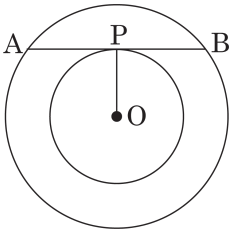


1. 다음은 점 O 를 원의 중심으로 하여 큰 원과 작은 원을 각각 그린 것이다. 원의 중심 O 에서 작은 원의 접선이고 큰 원의 현인 $\overline{AB}$ 를 그어 그 길이를 측정하려 한다. 작은 원의 반지름이 8 cm , 큰 원의 반지름이 12 cm 라고 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

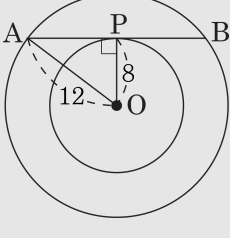


- ① $7\sqrt{5}$ cm ② $8\sqrt{5}$ cm ③ $9\sqrt{5}$ cm
 ④ $10\sqrt{5}$ cm ⑤ $11\sqrt{5}$ cm

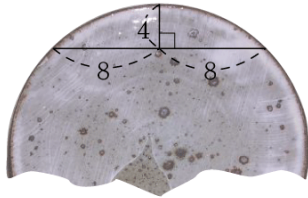
해설

$$\overline{PB} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

$$\overline{AB} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \text{ (cm)}$$



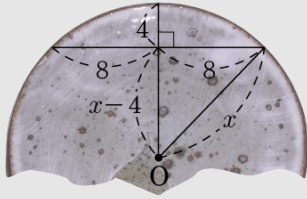
2. 원 모양의 토기 조각에서 다음 그림과 같이 크기를 측정하였다. 이 토기의 원래 크기의 넓이는?



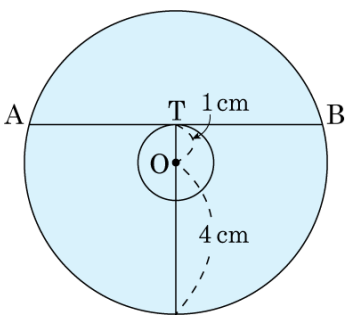
- ① 4π ② 36π ③ 64π ④ 100π ⑤ 144π

해설

반지름을 x 라 하면
 $x^2 = (x - 4)^2 + 8^2 \quad \therefore x = 10$



3. 다음 그림과 같이 원 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 4cm, 1cm 인 두 원이 있다. 작은 원에 접하는 $\overline{AB}$ 의 길이는?

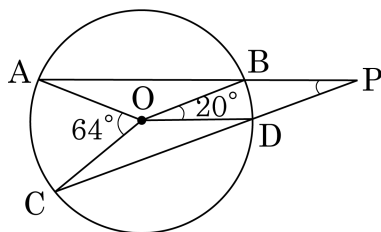


- ① $2\sqrt{11}$ cm ② $4\sqrt{3}$ cm ③ $2\sqrt{13}$ cm
 ④ $2\sqrt{14}$ cm ⑤ $2\sqrt{15}$ cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{OA} &= 4 \text{ cm}, \overline{OT} = 1 \text{ cm} \\ \overline{AT} &= \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15} (\text{cm}) \\ \therefore \overline{AB} &= 2\overline{AT} = 2\sqrt{15} (\text{cm}) \end{aligned}$$

4. 다음 그림에서 점 P 는 원 O 의 현 AB, CD 의 연장선이 만나는 점이다. $\angle BPD$ 의 크기를 구하여라.



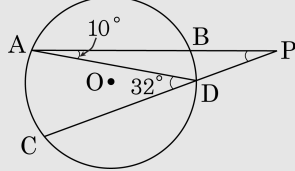
▶ 답: 1

▶ 정답 : 22 _

해설

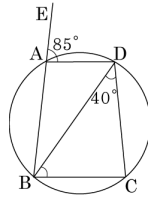
$$\begin{aligned}\angle ADC &= \frac{1}{2}\angle AOC = 32^\circ \\ \angle BAD &= \frac{1}{2}\angle BOD = 10^\circ\end{aligned}$$

$$\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BOD = 10^\circ$$



$$\therefore \angle \text{BPD} = 32^\circ - 10^\circ = 22^\circ$$

5. 다음 그림에서 $\angle EAD = 85^\circ$, $\angle BDC = 40^\circ$ 일 때, $\angle DBC$ 의 크기를 구하면?



