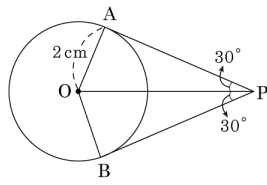


1. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선일 때, $\square APBO$ 의 둘레의 길이는?

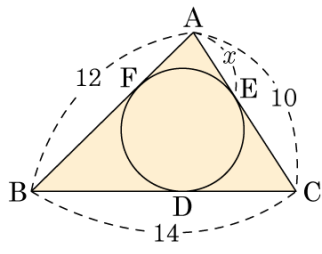


- ① 6cm ② $(6 + 6\sqrt{2})\text{cm}$ ③ $12\sqrt{3}\text{cm}$
 ④ $(4 + 4\sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ $(8 + 6\sqrt{3})\text{cm}$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \overline{OA} &= \overline{AP} = 2\sqrt{3}\text{cm} \\ \therefore (2 + 2\sqrt{3}) \times 2 &= (4 + 4\sqrt{3})\text{cm} \end{aligned}$$

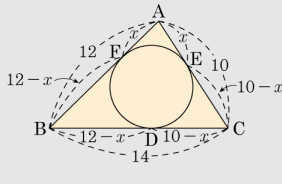
2. 원에 외접하는 도형에서 x 의 길이를 구하여라. (단, D, E, F는 원과 도형의 접점)



▶ 답 :

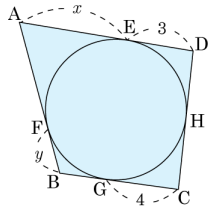
▶ 정답 : 4

해설



$$12 - x + 10 - x = 14 \quad \therefore x = 4$$

3. 다음 그림은 원에 외접하는 사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = x$, $\overline{DE} = 3$, $\overline{CG} = 4$, $\overline{BF} = y$, $\overline{AD} + \overline{BC} + \overline{CD} = 22$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\overline{DE} = \overline{DH} = 3$, $\overline{CH} = \overline{CG} = 4$, $\overline{BG} = \overline{BF} = y$, $\overline{AE} = \overline{AF} = x$ 이고

$\overline{AD} + \overline{BC} + \overline{CD} = 22$

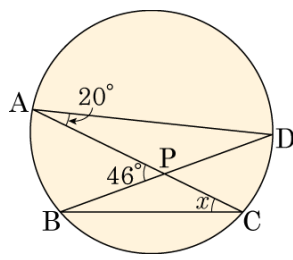
$\Rightarrow (x + 3) + (y + 4) + 7 = 22$

$\Rightarrow x + y = 8$

$\therefore \overline{AB} = x + y = 8$

4. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

- ① 20° ② 22° ③ 24°
 ④ 26° ⑤ 28°

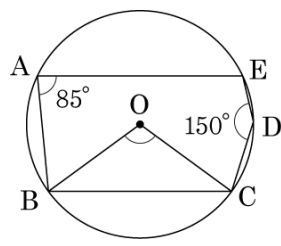


해설

$\widehat{CD}$ 의 원주각 $\angle CAD = \angle DBC = 20^\circ$
 $\angle x + 20^\circ = 46^\circ \quad \therefore \angle x = 26^\circ$

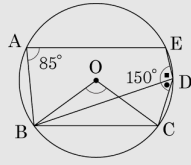
5. 다음 그림과 같이 오각형 ABCDE 가 원 O 에 내접하고 $\angle A = 85^\circ$, $\angle D = 150^\circ$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기는?

- ① 90° ② 100° ③ 140°
 ④ 110° ⑤ 120°



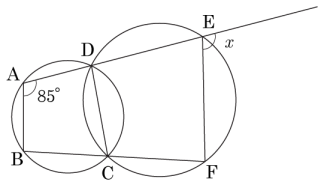
해설

점 B 와 D 에 선분을 그으면



$\angle EDB = 95^\circ$ 이므로 $\angle BDC = 150^\circ - 95^\circ = 55^\circ$
 $\angle BOC$ 는 $\angle BDC$ 의 중심각이므로
 $\therefore \angle BOC = 55^\circ \times 2 = 110^\circ$

6. 다음 그림에서 $\angle A = 85^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?

