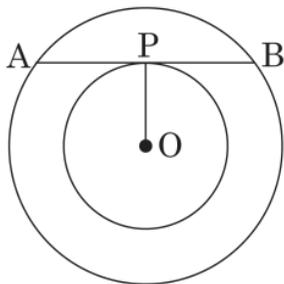


1. 다음은 점  $O$  를 원의 중심으로 하여 큰 원과 작은 원을 각각 그린 것이다. 원의 중심  $O$  에서 작은 원의 접선이고 큰 원의 현인  $\overline{AB}$  를 그어 그 길이를 측정하려 한다. 작은 원의 반지름이  $8\text{ cm}$ , 큰 원의 반지름이  $12\text{ cm}$  라고 할 때,  $\overline{AB}$  의 길이는?



①  $7\sqrt{5}\text{ cm}$

②  $8\sqrt{5}\text{ cm}$

③  $9\sqrt{5}\text{ cm}$

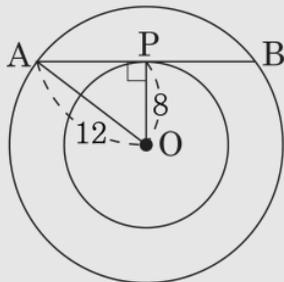
④  $10\sqrt{5}\text{ cm}$

⑤  $11\sqrt{5}\text{ cm}$

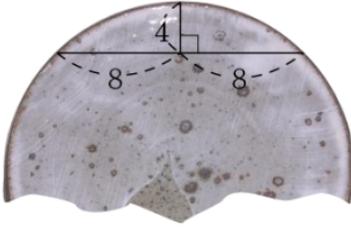
해설

$$\overline{PB} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

$$\overline{AB} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \text{ (cm)}$$



2. 원 모양의 토기 조각에서 다음 그림과 같이 크기를 측정하였다. 이 토기의 원래 크기의 넓이는?



①  $4\pi$

②  $36\pi$

③  $64\pi$

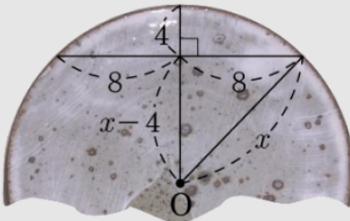
④  $100\pi$

⑤  $144\pi$

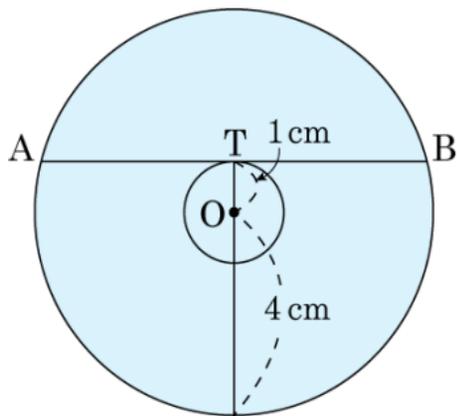
해설

반지름을  $x$  라 하면

$$x^2 = (x-4)^2 + 8^2 \quad \therefore x = 10$$



3. 다음 그림과 같이 원 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 4cm, 1cm 인 두 원이 있다. 작은 원에 접하는  $\overline{AB}$  의 길이는?



- ①  $2\sqrt{11}$  cm                      ②  $4\sqrt{3}$  cm                      ③  $2\sqrt{13}$  cm  
 ④  $2\sqrt{14}$  cm                      ⑤  $2\sqrt{15}$  cm

해설

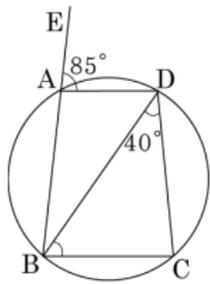
$$\overline{OA} = 4 \text{ cm}, \overline{OT} = 1 \text{ cm}$$

$$\overline{AT} = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15} (\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AT} = 2\sqrt{15} (\text{cm})$$



5. 다음 그림에서  $\angle EAD = 85^\circ$ ,  $\angle BDC = 40^\circ$  일 때,  $\angle DBC$  의 크기를 구하면?