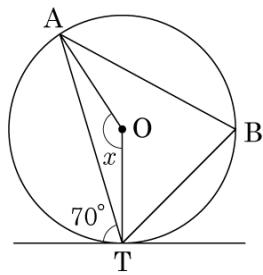
- ① 50° ② 55° ③ 60° ④ 65° ⑤ 70°

해설

$\angle EAD = \angle DCB$
 $\therefore \angle DCB = 85^\circ$
 $\therefore \angle DBC = 180^\circ - 40^\circ - 85^\circ = 55^\circ$

6. 다음 그림에서 점 T가 원 O의 접점일 때, $\angle x$ 의 크기는?

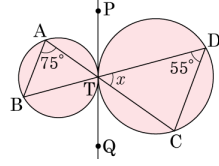
- ① 110° ② 120° ③ 130°
 ④ 140° ⑤ 150°



해설

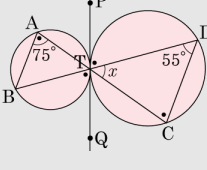
$$\begin{aligned}\angle ABT &= 70^\circ \\ \angle AOT &= 2\angle ABT \\ \therefore x &= 140^\circ\end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 두 원이 점 T에서 서로 접하고 $\angle BAT = 75^\circ$, $\angle CDT = 55^\circ$ 일 때, $\angle CTD$ 의 크기는?



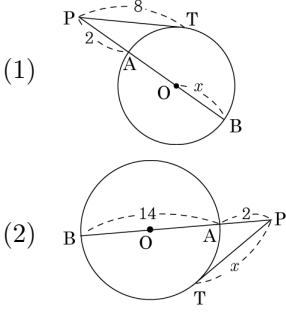
- ① 45° ② 50° ③ 55° ④ 65° ⑤ 75°

해설



접선과 현이 이루는 각의 성질과 맞꼭지각의 성질에 따라
 $\angle DCT = 75^\circ$, $\triangle DCT$ 에서 $\therefore x = 180^\circ - 75^\circ - 55^\circ = 50^\circ$

8. 다음 그림에서 PT 는 원의 접선이고, 점 T 는 접점이다. 이 때, x 의 값으로 적절하 것끼리 짝지어진 것은?



- ① (1) 13, (2) $2\sqrt{2}$

③ (1) 14, (2) $3\sqrt{2}$

② (1) 13, (2) $3\sqrt{2}$

④ (1) 14, (2) $4\sqrt{2}$

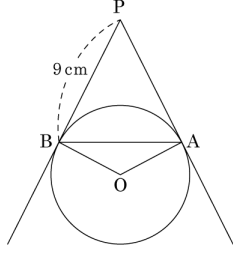
⑤ (1) 15, (2) $4\sqrt{2}$

해설

(1) $8^2 = 2(2 + 2x), 64 = 4 + 4x$
 $4x = 60$
 $\therefore x = 15$

(2) $x^2 = 2 \times 16, x^2 = 32$
 $\therefore x = 4\sqrt{2} (\because x > 0)$

9. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB는 원 O의 접선이고 점 A, B는 접점이다. $\angle AOB = 120^\circ$ 일 때, 원 O의 넓이는?

