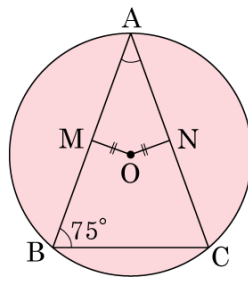


1. 다음 그림에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle B = 75^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?



- ① 25° ② 30° ③ 45° ④ 50° ⑤ 65°

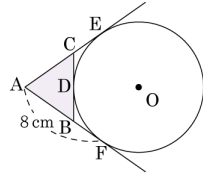
해설

원의 중심에서 현에 이르는 거리가 같으면 현의 길이는 같다.
따라서, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle A + 75^\circ \times 2 = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ$$

2. 다음 그림에서 세 점 D, E, F 는 원 O 의 접점일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



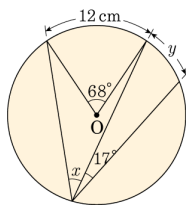
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

$\overline{AE} = \overline{AF}$, $\triangle ABC$ 의 둘레 $= \overline{AE} + \overline{AF} = 2\overline{AF}$
 $\therefore \triangle ABC$ 의 둘레 $= 2 \times 8 = 16(\text{cm})$

3. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



- ① 30 ② 34 ③ 36 ④ 40 ⑤ 44

해설

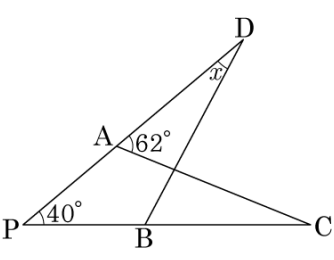
$$x = 68 \times \frac{1}{2} = 34 \quad \therefore x = 34^\circ$$

$$x : 17 = 34 : 17 = 12 : y \quad \therefore y = 6$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 34 + 6 = 40^\circ$$

4. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있기 위한 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

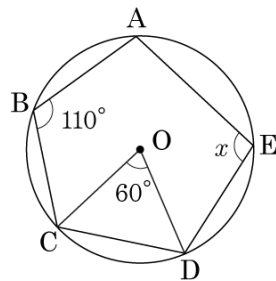
- ① 21° ② 22° ③ 23°
④ 24° ⑤ 25°



해설

$\angle APC + \angle ACP = \angle DAC$
 $40^\circ + \angle ACP = 62^\circ$
 $\therefore \angle ACP = 22^\circ$
5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각은 같아야 하므로
 $\angle x = 22^\circ$

6. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 오각형 $ABCDE$ 에서 $\angle ABC = 110^\circ$, $\angle COD = 60^\circ$, $\angle AED = x^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

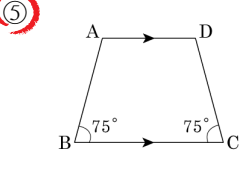
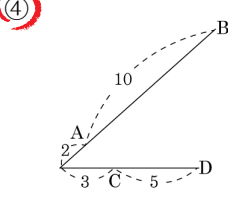
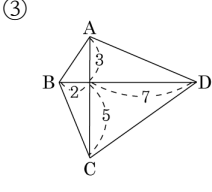
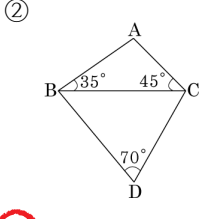
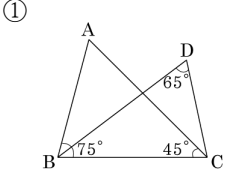
보조선 $\overline{CE}$ 를 그으면 $\square ABCE$ 는 내접하므로 대각의 합 $\angle ABC + \angle AEC = 180^\circ$

$\therefore \angle AEC = 70^\circ$

또한, $\widehat{CD}$ 의 원주각이므로 $\angle CED = 30^\circ$

$\therefore x^\circ = \angle AEC + \angle CED = 70^\circ + 30^\circ = 100^\circ$

7. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것을 모두 고르면?



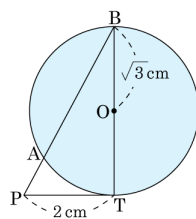
해설

④ $2 \times 12 = 3 \times 8 = 24$

⑤ $\angle BAD = 105^\circ$

$\therefore \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$

8. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 반지름의 길이가 $\sqrt{3}\text{cm}$ 인 원 O 의 접선이고 $\overline{PT} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



- ① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

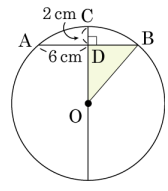
$$\overline{OT} = \sqrt{3}, \angle PTB = 90^\circ$$

$$\overline{BP} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4$$

$$\overline{AB} = x \text{ 라 하면, } 2^2 = (4 - x) \times 4$$

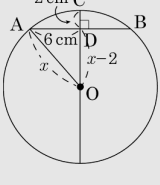
$$\therefore x = 3$$

9. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{CD} = 2\text{cm}$, $\overline{AD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ODB$ 의 넓이는?