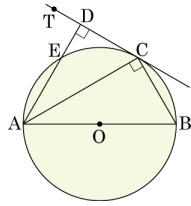


- ① 80° ② 85° ③ 90° ④ 95° ⑤ 100°

해설

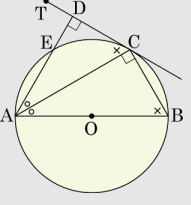
원에 내접하는 사각형은 두 대각의 합이 180° 이고
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle DCF = \angle A = 85^\circ$ 이다.
 $\square CDEF$ 가 원에 내접하므로
 $\angle x = \angle DCF = 85^\circ$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이고, 점 C는 접점이다. 점 A에서 접선 CT에 내린 수선의 발을 D라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



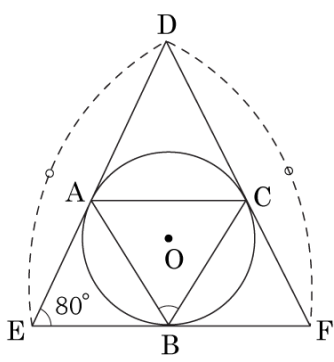
- ① $\angle DCA = \angle CBA$ ② $\overline{DC}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DE}$
 ③ $\overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$ ④ $\angle CAD = \angle ACD$
 ⑤ $\angle BAC = \angle CAD$

해설



$\angle DCA = \angle CBA$ (접선과 현이 이루는 각)
 $\overline{CD}$ 가 접선이므로 $\overline{DC}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DE}$
 $\triangle ADC \sim \triangle ACB$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB}$
 $\therefore \overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$

8. 다음 그림과 같이 $\triangle DEF$ 의 내접원과 $\triangle ABC$ 의 외접원이 같고 $\overline{DE} = \overline{DF}$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기는?



- ① 30° ② 40° ③ 50° ④ 80° ⑤ 100°

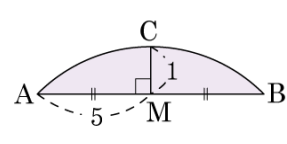
해설

이등변삼각형이므로 $\angle DFE = 80^\circ$ 이고 $\overline{FC} = \overline{FB}, \overline{EA} = \overline{EB}$ 이므로

$$\angle FCB = \angle FBC = \angle ABE = \angle EAB = 50^\circ$$

따라서, $\angle ABC = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ$ 이다.

9. 다음 그림에서 원의 반지름의 길이는?



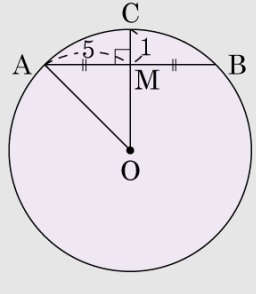
- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ 13 ⑤ 7

해설

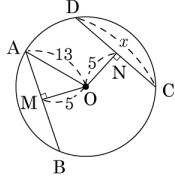
반지름을 x 라 하면

$$\overline{OM} = x - 4, x^2 = (x - 1)^2 + 5^2 \quad \therefore$$

$$x = 13$$



10. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



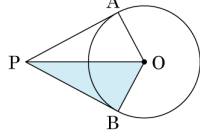
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\overline{AM} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ 이다.
따라서 $\overline{AB} = 2 \times 12 = 24$ 이다. $\overline{OM} = \overline{ON} = 5$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = 24$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O의 접선이고 $\overline{OP} = 17\text{cm}$, $\overline{OA} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle OPB$ 의 넓이를 구하여라.



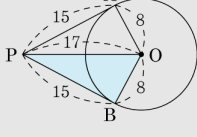
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 60 cm²

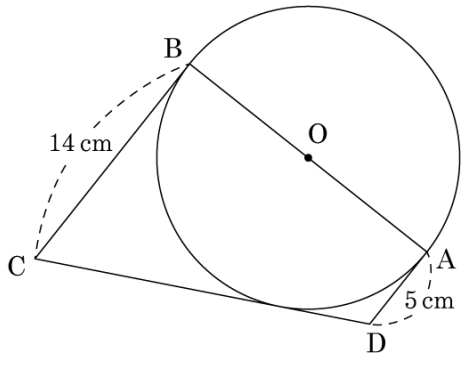
해설

$$\overline{PA} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15(\text{cm})$$

$$\overline{PA} = \overline{PB}\text{이므로 } \triangle OPB = 15 \times 8 \times \frac{1}{2} = 60(\text{cm}^2)$$



