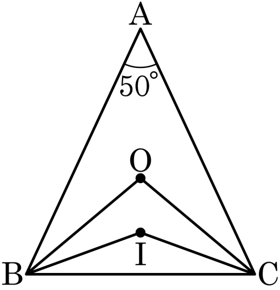
1. 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심일 때, $\angle IBC$ 의 크기는?

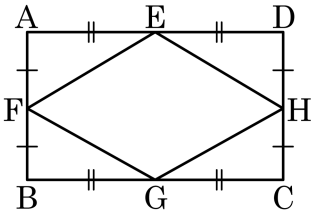


① $15°$　② $20°$　③ $25°$　④ $30°$　⑤ $32°$

해설

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 50° = 100°$ 이고,
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = (180° - 100°) \div 2 = 40°$
점 I 가 $\triangle OBC$ 의 내심이므로 $\angle OBI = \angle IBC = 20°$

2. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\triangle AEF \equiv \triangle BGF \equiv \triangle CGH \equiv \triangle DEH$ (SAS 합동)

$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$

따라서 □EFGH 는 $\boxed{}$ 이다.

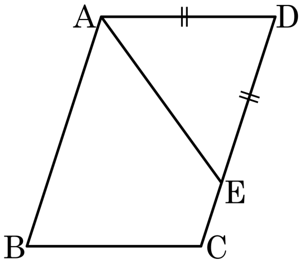
① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모

④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

네 변의 길이가 모두 같은 사각형은 마름모이다.

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 3 : 2$ 일 때, $\angle AEC$ 의 크기는?(단,$\overline{AD} = \overline{DE}$)



① 98° ② 112° ③ 124° ④ 126° ⑤ 132°

해설

$$\angle A = 180° \times \frac{3}{5} = 108°$$

$$\angle B = 180° \times \frac{3}{5} = 72°$$

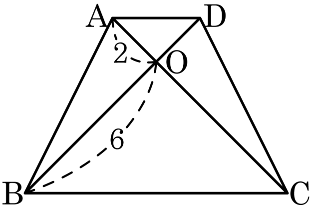
$\angle D = \angle B = 72°$

$\overline{AD} = \overline{DE}$ 이므로

$\angle DEA = (180° - 72°) \div 2 = 54°$

$\therefore \angle AEC = 180° - 54° = 126°$

4. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BO} = 6$, $\overline{AO} = 2$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

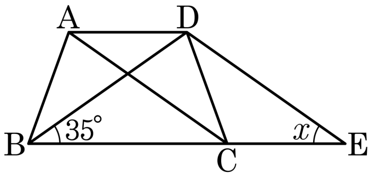


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

등변사다리꼴의 성질에 의해서
$\overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{AO} + \overline{OC} = 8$ 이다.

5. 다음 그림의 $\square$ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$, $\angle DBC = 35°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하면?



① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{BC}$는 공통

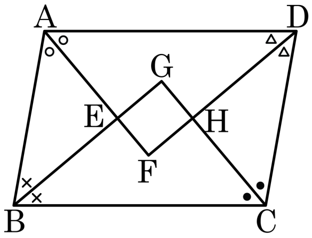
$\therefore\ \triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)

$\angle ACB = \angle DBC = 35°$

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이므로

$\angle x = \angle ACB = 35°$ (동위각)

6. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 네 내각의 이등분선을 연결하여 □EFGH를 만들었을 때, □EFHG는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형　② 사다리꼴　③ 직사각형

④ 정사각형　⑤ 마름모

해설

$\angle ABC + \angle BAD = 180°$이므로 $\angle GBA + \angle FAB = 90°$이고, $\triangle ABE$에서 $\angle AEB = 180° - 90° = 90°$이다.
마찬가지로 $\angle EGH = \angle EFH = \angle CHD = 90°$이므로 □EFGH는 직사각형이다.

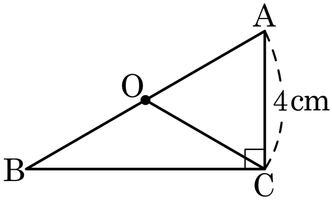
7. 어떤 직각삼각형 ABC의 외접원의 원의 넓이가 36π cm^2이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi \text{cm}^2$이므로 반지름의 길이는 6cm이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm이다.

8. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\overline{AB}+\overline{AC}=$ 12cm이면 ∠ABC 의 크기는?



① 10° ② 20° ③ 30°

④ 40° ⑤ 알 수 없다.

해설

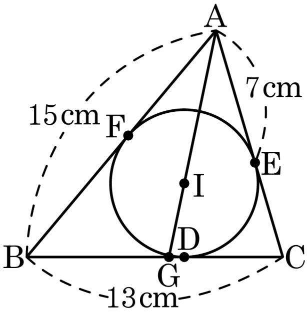
$\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{AC}=12\text{cm}$ 이고

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{AC}=4\text{cm}$ 이다.