①  $50^\circ$

②  $55^\circ$

③  $60^\circ$

④  $65^\circ$

⑤  $70^\circ$

해설

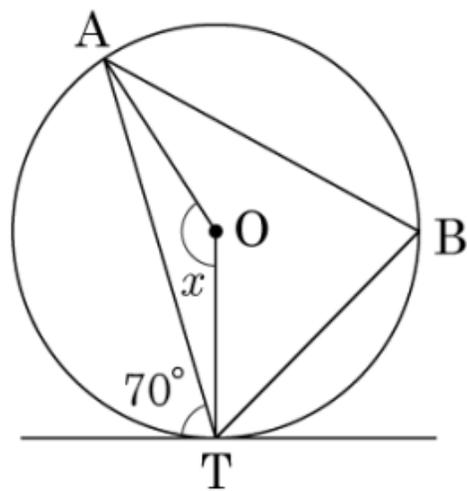
$$\angle EAD = \angle DCB$$

$$\therefore \angle DCB = 85^\circ$$

$$\therefore \angle DBC = 180^\circ - 40^\circ - 85^\circ = 55^\circ$$

6. 다음 그림에서 점 T가 원 O의 접점일 때,  
 $\angle x$ 의 크기는?

- ①  $110^\circ$       ②  $120^\circ$       ③  $130^\circ$   
④  $140^\circ$       ⑤  $150^\circ$



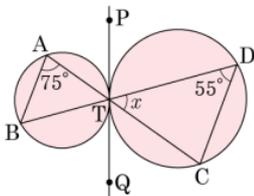
해설

$$\angle ABT = 70^\circ$$

$$\angle AOT = 2\angle ABT$$

$$\therefore x = 140^\circ$$

7. 다음 그림에서 두 원이 점 T에서 서로 접하고  $\angle BAT = 75^\circ$ ,  $\angle CDT = 55^\circ$  일 때,  $\angle CTD$  의 크기는?



①  $45^\circ$

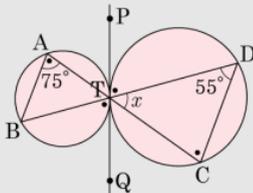
②  $50^\circ$

③  $55^\circ$

④  $65^\circ$

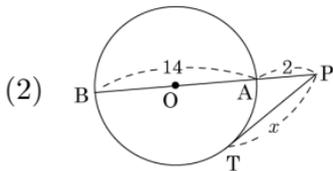
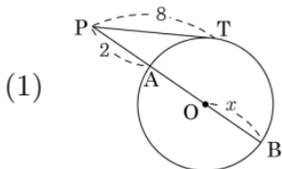
⑤  $75^\circ$

해설



접선과 현이 이루는 각의 성질과 맞꼭지각의 성질에 따라  $\angle DCT = 75^\circ$ ,  $\triangle DCT$  에서  $\therefore x = 180^\circ - 75^\circ - 55^\circ = 50^\circ$

8. 다음 그림에서  $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, 점 T는 접점이다. 이 때,  $x$ 의 값으로 적절한 것끼리 짝지어진 것은?



- ① (1) 13, (2)  $2\sqrt{2}$                       ② (1) 13, (2)  $3\sqrt{2}$   
 ③ (1) 14, (2)  $3\sqrt{2}$                       ④ (1) 14, (2)  $4\sqrt{2}$   
 ⑤ (1) 15, (2)  $4\sqrt{2}$

해설

$$(1) 8^2 = 2(2 + 2x), 64 = 4 + 4x$$

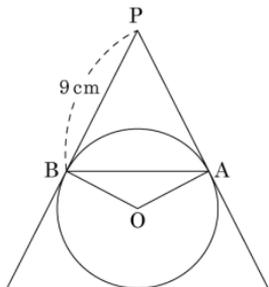
$$4x = 60$$

$$\therefore x = 15$$

$$(2) x^2 = 2 \times 16, x^2 = 32$$

$$\therefore x = 4\sqrt{2} (\because x > 0)$$

9. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다.  $\angle AOB = 120^\circ$  일 때, 원 O 의 넓이는?