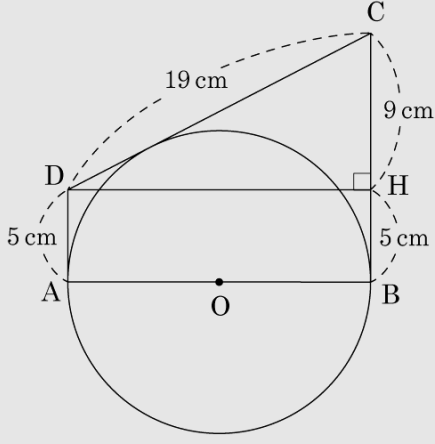
12. 다음 그림에서 원 O는 $\overline{AD}$, $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ 와 각각 접해있다. $\overline{AD}$ 의 길이가 5 cm, $\overline{BC}$ 가 14 cm 일 때, 원 O의 지름의 길이는?



- ① $2\sqrt{70}$ cm ② $3\sqrt{70}$ cm ③ $4\sqrt{70}$ cm
 ④ $5\sqrt{70}$ cm ⑤ $6\sqrt{70}$ cm

해설

점 D에서 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{DH} = \overline{AB}$ 이다.
 $\overline{AB} = \overline{DH} = \sqrt{19^2 - 9^2} = \sqrt{280} = 2\sqrt{70}$ (cm)



13. 다음 보기에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 모두 몇 개인가?

보기

(1)

(2)

(3)

(4)

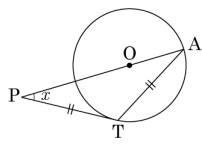
(5)

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

(1) $\angle ABC + \angle ADC = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$
(2) $\angle ADC = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$
 $\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$
(3) $\angle ABC = 180^\circ - 25^\circ - 40^\circ = 115^\circ$
 $\angle ABC + \angle ADC = 115^\circ + 105^\circ = 220^\circ \neq 180^\circ$
(4) $\angle ABC + \angle ADC = 47^\circ + 36^\circ = 83^\circ \neq 180^\circ$
(5) $\angle CBD = \angle CAD = 50^\circ$
따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 (1), (2), (5)의 3개이다.

14. 다음과 같이 원 O의 접선 $\overline{PT}$ 와 $\overline{AT}$ 가 같을 때, $4\angle x$ 의 크기는?



- ① 30° ② 60° ③ 90° ④ 120° ⑤ 150°

해설

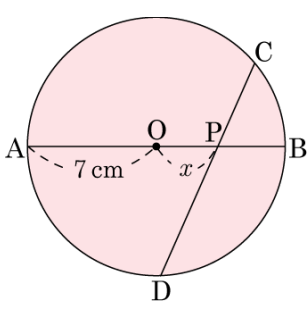
$$2\angle x + \angle x = 90^\circ$$

$$3\angle x = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 30^\circ$$

$$\therefore 4\angle x = 120^\circ$$

15. 다음 그림에서 $\overline{OA} = 7\text{cm}$, $\overline{PC} \cdot \overline{PD} = 45$ 일 때, $\overline{OP}$ 의 길이는?

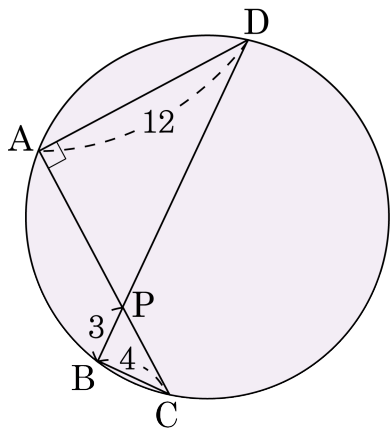


- ① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm ④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$\overline{PB} = 7 - x$, $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로
 $(7 + x)(7 - x) = 45 \quad \therefore x = 2$

16. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 12$, $\overline{BC} = 4$, $\overline{PB} = 3$ 이고, $\angle DAC = 90^\circ$ 일 때, $\overline{PA} \times \overline{PC}$ 의 값을 구하여라.



