

$\triangle DBC = \triangle ABC = 40\,(cm^2)$

$\triangle DMC = \frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 40 = 20\,(cm^2)$

17. 다음 그림에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2$, $\overline{BE} : \overline{EC} = 2 : 1$이다. $\triangle ABC = 60$일 때, $\triangle DBE$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

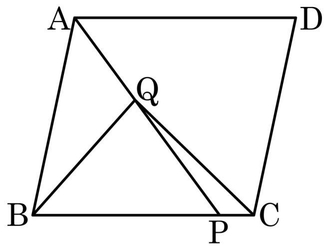
$$\triangle ABE = \frac{5}{2}\triangle DBE$$

$\triangle ACE = \frac{1}{2}\triangle ABE = \frac{5}{4}\triangle DBE$이므로

$\triangle ABC = \frac{15}{4}\triangle DBE = 60$이다.

$\therefore \ \triangle DBE = 16$

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AP}}$ 위의 임의의 점 Q 에 대하여 $\overline{\mathrm{AQ}} : \overline{\mathrm{QP}} = 5 : 7$, $\square\mathrm{ABCD} = 72\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{QBC}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $21\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{\mathrm{QD}}$, $\overline{\mathrm{PD}}$ 를 그으면

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{AQD} &= \frac{5}{12}\triangle\mathrm{APD} \\ &= \frac{5}{12}\times\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} \\ &= \frac{5}{24}\square\mathrm{ABCD} \\ &= \frac{5}{24}\times 72 = 15(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

따라서 $\triangle\mathrm{QBC}$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} - \triangle\mathrm{AQD} = 36 - 15 = 21(\mathrm{cm}^2)$ 이다.