①  $16\pi\text{cm}^2$

②  $24\pi\text{cm}^2$

③  $27\pi\text{cm}^2$

④  $27\text{cm}^2$

⑤  $44\pi\text{cm}^2$

해설

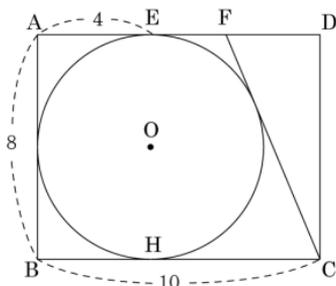
$\angle APB + \angle AOB = 180^\circ$  이므로  $\angle APB = 60^\circ$  이다.

$\overline{PO}$  를 그으면  $\triangle PBO$  는 직각삼각형의 특수각의 비에 의하여

$$\overline{BO} = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

따라서 원의 넓이는  $\pi(3\sqrt{3})^2 = 27\pi(\text{cm}^2)$  이다.

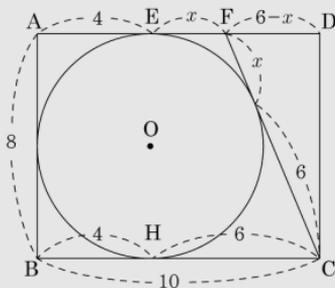
10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.  
 $\overline{CF}$  가 원 O 의 접선일 때,  $\overline{CF} = \frac{b}{a}$  라 할 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.  
 (단,  $a, b$  는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설



피타고라스 정리에 의해

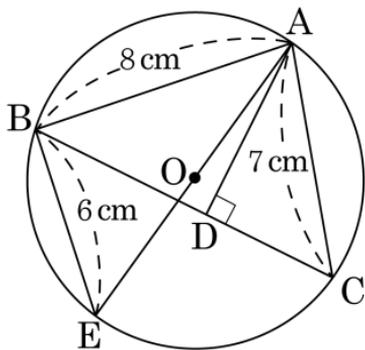
$$\overline{CF}^2 = \overline{DF}^2 + \overline{CD}^2$$

$$(x + 6)^2 = (6 - x)^2 + 8^2$$

$$\therefore x = \frac{8}{3}$$

$$\text{따라서 } \overline{CF} = \frac{26}{3}$$

11. 다음 그림에서 원  $O$  는  $\triangle ABC$  의 외접원이고  $\overline{AE}$  는 원  $O$  의 지름이다.  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$  이고 길이가 다음과 같을 때,  $\overline{AD}$  의 길이를 구하여라.



▶ 답 :            cm

▷ 정답 : 5.6 cm

### 해설

$\overline{AE}$ 가 지름이므로  $\angle ABE = 90^\circ$

$\triangle ABE$  는 직각삼각형이므로

$\overline{AE} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10(\text{cm})$  이다.

또한, 호  $AB$ 에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\angle BEA = \angle ACB$ 이다.

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADC$  (AA 닮음)

$\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{AB} : \overline{AD}$  에서

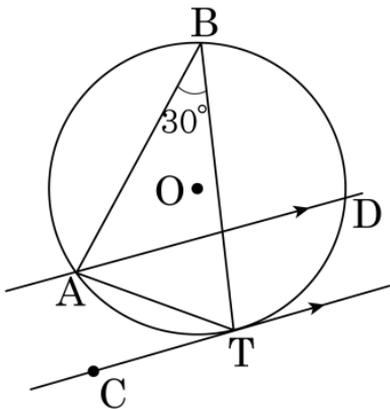
$10 : 7 = 8 : \overline{AD}$

$\therefore \overline{AD} = 5.6(\text{cm})$





14. 다음 그림에서 원 O의 현 AD와 접선 CT는 평행하고  $\angle ABT = 30^\circ$ 일 때,  $\angle TAD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :  $\quad \quad \quad \circ$