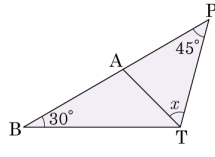
▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$\angle ADB = \angle BCA$,
 $\angle DAP = \angle DBC = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle PAD \sim \triangle PBC$ (AA 닮음)
 $\overline{PA} : \overline{PB} = \overline{AD} : \overline{BC}$
 $\overline{PA} : 3 = 12 : 4$
 $\therefore \overline{PA} = 9$
 $\overline{PC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$
 $\therefore \overline{PA} \times \overline{PC} = 9 \times 5 = 45$

17. 다음 그림에서 $\overline{BT}^2 = \overline{BA} \times \overline{BP}$ 가 성립할 때, $\angle x$ 의 크기는?

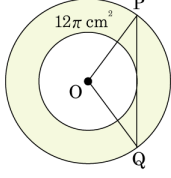


- ① 30° ② 35° ③ 40° ④ 55° ⑤ 60°

해설

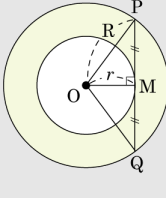
$\overline{BT}$ 가 세 점 A, P, T 를 지나는 원의 접선이므로 $\angle ATB = \angle APT = 45^\circ$
 $\triangle PTB$ 의 삼각형의 세 내각의 크기의 합 $\angle x + 45^\circ + 30^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ $\therefore \angle x = 60^\circ$

18. 다음 그림에서 두 동심원 사이의 넓이가 12π 이다. 작은 원에 접하는 큰 원의 현 PQ 의 길이를 구하면?



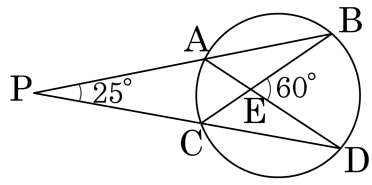
- ① $5\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설



큰 원과 작은 원의 반지름을 각각 R, r 이라 하면, (큰 원의 넓이)-(작은 원의 넓이)= 12π 이다.
 $\pi R^2 - \pi r^2 = 12\pi, \quad R^2 - r^2 = 12$
 또, 점 O 에서 현 PQ 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면, $\overline{PM}^2 = \overline{OP}^2 - \overline{OM}^2 = R^2 - r^2 = 12$
 $\therefore \overline{PM} = 2\sqrt{3}$
 $\therefore \overline{PQ} = 4\sqrt{3}$

19. 다음 그림에서 $\angle P = 25^\circ$, $\angle BED = 60^\circ$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



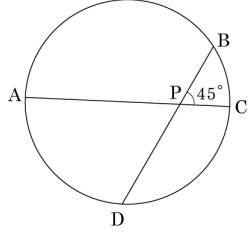
▶ 답: —

▶ 정답 : 17.5°

해설

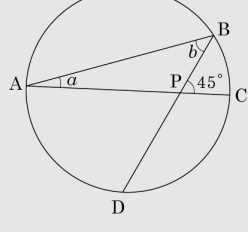
$\triangle AEB$ 에서
 $\angle ABC = x$ 라면
 $25^\circ + x + x = 60^\circ$
 $2x = 35^\circ \therefore x = 17.5^\circ$

20. 다음 그림의 원에서 두 현 AC, BD의 교점을 P라 하자. $\angle BPC = 45^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AD} + 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 길이는 이 원의 둘레의 길이의 몇 배인가?



- ① $\frac{1}{2}$ 배 ② $\frac{1}{3}$ 배 ③ $\frac{1}{4}$ 배 ④ $\frac{1}{5}$ 배 ⑤ $\frac{1}{8}$ 배

해설

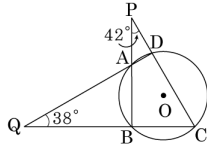


선분 AB를 긋고, $5.0\text{pt}\widehat{AD}$ 의 원주각을 a° , $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 원주각을 b° 라 하면 $a^\circ + b^\circ = 45^\circ$

$5.0\text{pt}\widehat{AD} + 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 원주각의 합이 45° 이므로 그들의 중심각의 합은 90° 이다.