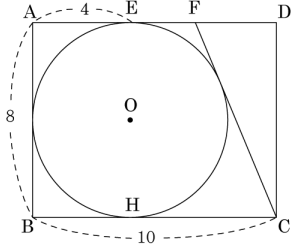


- ① $16\pi\text{cm}^2$ ② $24\pi\text{cm}^2$ ③ $27\pi\text{cm}^2$
 ④ 27cm^2 ⑤ $44\pi\text{cm}^2$

해설

$\angle APB + \angle AOB = 180^\circ$ 이므로 $\angle APB = 60^\circ$ 이다.
 $\overline{PO}$ 를 그으면 $\triangle PBO$ 는 직각삼각형의 특수각의 비에 의하여
 $\overline{BO} = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.
 따라서 원의 넓이는 $\pi(3\sqrt{3})^2 = 27\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

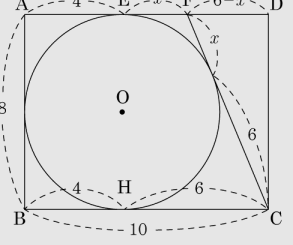
10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.
 $\overline{CF}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{CF} = \frac{b}{a}$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
 (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

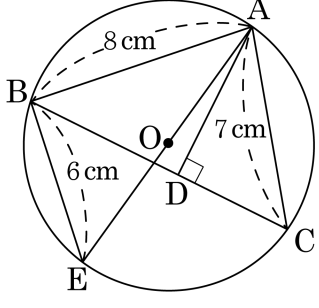
▷ 정답 : 29

해설



피타고라스 정리에 의해
 $\overline{CF}^2 = \overline{DF}^2 + \overline{CD}^2$
 $(x + 6)^2 = (6 - x)^2 + 8^2$
 $\therefore x = \frac{8}{3}$
 따라서 $\overline{CF} = \frac{26}{3}$

11. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고 $\overline{AE}$ 는 원 O의 지름이다. $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이고 길이가 다음과 같을 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



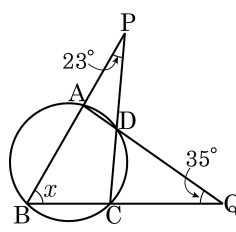
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5.6 cm

해설

$\overline{AE}$ 가 지름이므로 $\angle ABE = 90^\circ$
 $\triangle ABE$ 는 직각삼각형이므로
 $\overline{AE} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10(\text{cm})$ 이다.
또한, 호 AB에 대한 원주각의 크기가 같으므로
 $\angle BEA = \angle ACB$ 이다.
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADC$ (AA 닮음)
 $\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{AB} : \overline{AD}$ 에서
 $10 : 7 = 8 : \overline{AD}$
 $\therefore \overline{AD} = 5.6(\text{cm})$

12. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 $\angle BPC = 23^\circ$, $\angle BQA = 35^\circ$, $\angle ABC = x$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



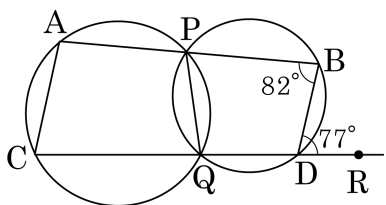
▶ 답: 1

▶ 정답 : 61°

해설

$\angle ABC = x^\circ$ 라 하면 $\angle PCQ = x^\circ + 23^\circ$, $\angle PBC = \angle CDQ = x^\circ$ 이고, $\triangle DCQ$ 의 세 내각의 합은 $x^\circ + (x^\circ + 23^\circ) + 35^\circ = 180^\circ$ 따라서 $\angle x = 61^\circ$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\angle B = 82^\circ$, $\angle BDR = 77^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $^\circ$

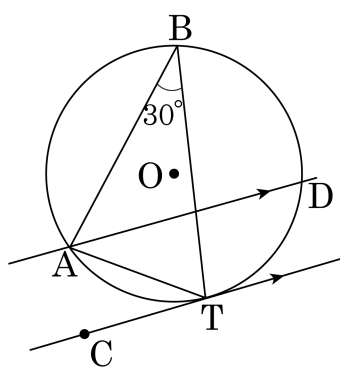
▷ 정답 : 98°

해설

$$\angle CQP = 82^\circ$$

$$\angle CAP = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$$

14. 다음 그림에서 원 O의 현 AD와 접선 CT는 평행하고 $\angle ABT = 30^\circ$ 일 때, $\angle TAD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 30°