▷ 정답 :  $30^\circ$

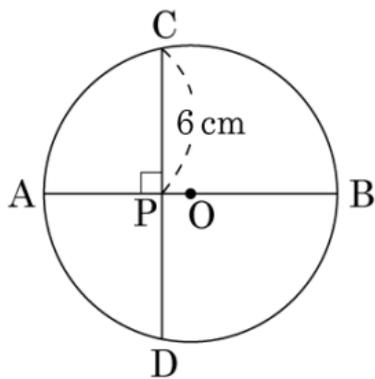
해설

$$\angle ATC = \angle ABT = 30^\circ$$

$\overline{AD} \parallel \overline{CT}$  이므로

$$\angle ATC = \angle TAD = 30^\circ (\text{엇각})$$

15. 다음 그림의 원 O 에서  $\overline{CP} = 6\text{cm}$ 이고,  $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ,  $\overline{AP} : \overline{PB} = 2 : 3$  일 때,  $\overline{PB}$  의 길이를 구하여라.



▶ 답:          cm

▶ 정답:  $3\sqrt{6}$  cm

해설

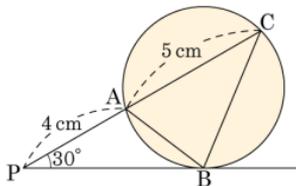
$\overline{AP} = 2R$ ,  $\overline{BP} = 3R$ 라 하면

$$2R \times 3R = 6 \times 6, 6R^2 = 36, R = \sqrt{6} (\because R > 0)$$

$$\therefore \overline{PB} = 3R = 3\sqrt{6} (\text{cm})$$



17. 다음 그림에서  $\overrightarrow{PB}$ 는 원의 접선이고,  $\angle BPC = 30^\circ$  이다.  $\overline{PA} = 4\text{cm}$ ,  $\overline{AC} = 5\text{cm}$  일 때,  $\triangle PBA$ 의 넓이는?



①  $5\text{cm}^2$

②  $5\sqrt{2}\text{cm}^2$

③  $6\text{cm}^2$

④  $6\sqrt{2}\text{cm}^2$

⑤  $7\sqrt{2}\text{cm}^2$

### 해설

할선과 접선의 관계에서

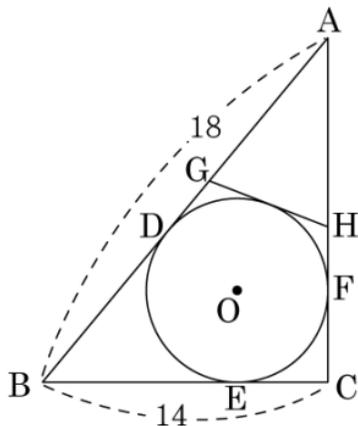
$$\overline{PB}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PC} = 4 \times (4 + 5) = 36$$

$\therefore \overline{PB} = 6(\text{cm})$  점 A에서  $\overline{PB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{PA} : \overline{AH} = 2 : 1$  이므로  $\overline{AH} = 2(\text{cm})$

$$\therefore \triangle PBA = \frac{1}{2} \times \overline{PB} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6(\text{cm}^2)$$

18. 다음 그림에서 원  $O$  는  $\triangle ABC$  의 내접원이고, 세 점  $D, E, F$  는 접점이다.  $\overline{AB} = 18, \overline{BC} = 14, \triangle AGH$  의 둘레의 길이가 20 일 때,  $\overline{AC}$  의 길이는?



