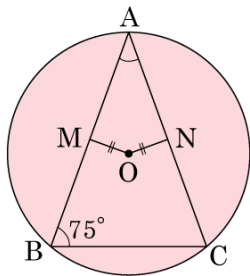


1. 다음 그림에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle B = 75^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?



① 25°

② 30°

③ 45°

④ 50°

⑤ 65°

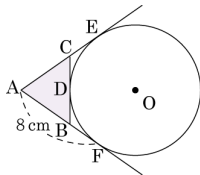
해설

원의 중심에서 현에 이르는 거리가 같으면 현의 길이는 같다.
따라서, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle A + 75^\circ \times 2 = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ$$

2. 다음 그림에서 세 점 D, E, F 는 원 O 의 접점일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

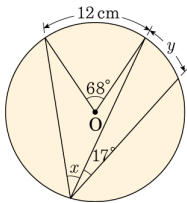
▷ 정답: 16 cm

해설

$$\overline{AE} = \overline{AF}, \triangle ABC \text{의 둘레} = \overline{AE} + \overline{AF} = 2\overline{AF}$$

$$\therefore \triangle ABC \text{의 둘레} = 2 \times 8 = 16(\text{cm})$$

3. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



① 30

② 34

③ 36

④ 40

⑤ 44

해설

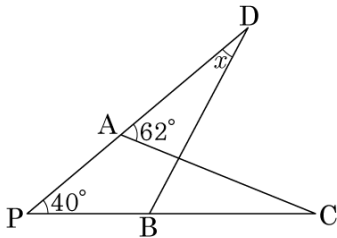
$$x = 68 \times \frac{1}{2} = 34 \quad \therefore x = 34^\circ$$

$$x : 17 = 34 : 17 = 12 : y \quad \therefore y = 6$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 34 + 6 = 40^\circ$$

4. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있기 위한 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

- ① 21° ② 22° ③ 23°
④ 24° ⑤ 25°



해설

$$\angle APC + \angle ACP = \angle DAC$$

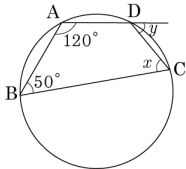
$$40^\circ + \angle ACP = 62^\circ$$

$$\therefore \angle ACP = 22^\circ$$

5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각은 같아야 하므로

$$\angle x = 22^\circ$$

5. 다음 $\square ABCD$ 는 원에 내접한다. $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°
—

▷ 정답 : 110°

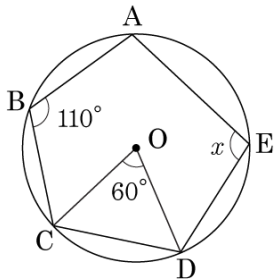
해설

$$\angle x = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\angle y = 50^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 60^\circ + 50^\circ = 110^\circ$$

6. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 오각형 ABCDE 에서 $\angle ABC = 110^\circ$, $\angle COD = 60^\circ$, $\angle AED = x^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 100

해설

보조선 $\overline{CE}$ 를 그으면 $\square ABCE$ 는 내접하므로 대각의 합 $\angle ABC + \angle AEC = 180^\circ$

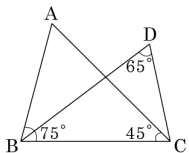
$$\therefore \angle AEC = 70^\circ$$

또한, $5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 의 원주각이므로 $\angle CED = 30^\circ$

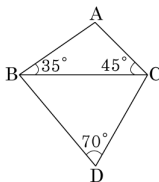
$$\therefore x^\circ = \angle AEC + \angle CED = 70^\circ + 30^\circ = 100^\circ$$

7. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것을 모두 고르면?