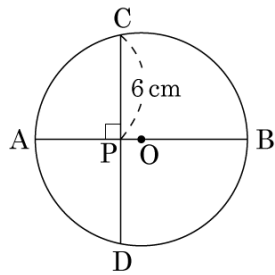
해설

$$\angle ATC = \angle ABT = 30^\circ$$

 $\overline{AD} \parallel \overline{CT}$ 이므로

$$\angle ATC = \angle TAD = 30^\circ (\text{엇각})$$

15. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{CP} = 6\text{cm}$ 이고, $AB \perp CD$, $\overline{AP} : \overline{PB} = 2 : 3$ 일 때, $\overline{PB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{6}$ cm

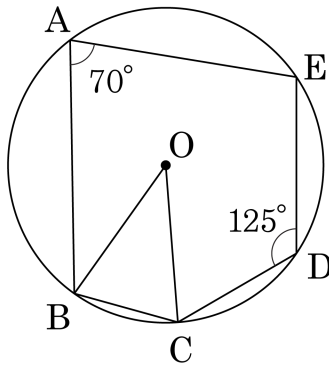
해설

$\overline{AP} = 2R, \overline{BP} = 3R$ 라 하면

$$2R \times 3R = 6 \times 6, 6R^2 = 36, R = \sqrt{6} (\because R > 0)$$

$$\therefore \overline{PB} = 3R = 3\sqrt{6}(\text{cm})$$

16. 다음 그림과 같이 오각형 ABCDE 가 원 O 에 내접할 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ○ —

▶ 정답 : 30°

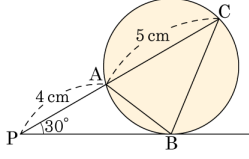
해설

점 B 와 점 D 를 이으면 $\angle BDE = 110^\circ$

$\angle BDC = 15^\circ$ 이므로

$$\angle BOC = 15^\circ \times 2 = 30^\circ$$

17. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PB}$ 는 원의 접선이고, $\angle BPC = 30^\circ$ 이다. $\overline{PA} = 4\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle PBA$ 의 넓이는?

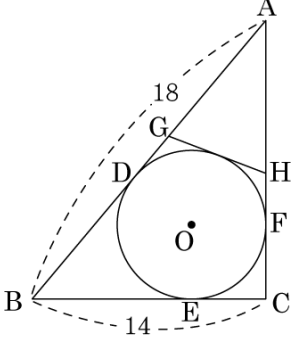


- ① 5cm^2 ② $5\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ 6cm^2
 ④ $6\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $7\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

할선과 접선의 관계에서
 $\overline{PB}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PC} = 4 \times (4 + 5) = 36$
 $\therefore \overline{PB} = 6(\text{cm})$ 점 A에서 $\overline{PB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면
 $\overline{PA} : \overline{AH} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{AH} = 2(\text{cm})$
 $\therefore \triangle PBA = \frac{1}{2} \times \overline{PB} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 14$, $\triangle AGH$ 의 둘레의 길이가 20일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

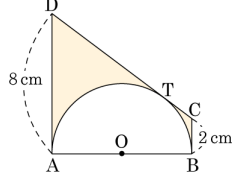


- ① 10 ② 12 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

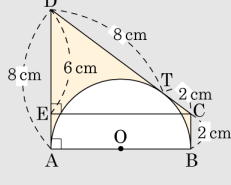
접선의 성질에 따라 $\overline{AD} = \overline{AF}$
 $\triangle AGH$ 의 둘레는 $\overline{AD} + \overline{AF} = 2 \times \overline{AD}$
 $\triangle AGH$ 의 둘레가 20이므로 $\overline{AD} = \overline{AF} = 10$
 $\therefore \overline{BD} = \overline{BE} = 8$, $\overline{EC} = \overline{CF} = 6$
 $\therefore \overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10 + 6 = 16$

19. 다음 그림과 같이 반원의 호 AB 위의 한 점 T를 지나는 접선이 지름 AB의 양 끝점에서 그은 접선과 만나는 점을 각각 D, C라 할 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $(40 - 8\pi)\text{cm}^2$ ② $(40 + 8\pi)\text{cm}^2$ ③ $(80 - 8\pi)\text{cm}^2$
 ④ $(40 - 4\pi)\text{cm}^2$ ⑤ $(80 - 16\pi)\text{cm}^2$

해설



색칠한 부분의 넓이는 $\square ABCD$ 에서 반원의 넓이를 뺀 것과 같다.