① 10

② 12

③ 16

④ 17

⑤ 18

### 해설

접선의 성질에 따라  $\overline{AD} = \overline{AF}$

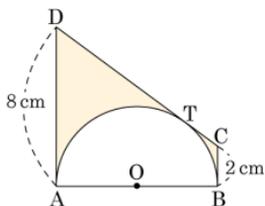
$\triangle AGH$  의 둘레는  $\overline{AD} + \overline{AF} = 2 \times \overline{AD}$

$\triangle AGH$  의 둘레가 20 이므로  $\overline{AD} = \overline{AF} = 10$

$\therefore \overline{BD} = \overline{BE} = 8, \overline{EC} = \overline{CF} = 6$

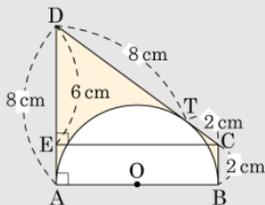
$\therefore \overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10 + 6 = 16$

19. 다음 그림과 같이 반원의 호 AB 위의 한 점 T 를 지나는 접선이 지름 AB 의 양 끝점에서 그은 접선과 만나는 점을 각각 D, C 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ①  $(40 - 8\pi)\text{cm}^2$       ②  $(40 + 8\pi)\text{cm}^2$       ③  $(80 - 8\pi)\text{cm}^2$   
 ④  $(40 - 4\pi)\text{cm}^2$       ⑤  $(80 - 16\pi)\text{cm}^2$

해설



색칠한 부분의 넓이는  $\square ABCD$  에서 반원의 넓이를 뺀 것과 같다.

그림에서  $\overline{DC} = 10\text{ cm}$ ,  $\overline{DE} = 6\text{ cm}$  이므로  $\overline{CE} = 8\text{ cm}$

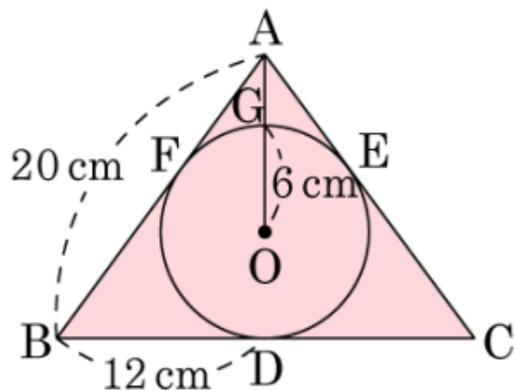
$$\text{따라서 } \square ABCD = (8 + 2) \times 8 \times \frac{1}{2} = 40(\text{cm}^2)$$

$\overline{AB} = \overline{CE} = 8\text{ cm}$  이므로 반원의 반지름은  $4\text{ cm}$

$$\text{따라서 (반원의 넓이)} = \pi \times 4^2 \times \frac{1}{2} = 8\pi(\text{cm}^2)$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = (40 - 8\pi)\text{cm}^2$$

20. 다음 그림에서 원 O는 반지름의 길이가 6cm 인  $\triangle ABC$ 의 내접원이고,  $\overline{AB} = 20\text{cm}$ ,  $\overline{BD} = 12\text{cm}$  일 때,  $\overline{AG}$ 의 길이는? (단, 점 D, E, F는 접점)



- ① 3 cm    ② 4 cm    ③ 5 cm  
 ④ 6 cm    ⑤ 7 cm

### 해설

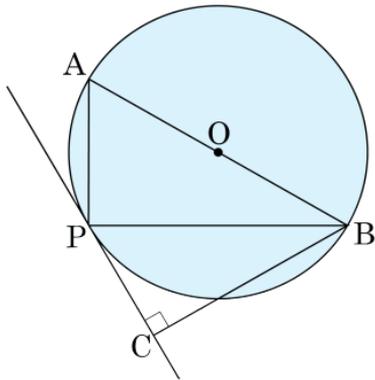
$\overline{BF} = \overline{BD} = 12\text{cm}$  이므로  $\overline{AF} = 8\text{cm}$ ,  $\overline{OF} = 6\text{cm}$

$\triangle AOF$ 에서  $\overline{AO} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\text{cm}$