- ① 12cm^2 ② 20cm^2 ③ 24cm^2
④ 25cm^2 ⑤ 30cm^2

해설



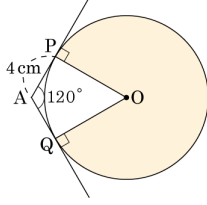
반지름을 x 라 하면 $x^2 = (x-2)^2 + 6^2$

$\therefore x = 10\text{ cm}$

따라서 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\text{cm}^2)$ 이다.

10. 다음 그림에서 $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{AQ}$ 는 원 O 의 접선이고, 점 P, Q 는 원 O 의 접점이다.

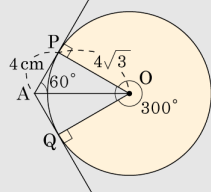
$\overline{AP} = 4\text{cm}$, $\angle PAQ = 120^\circ$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : $40\pi\text{cm}^2$

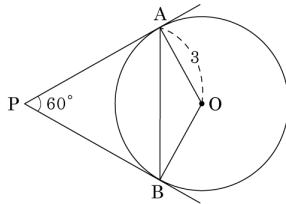
해설



$$\overline{OP} = \sqrt{3} \times \overline{AP} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$(\text{부채꼴의 넓이}) = \pi \times (4\sqrt{3})^2 \times \frac{300^\circ}{360^\circ} = 40\pi(\text{cm}^2)$$

11. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고, $\overline{OA} = 3$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

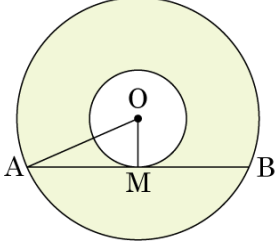


- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

해설

$\overline{PA} : \overline{AO} = \sqrt{3} : 1$
 $x : 3 = \sqrt{3} : 1 \quad \therefore x = 3\sqrt{3}$
 $\triangle PAB$ 는 정삼각형이므로
 $\overline{AB} = 3\sqrt{3}$

12. 다음 그림에서 두 원의 중심이 점 O로 같고, 색칠한 부분의 넓이가 $64\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원에 접하는 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

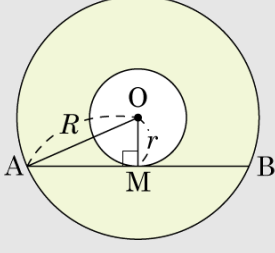


▶ 답 : cm

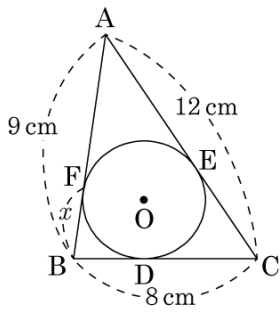
▷ 정답 : 16 cm

해설

큰 원의 반지름 R , 작은 원의 반지름을 r 이라 하면 $\pi(R^2 - r^2) = 64\pi R^2 - r^2 = 64$
 $\overline{AM} = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{64} = 8(\text{cm})$
 $\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 8 = 16(\text{cm})$



13. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원일 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

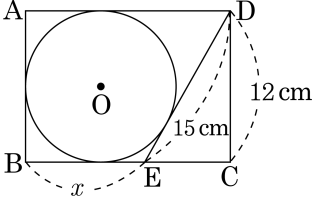
▶ 정답 : $\frac{5}{2}$ cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= \overline{AE} + \overline{EC} \\ &= (9 - x) + (8 - x) \\ &= 17 - 2x \\ &= 12\end{aligned}$$

$$\therefore \overline{BF} = x = \frac{5}{2}(\text{cm})$$

14. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{CD} = 12\text{ cm}$, $\overline{DE} = 15\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

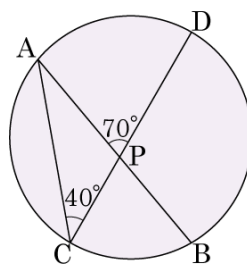
▷ 정답 : 9 cm

해설

$\overline{CE} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\text{ cm})$ 이다. $\overline{AD} = \overline{BC} = (x + 9)(\text{ cm})$ 이고 □ABED 가 원 O 에 외접하므로 $12 + 15 = (x + 9) + x$ 이다. 따라서 $x = 9(\text{ cm})$ 이다.