그림에서 $\overline{DC} = 10\text{ cm}$, $\overline{DE} = 6\text{ cm}$ 이므로 $\overline{CE} = 8\text{ cm}$

따라서 $\square ABCD = (8 + 2) \times 8 \times \frac{1}{2} = 40(\text{cm})$

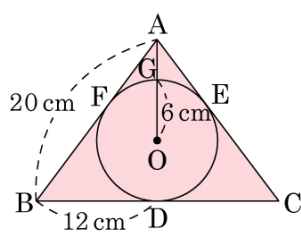
$\overline{AB} = \overline{CE} = 8\text{ cm}$ 이므로 반원의 반지름은 4 cm

따라서 (반원의 넓이) $= \pi \times 4^2 \times \frac{1}{2} = 8\pi(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $= (40 - 8\pi)\text{cm}^2$

20. 다음 그림에서 원 O는 반지름의 길이가 6cm 인 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\overline{AB} = 20\text{cm}$, $\overline{BD} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AG}$ 의 길이는? (단, 점 D, E, F는 접점)

- ① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm
 ④ 6 cm ⑤ 7 cm



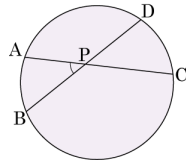
해설

$\overline{BF} = \overline{BD} = 12\text{ cm}$ 이므로 $\overline{AF} = 8\text{ cm}$, $\overline{OF} = 6\text{ cm}$

$\triangle AOF$ 에서 $\overline{AO} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\text{ cm}$

$\therefore \overline{AG} = 10 - 6 = 4\text{ cm}$

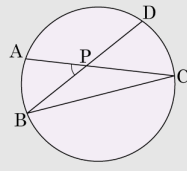
21. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 의 길이는 원주의 $\frac{1}{5}$ 이고, $5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 의 길이는 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 의 $\frac{19}{18}$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▷ 정답 : 74°

해설



$5.0\text{pt}\widehat{\text{AB}}$ 는 원둘레의 $\frac{1}{5}$ 이므로

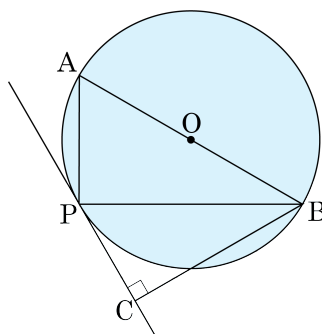
$$\angle ACB = \frac{1}{2} \times 360^\circ \times \frac{1}{5} = 36^\circ$$

$$5.0\text{pt}\widehat{\text{CD}} \approx 5.0\text{pt}\widehat{\text{AB}} \text{ 의 } \frac{19}{18} \text{ 이므로}$$

$$\angle CBD = \angle ACB \times \frac{19}{18} = 36^\circ \times \frac{19}{18} = 38^\circ$$

$$\angle APB = \angle ACB + \angle CBD = 36^\circ + 38^\circ = 74^\circ$$

- 22.** 다음 그림에서 점 P 는 반지름이 5 인 원 O 의 접점이고, $\overline{BC} \perp \overline{PC}$, $\overline{BP} = 4\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

$$\triangle APB \sim \triangle PCB$$

$$\overline{AB} : \overline{BP} = \overline{BP} : \overline{BC}$$

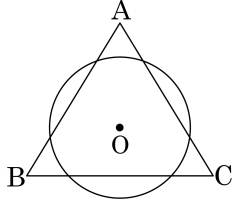
$$\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{BP}^2, 10 \times \overline{BC} = (4\sqrt{5})^2$$

$$\therefore \overline{BC} = 8$$

$$\overline{PC} = \sqrt{\overline{BP}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{80 - 64} = 4$$

$$\therefore \Delta PBC = \frac{1}{2} \times \overline{PC} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$$