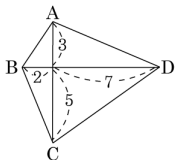
①



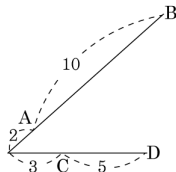
②



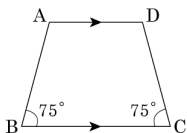
③



④



⑤



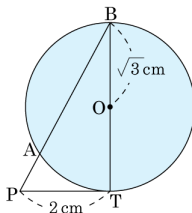
해설

④ $2 \times 12 = 3 \times 8 = 24$

⑤ $\angle BAD = 105^\circ$

$\therefore \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$

8. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 반지름의 길이가 $\sqrt{3}\text{cm}$ 인 원 O 의 접선이고 $\overline{PT} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 3cm

② 4cm

③ 5cm

④ 6cm

⑤ 7cm

해설

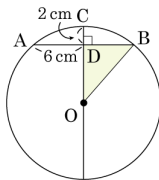
$$\overline{OT} = \sqrt{3}, \angle PTB = 90^\circ$$

$$\overline{BP} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4$$

$$\overline{AB} = x \text{ 라 하면, } 2^2 = (4 - x) \times 4$$

$$\therefore x = 3$$

9. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{CD} = 2\text{cm}$, $\overline{AD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ODB$ 의 넓이는?



① 12cm^2

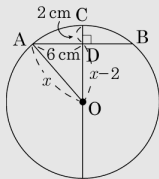
② 20cm^2

③ 24cm^2

④ 25cm^2

⑤ 30cm^2

해설

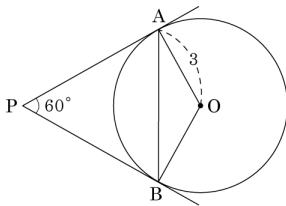


반지름을 x 라 하면 $x^2 = (x-2)^2 + 6^2$

$\therefore x = 10\text{ cm}$

따라서 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\text{cm}^2)$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고, $\overline{OA} = 3$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $\sqrt{3}$

② $2\sqrt{3}$

③ $3\sqrt{3}$

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $5\sqrt{3}$

해설

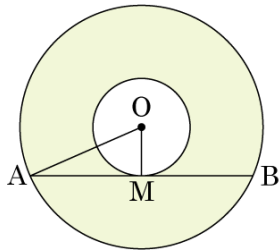
$$\overline{PA} : \overline{AO} = \sqrt{3} : 1$$

$$x : 3 = \sqrt{3} : 1 \quad \therefore x = 3\sqrt{3}$$

$\triangle PAB$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{AB} = 3\sqrt{3}$$

12. 다음 그림에서 두 원의 중심이 점 O로 같고, 색칠한 부분의 넓이가 $64\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원에 접하는 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

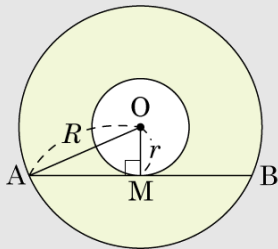
▷ 정답: 16cm

해설

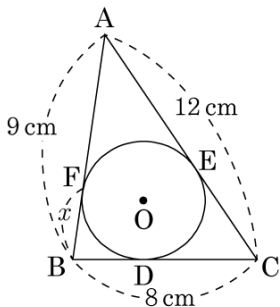
큰 원의 반지름 R , 작은 원의 반지름을 r 이라 하면 $\pi(R^2 - r^2) = 64\pi R^2 - r^2 = 64$

$$\overline{AM} = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{64} = 8(\text{cm})$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 8 = 16(\text{cm})$$



13. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원 일 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

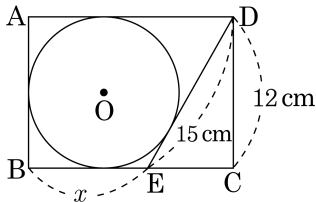
▶ 정답 : $\frac{5}{2}$ cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= \overline{AE} + \overline{EC} \\ &= (9 - x) + (8 - x) \\ &= 17 - 2x \\ &= 12\end{aligned}$$

$$\therefore \overline{BF} = x = \frac{5}{2}(\text{cm})$$

14. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{CD} = 12\text{ cm}$, $\overline{DE} = 15\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

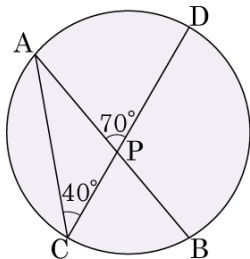
▷ 정답 : 9 cm

해설

$\overline{CE} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\text{cm})$ 이다. $\overline{AD} = \overline{BC} = (x + 9)(\text{cm})$ 이고 $\square ABED$ 가 원 O 에 외접하므로 $12 + 15 = (x + 9) + x$ 이다. 따라서 $x = 9(\text{cm})$ 이다.