15. 다음 원의 두 현 AB, CD 의 교점은 P 이고,
호 BC 의 길이가 3π 일 때, 이 원의 원주를
구하면?

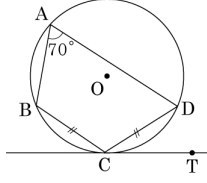
- ① 15π ② 16π ③ 17π
 ④ 18π ⑤ 19π



해설

5.0pt $\widehat{BC}$ 의 원주각
 $\angle CAB = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$
 (5.0pt $\widehat{BC}$ 의 중심각) $= 30^\circ \times 2 = 60^\circ$
 $60^\circ : 360^\circ = 3\pi : (\text{원주})$
 $\therefore (\text{원주}) = 3\pi \times 6 = 18\pi$

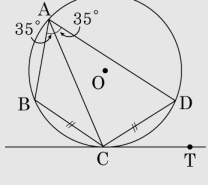
16. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 $\overline{BC} = \overline{CD}$, $\angle BAD = 70^\circ$ 일 때, $\angle DCT$ 의 크기는? (단, $\overleftrightarrow{CT}$ 는 접선이다.)



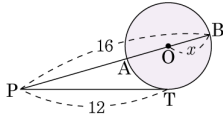
- ① 31° ② 32° ③ 33° ④ 34° ⑤ 35°

해설

그림과 같이 점 A 와 점 C 를 이으면 $\angle BAC = \angle DAC = 35^\circ$, $\angle DCT = \angle DAC = 35^\circ$



17. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 가 원 O 의 지름일 때, x 의 값은? (단, 점 T 는 원의 접점이다.)



- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{9}{2}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $\frac{15}{2}$

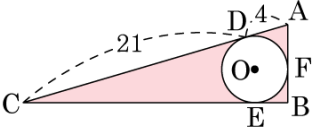
해설

$$\overline{PA} = 16 - 2x$$

$$12^2 = (16 - 2x) \times 16$$

$$16 - 2x = 9, \quad 2x = 7 \quad \therefore x = \frac{7}{2}$$

18. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $64 - \frac{9}{4}\pi$ ② $72 - 4\pi$ ③ $84 - 9\pi$
 ④ $90 - \frac{9}{4}\pi$ ⑤ $100 - 25\pi$

해설

원 O의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BF} = \overline{BE} = x$

$\overline{AD} = \overline{AF} = 4$ 이므로 $\overline{AB} = 4 + x$,

$\overline{CE} = \overline{CD} = 21$ 이므로 $\overline{BC} = 21 + x$

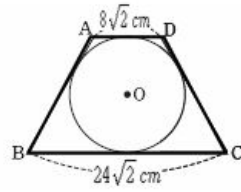
$$(4 + x)^2 + (x + 21)^2 = 25^2$$

$$\therefore x = 3$$

따라서, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 24$

그러므로 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 24 \times 7 - \pi(3)^2 = 84 - 9\pi$

19. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 가 있다.
 $\overline{AD} = 8\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, 내접원 O 의 넓이는?



- ① $69\pi\text{cm}^2$ ② $69\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ③ $96\pi\text{cm}^2$
 ④ $96\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $8\sqrt{6}\pi\text{cm}^2$

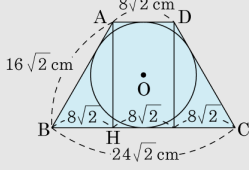
해설

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = 2\overline{AB} \therefore \overline{AB} = 16\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\overline{AH} = \sqrt{\left(16\sqrt{2}\right)^2 - \left(8\sqrt{2}\right)^2} = 8\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\therefore \text{원의반지름은 } 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

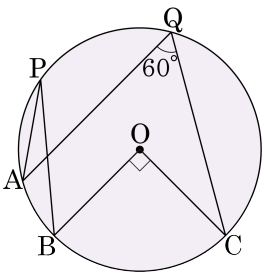
$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times (4\sqrt{6})^2 = 96\pi(\text{cm}^2)$$



20. 다음 그림의 $\angle BOC = 90^\circ$, $\angle AQC = 60^\circ$

일 때, $\angle APB$ 의 크기는?

- ① 15° ② 20° ③ 25°
④ 30° ⑤ 35°



해설

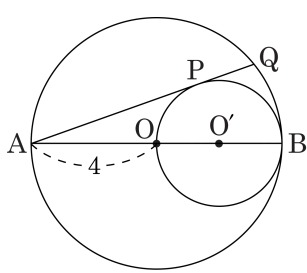
중심 O 와 A 를 이으면 $\widehat{AC}$ 의 원주각이 60° 이므로 중심각 $\angle AOC = 120^\circ$ 이다.