따라서 △AOC는 정삼각형이므로 ∠OAC = 60°

∴ ∠ABC = 30°

9. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 15\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AE}} = 7\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 13\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{GD}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{7}{9}$ cm

해설

원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AF}} = 7\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{\mathrm{BF}} = 15 - 7 = 8\mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{BD}} = 8\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{\mathrm{DC}} = 13 - 8 = 5\mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CD}} = 5\mathrm{cm}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}} = 12\mathrm{cm}$

또한, $\overline{\mathrm{GD}} = x\mathrm{cm}$ 라 하면 $\overline{\mathrm{BD}} = 8\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{DC}} = 5\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{\mathrm{BG}} = 8 - x(\mathrm{cm})$, $\overline{\mathrm{GC}} = x + 5(\mathrm{cm})$

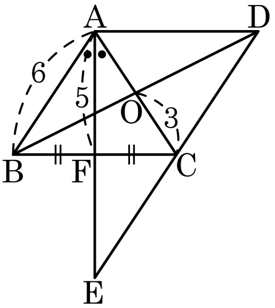
$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BG}} : \overline{\mathrm{GC}}$

$15 : 12 = (8 - x) : (x + 5)$

$\therefore\ x = \frac{7}{9}$

따라서 $\overline{\mathrm{GD}} = \frac{7}{9}\mathrm{cm}$ 이다.

10. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 의 중점을 지나고, $\overline{AF}=5$, $\overline{AB}=6$, $\overline{OC}=3$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 둘레를 구하면?



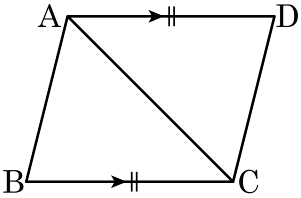
① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

해설

$\angle AFB = \angle CFE$, $\angle BAF = \angle FEC$ 이고, $\overline{BF} = \overline{FC}$ 이므로 $\triangle ABF \equiv \triangle ECF$ 이다.

따라서 $\triangle ACE$ 의 둘레는 $6+6+5+5=22$ 이다.

11. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 <u>틀린</u> 곳을 모두 고르면?



가정) □ABCD에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$, ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$

결론) $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$

증명) 대각선 AC를 그으면

△ABC와 △CDA에서

ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ (가정) ···㉠

ㄴ. $\underline{\angle DCA = \angle BAC}$ (엇각) ···㉡

ㄷ. $\underline{\overline{AC}}$ 는 공통 ···㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (ㄹ. <u>SAS</u> 합동)

ㅁ. $\underline{\angle DAC = \angle BCA}$ 이므로

∴ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로

□ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$

ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

12. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선의 교점이다.)

① $\angle A = 110°$, $\angle B = 70°$, $\angle C = 110°$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{CD} = \overline{DA} = 6\,\mathrm{cm}$

③ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\mathrm{cm}$

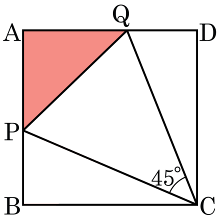
④ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$, $\overline{AB} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\mathrm{cm}$

⑤ $\overline{OA} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{OB} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{OC} = 3\,\mathrm{cm}$, $\overline{OD} = 3\,\mathrm{cm}$

해설

① 두 쌍의 대각의 크기가 같아 평행사변형이다.

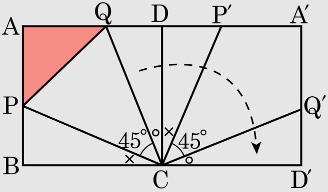
13. 다음 정사각형 ABCD는 한 변의 길이가 4 cm 이고 $\angle PCQ = 45°$일때, $\triangle APQ$의 둘레의 길이는?



① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

해설

□ABCD를 점 C를 중심으로 오른쪽으로 회전시켜면 다음 그림과 같다.



$\angle QCP' = \angle QCD + \angle DCP' = \angle QCD + \angle BCP = 45°$

$\triangle QCP, QCP'$에서

$\overline{CP} = \overline{CP'}, \angle QCP = \angle QCP' \cdots$ ㉠

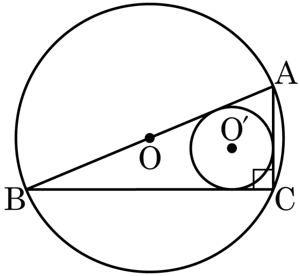
$\overline{QC}$는 공통$\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\triangle QCP \equiv QCP'$(SAS합동)

$\therefore \overline{PQ} = \overline{P'Q}$

($\triangle APQ$의 둘레의 길이) $= \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} = \overline{A'P'} + \overline{P'Q} + \overline{QA} = 4 + 4 = 8$

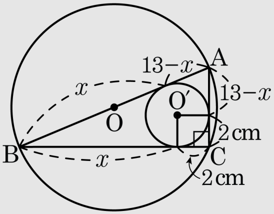
14. 다음 그림에서 원 O, O′ 은 각각 △ABC 의 외접원과 내접원이다. 원O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 6.5cm, 2cm 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 30 cm^2