$\therefore \overline{AG} = 10 - 6 = 4\text{cm}$



22. 다음 그림에서 점 P는 반지름이 5인 원 O의 접점이고,  $\overline{BC} \perp \overline{PC}$ ,  $\overline{BP} = 4\sqrt{5}$ 일 때,  $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\triangle APB \sim \triangle PCB$$

$$\overline{AB} : \overline{BP} = \overline{BP} : \overline{BC}$$

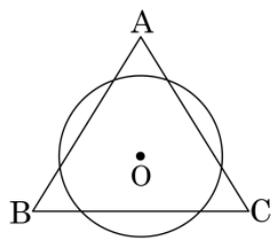
$$\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{BP}^2, 10 \times \overline{BC} = (4\sqrt{5})^2$$

$$\therefore \overline{BC} = 8$$

$$\overline{PC} = \sqrt{\overline{BP}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{80 - 64} = 4$$

$$\therefore \triangle PBC = \frac{1}{2} \times \overline{PC} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$$

23. 다음 그림과 같이 원 O는 정삼각형 ABC의 각 변의 육등분점 중 꼭짓점 A, B, C에 가장 가까운 점들과 만난다. 정삼각형 ABC의 넓이가  $4\sqrt{3}$  일 때, 원의 중심 O에서 삼각형의 각 변에 이르는 거리의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 :  $2\sqrt{3}$

### 해설

그림과 같이 원의 중심 O에서 삼각형 ABC에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G라 하면 구하고자 하는 값은  $\overline{OE} + \overline{OF} + \overline{OG}$ 의 값과 같다.

그런데 원 O는 정삼각형 ABC의 각 변의 육등분점 중 꼭짓점 A, B, C에 가장 가까운 점들과 만나므로 정삼각형 ABC에 의해 만들어지는 현의 길이는 모두 같다.

따라서  $\overline{OE}$ ,  $\overline{OF}$ ,  $\overline{OG}$ 의 길이는 모두 같다.

정삼각형 ABC의 한 변의 길이를  $a$ 라 하면 넓이가  $4\sqrt{3}$ 이므로

$$a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{3}, a^2 = 16$$

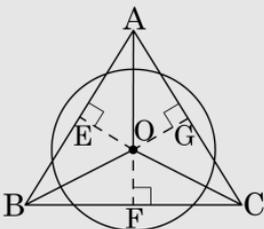
$$\therefore a = 4 (\because a > 0)$$

이때  $\overline{OE} = x$ 라 하면

$\triangle ABC = \triangle AOB + \triangle AOC + \triangle BOC$  이므로

$$x \times 4 \times \frac{1}{2} \times 3 = 4\sqrt{3}$$

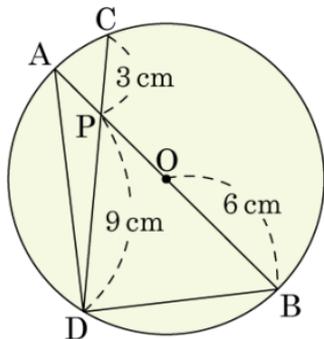
$$\therefore x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



따라서 원의 중심 O에서 삼각형의 각 변에 이르는 거리의 합은  $2\sqrt{3}$ 이다.



25. 다음 그림에서 원 O의 지름 AB와 현 CD의 교점을 P라 한다.  $\overline{OB} = 6\text{cm}$ ,  $\overline{PC} = 3\text{cm}$ ,  $\overline{PD} = 9\text{cm}$  일 때,  $\overline{AD} = a$ ,  $\overline{BD} = b$ ,  $\overline{PO} = x$ ,  $x = b - a$  일 때,  $2ab$ 를 구하면?



① -135

② 125

③ 130

④ 135

⑤ 144

해설

$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD} \text{ 이므로}$$

$$\text{따라서 } (6 - x)(6 + x) = 3 \times 9$$

$$36 - x^2 = 27, x^2 = 9$$

$$\therefore x = b - a = 3 \text{ (cm)} \text{ } (\because x > 0)$$

$$\angle ADB = 90^\circ \text{ 이므로}$$

$$a^2 + b^2 = 12^2$$

$b - a = 3$ 의 양변을 제곱하면

$$(b - a)^2 = 3^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 9$$

$$144 - 2ab = 9 \text{ } (\because a^2 + b^2 = 144)$$

$$-2ab = -135$$

$$\therefore 2ab = 135$$