따라서 원의 둘레는 호의 길이에 비례하므로 $90^\circ = 360^\circ \times \frac{1}{4}$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 □ABCD에서 $\overline{DA}$ 와 $\overline{CB}$ 의 연장선의 교점을 Q, $\overline{BA}$ 와 $\overline{CD}$ 의 연장선의 교점을 P라 하자. $\angle P = 42^\circ$, $\angle Q = 38^\circ$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?

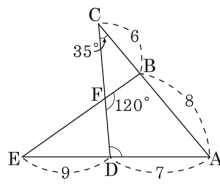


- ① 50° ② 52° ③ 54° ④ 56° ⑤ 58°

해설

$\angle BCD = x$ 라고 하면
 $\angle CBP = 180^\circ - 42^\circ - x = 138^\circ - x$
 $\angle QDC = 180^\circ - 38^\circ - x = 142^\circ - x$
 □ABCD가 원에 내접하므로
 $138^\circ - x + 142^\circ - x = 180^\circ - 2x = -100^\circ$
 $\therefore \angle x = 50^\circ$

- 22.** 다음 그림에서 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 7\text{cm}$, $\overline{DE} = 9\text{cm}$ 이고, $\angle BFD = 120^\circ$, $\angle FCB = 35^\circ$ 일 때, $\angle ADF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ○ —

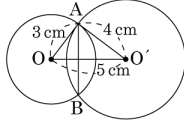
▶ 정답 : 95°

해설

$8 \times (8 + 6) = 7 \times (7 + 9)$ 이므로 네 점 B, C, E, D 는 한 원 위에 있다.
 $\angle BCF = \angle DEF = 35^\circ$ 이고 $\angle EFD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ 이므로

$\angle BCF = \angle DEF = 35^\circ$ 이고 $\angle EFD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ 이므로
 $\angle ADF = 35^\circ + 60^\circ = 95^\circ$ ($\because$ 외각) 이다.

23. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 3cm, 4cm 인 두 원이 두 점 A, B에서 만나고 중심 사이의 거리가 5cm 일 때, 공통현 AB의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4.8cm

해설

$\triangle OAO'$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{O'A}^2 = \overline{OO'}^2$ 이므로 $\angle A = 90^\circ$

점 A에서 $\overline{OO'}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\triangle AOO' = \frac{1}{2}\overline{OA} \times \overline{O'A} = \frac{1}{2}\overline{OO'} \times \overline{AH}$$

$$\text{즉, } \overline{OA} \times \overline{O'A} = \overline{OO'} \times \overline{AH}$$

$$3 \times 4 = 5\overline{AH}, \quad \overline{AH} = 2.4 \text{ (cm)}$$

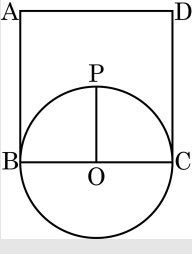
$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 4.8 \text{ (cm)}$$

24. 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 내부에 있는 한 점 P 가 $\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \leq 16$ 을 만족하면서 움직일 때, 점 P 가 움직이는 영역의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

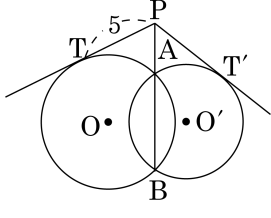
▷ 정답 : 2π

해설



$\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \leq 16 = \overline{BC}^2$ 이므로
 $\triangle PBC$ 는 $\angle P \geq 90^\circ$ 인 삼각형이다.
 따라서 P 가 움직이는 영역의 넓이는
 (반원 O 의 넓이) = $\frac{1}{2} \times 2^2 \times \pi = 2\pi$ 이다.

25. 다음 그림에서 $\overline{PT} = 5$ 일 때, $\overline{PA} \times \overline{PB} \times \overline{PT'}$ 의 값을 구하여라. (단, 두 점 T, T'은 두 원 O, O'의 접점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 125

해설

$$\begin{aligned} \overline{PT}^2 &= \overline{PA} \times \overline{PB} \\ \therefore \overline{PA} \times \overline{PB} &= 25 \\ \overline{PT'}^2 &= \overline{PA} \times \overline{PB} \\ \therefore \overline{PT'} &= 5 \\ \therefore \overline{PA} \times \overline{PB} \times \overline{PT'} &= 25 \times 5 = 125 \end{aligned}$$