23. 다음 그림과 같이 원 O는 정삼각형 ABC의 각 변의 육등분점 중 꼭짓점 A, B, C에 가장 가까운 점들과 만난다. 정삼각형 ABC의 넓이가 $4\sqrt{3}$ 일 때, 원의 중심 O에서 삼각형의 각 변에 이르는 거리의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

그림과 같이 원의 중심 O에서 삼각형 ABC에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G라 하면 구하고자 하는 값은 $\overline{OE} + \overline{OF} + \overline{OG}$ 의 값과 같다.

그런데 원 O는 정삼각형 ABC의 각 변의 육등분점 중 꼭짓점 A, B, C에 가장 가까운 점들과 만나므로 정삼각형 ABC에 의해 만들어지는 현의 길이는 모두 같다.

따라서 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$, $\overline{OG}$ 의 길이는 모두 같다.

정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 a 라 하면 넓이가 $4\sqrt{3}$ 이므로

$$a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{3}, a^2 = 16$$

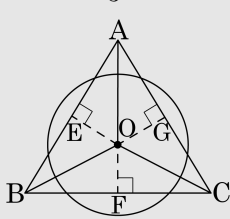
$$\therefore a = 4 (\because a > 0)$$

이때 $\overline{OE} = x$ 라 하면

$$\triangle ABC = \triangle AOB + \triangle AOC + \triangle BOC \text{ 이므로}$$

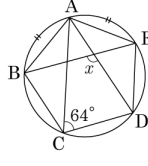
$$x \times 4 \times \frac{1}{2} \times 3 = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



따라서 원의 중심 O에서 삼각형의 각 변에 이르는 거리의 합은 $2\sqrt{3}$ 이다.

24. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AE}$ 이고 $\angle ACD = 64^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



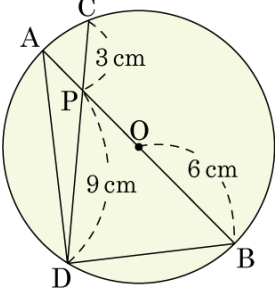
▶ 답 : °

▷ 정답 : 116 °

해설

□ACDE 에서
 $\angle AED = 180^\circ - \angle ACD = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$ 이다.
 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AE}$ 이므로
 $\angle ABE = \angle BCA = \angle ADE = \angle BEA = \angle y$ 라 하면
 $\angle BED = 116^\circ - \angle y$ 이다.
따라서 $\angle x = \angle BED + \angle ADE = 116^\circ - \angle y + \angle y = 116^\circ$ 이다.

25. 다음 그림에서 원 O의 지름 AB와 현 CD의 교점을 P라 한다. $\overline{OB} = 6\text{cm}$, $\overline{PC} = 3\text{cm}$, $\overline{PD} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD} = a$, $\overline{BD} = b$, $\overline{PO} = x$, $x = b - a$ 일 때, $2ab$ 를 구하면?



- ① -135 ② 125 ③ 130 ④ 135 ⑤ 144

해설

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 이므로
따라서 $(6 - x)(6 + x) = 3 \times 9$
 $36 - x^2 = 27$, $x^2 = 9$
 $\therefore x = b - a = 3$ (cm) ($\because x > 0$)
 $\angle ADB = 90^\circ$ 이므로
 $a^2 + b^2 = 12^2$
 $b - a = 3$ 의 양변을 제곱하면
 $(b - a)^2 = 3^2$
 $a^2 - 2ab + b^2 = 9$
 $144 - 2ab = 9$ ($\because a^2 + b^2 = 144$)
 $-2ab = -135$
 $\therefore 2ab = 135$