해설

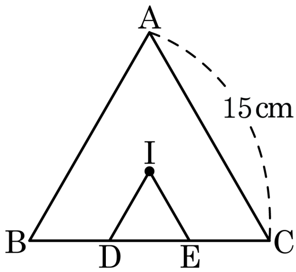


(△ABC 의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times (x+2) \times 2 + \frac{1}{2} \times (13-x+2) \times 2 + \frac{1}{2} \times 13 \times 2$$

$$= x + 2 + 15 - x + 13 = 30 \left(\text{cm}^2\right)$$

15. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{ID}//\overline{AB}, \overline{IE}//\overline{AC}$ 이고, $\overline{AC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\triangle IDE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 15 cm

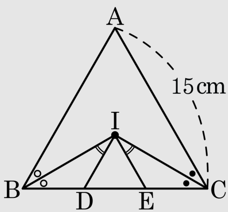
해설

$\overline{BI}, \overline{CI}$ 를 그으면

$\overline{ID}//\overline{AB}, \overline{IE}//\overline{AC}$ 이므로

$\triangle IBD, \triangle IEC$ 는 이등변삼각형이다.

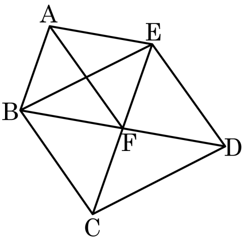
$\angle IDE = \angle IED = 60°$



$\therefore \triangle IDE$ 는 정삼각형이고 $\overline{DE} = \dfrac{1}{3}\overline{BC} = 5\,(\text{cm})$

$\triangle IDE$ 의 둘레의 길이는 $5 + 5 + 5 = 15\,(\text{cm})$

16. 다음 □ABFE 와 □BCDE 는 모두 평행사변형이다. △ABF 의 넓이가 $6\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, □BCDE 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ **정답 :** $24\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

□ABFE 가 평행사변형이므로

$\triangle ABF = \triangle EBF$

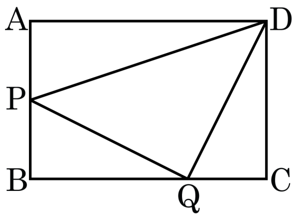
□BCDE 가 평행사변형이므로

$\overline{BF} = \overline{DF}, \overline{CF} = \overline{EF}$

$\square BCDE = 4\triangle EBF = 4\triangle ABF = 4 \times 6$

$= 24(\mathrm{cm}^2)$

17. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$, $\overline{BQ} : \overline{QC} = 2 : 1$, $\overline{AP} = \overline{PB}$ 일 때, $\angle DPQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}^\circ$

▷ 정답 : $45\,\underline{^\circ}$

해설

$$\overline{PB} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\overline{BC} = \frac{1}{3}\overline{BC} = \overline{QC},$$

$\angle B = \angle C$,

$$\overline{BQ} = \frac{2}{3}\overline{BC} = \overline{CD},$$

$\therefore \triangle PBQ \equiv \triangle QCD$

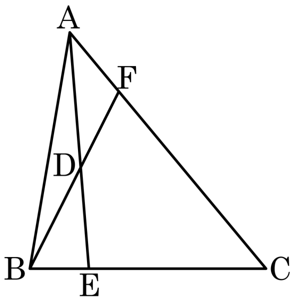
따라서 $\overline{PQ} = \overline{QD}$ 이므로

$$\begin{aligned}\angle PQD &= 180^\circ - (\angle PQB + \angle DQC)\\ &= 180^\circ - (\angle PQB + \angle QPB)\\ &= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ\end{aligned}$$

$\triangle DPQ$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore \angle DPQ = 45^\circ$

18. 다음 그림과 같은 $\triangle$ABC에서 $\overline{AF} : \overline{FC} = 1 : 3$, $\overline{BE} : \overline{EC} = 1 : 3$, $\overline{AD} : \overline{DE} = 1 : 1$이다. $\triangle$ABC의 넓이가 64cm^2일 때, $\triangle$ADF의 넓이는?



① 6cm^2　　② 8cm^2　　③ 16cm^2

④ 32cm^2　　⑤ 35cm^2

해설

$\triangle ABE : \triangle ACE = 1 : 3$이므로

$\triangle ACE = \frac{3}{4}\triangle ABC = \frac{3}{4} \times 64 = 48(\text{cm}^2)$

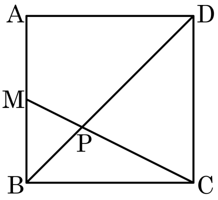
$\overline{CD}$를 그으면 $\triangle CAD : \triangle CED = 1 : 1$이므로

$\triangle CAD = \frac{1}{2}\triangle ACE = \frac{1}{2} \times 48 = 24(\text{cm}^2)$

또, $\triangle ADF : \triangle CDF = 1 : 3$이므로

$\triangle ADF = \frac{1}{4}\triangle CAD = \frac{1}{4} \times 24 = 6(\text{cm}^2)$

19. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 점 M 은 $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\triangle MBP = 12\,cm^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $144\,cm^2$

해설

$\overline{BC}$ 의 중점 N 을 잡으면

$\triangle PMB \equiv \triangle PNB$(SAS합동)

$\triangle PCN = \triangle PNB = \triangle PMB = 12(cm^2)$

$\therefore \square ABCD = 4\triangle MBC = 4 \times 12 \times 3 = 144(cm^2)$