$\angle AOB = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$

$\widehat{AB}$ 의 중심각 $\angle AOB = 30^\circ$

$\widehat{AB}$ 의 원주각 $\angle APB = 15^\circ$

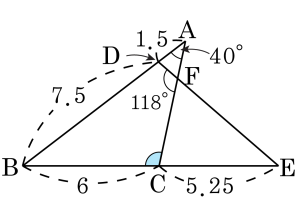
21. 다음 그림에서 원 O' 는 원 O 의 반지름 OB 를 지름으로 하는 원이고, $\overline{AQ}$ 는 원 O' 와 점 P 에서 접한다. 선분 AQ 의 길이는?
- ① $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
 ③ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{12\sqrt{2}}{3}$
 ⑤ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$



해설

$$\begin{aligned} \overline{AP}^2 &= 4 \times 8 \\ \overline{AP} &= 4\sqrt{2} \\ \triangle APO' &\sim \triangle AQB \text{ 에서} \\ 6 : 8 &= 4\sqrt{2} : \overline{AQ} \\ \overline{AQ} &= \frac{8 \times 4\sqrt{2}}{6} = \frac{16\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

22. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 1.5$, $\overline{DB} = 7.5$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{CE} = 5.25$ 이고 $\angle DAF = 40^\circ$, $\angle DFC = 118^\circ$ 일 때, $\angle FCB$ 의 크기는?

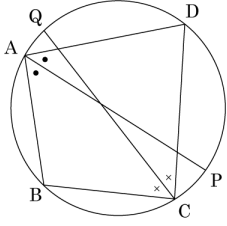


- ① 98° ② 100° ③ 102° ④ 112° ⑤ 118°

해설

$7.5 \times (7.5 + 1.5) = 6 \times (6 + 5.25)$,
 즉 $\overline{BD} \cdot \overline{BA} = \overline{BC} \cdot \overline{BE}$ 이므로
 네 점 A, D, C, E 는 한 원 위에 있다.
 따라서 $\angle ACE = \angle ADE = 118^\circ - 40^\circ = 78^\circ$ 이므로 $\angle FCB = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원에 사각형 ABCD 가 내접하고 있다. $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선과 원과의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, $5.0\text{pt}24.88\text{pt}\widehat{QDP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3π cm

해설

$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ 이므로

$\angle PAD + \angle DCQ = 90^\circ$

$\therefore 5.0\text{pt}24.88\text{pt}\widehat{QDP} = 5.0\text{pt}\widehat{QD} + 5.0\text{pt}\widehat{DP} = (2\pi \times 3) \div 2 = 3\pi(\text{cm})$

24. $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 4$ 인 삼각형 ABC 의 각 꼭짓점 A, B, C 에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{AF} = 1$, $\overline{BD} = \frac{3}{2}$ 이다. 이 때, 변 AC 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{13}$

해설

$\angle BFC = \angle BEC = 90^\circ$ 이므로 네 점 B, C, E, F 는 한 원 위에 있다.

그러므로 $\overline{AC} \cdot \overline{AE} = \overline{AB} \cdot \overline{AF} = 1 \times 3 = 3$

같은 방법으로 네 점 A, B, D, E 도 한 원 위에 있으므로

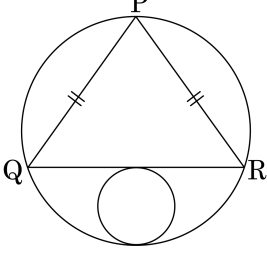
$$\overline{CE} \cdot \overline{CA} = \overline{CD} \cdot \overline{CB} = 4 \times \left(4 - \frac{3}{2}\right) = 10$$

두 결과의 식을 더하면

$$\overline{AC} \cdot (\overline{AE} + \overline{CE}) = \overline{AC}^2 = 13$$

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{13}$$

25. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원 안에 $PQ = PR$ 인 이등변삼각형 PQR 이 내접하고 작은 원은 이등변삼각형의 밑변 QR의 중점과 큰 원에 접하고 있다. $\overline{PQ} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{3}$

해설

$\angle PQM = \angle PRM = \angle PSQ$ 이므로 $\overline{PQ}$ 는 $\triangle QSM$ 의 외접원의 접선이 된다.

작은 원의 반지름의 길이를 r 이라고 하면

$$(4\sqrt{5})^2 = 12(12 - 2r)$$

$$24r = 64 \quad \therefore r = \frac{8}{3}$$