15. 다음 원의 두 현 AB, CD 의 교점은 P 이고,
호 BC 의 길이가 3π 일 때, 이 원의 원주를
구하면?

- ① 15π ② 16π ③ 17π
 ④ 18π ⑤ 19π



해설

5.0pt $\widehat{BC}$ 의 원주각

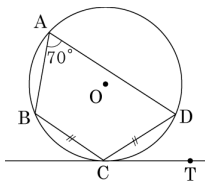
$$\angle CAB = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$$

$$(5.0pt\widehat{BC} \text{의 중심각}) = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$$

$$60^\circ : 360^\circ = 3\pi : (\text{원주})$$

$$\therefore (\text{원주}) = 3\pi \times 6 = 18\pi$$

16. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 $\overline{BC} = \overline{CD}$, $\angle BAD = 70^\circ$ 일 때, $\angle DCT$ 의 크기는? (단, $\overleftrightarrow{CT}$ 는 접선이다.)



① 31°

② 32°

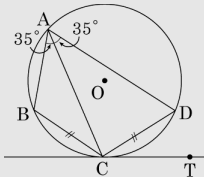
③ 33°

④ 34°

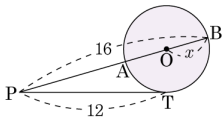
⑤ 35°

해설

그림과 같이 점 A 와 점 C 를 이으면 $\angle BAC = \angle DAC = 35^\circ$, $\angle DCT = \angle DAC = 35^\circ$



17. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 가 원 O 의 지름일 때, x 의 값은? (단, 점 T 는 원의 접점이다.)



① $\frac{7}{2}$

② $\frac{9}{2}$

③ $\frac{11}{2}$

④ $\frac{13}{2}$

⑤ $\frac{15}{2}$

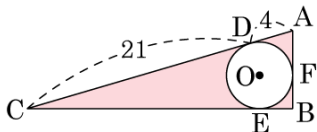
해설

$$\overline{PA} = 16 - 2x$$

$$12^2 = (16 - 2x) \times 16$$

$$16 - 2x = 9, 2x = 7 \therefore x = \frac{7}{2}$$

18. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $64 - \frac{9}{4}\pi$

② $72 - 4\pi$

③ $84 - 9\pi$

④ $90 - \frac{9}{4}\pi$

⑤ $100 - 25\pi$

해설

원 O의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BF} = \overline{BE} = x$

$\overline{AD} = \overline{AF} = 4$ 이므로 $\overline{AB} = 4 + x$,

$\overline{CE} = \overline{CD} = 21$ 이므로 $\overline{BC} = 21 + x$

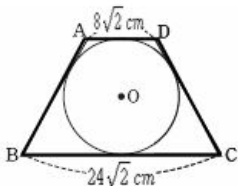
$$(4 + x)^2 + (x + 21)^2 = 25^2$$

$$\therefore x = 3$$

따라서, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 24$

그러므로 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 24 \times 7 - \pi(3)^2 = 84 - 9\pi$

19. 다음 그림과 같이 원 O에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD가 있다.
 $\overline{AD} = 8\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, 내접원 O의 넓이는?



① $69\pi\text{cm}^2$

② $69\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$

③ $96\pi\text{cm}^2$

④ $96\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$

⑤ $8\sqrt{6}\pi\text{cm}^2$

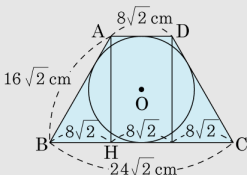
해설

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = 2\overline{AB} \therefore \overline{AB} = 16\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\overline{AH} = \sqrt{(16\sqrt{2})^2 - (8\sqrt{2})^2} = 8\sqrt{6}(\text{cm})$$

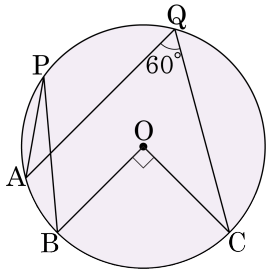
$$\therefore \text{원의 반지름은 } 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times (4\sqrt{6})^2 = 96\pi(\text{cm}^2)$$



20. 다음 그림의 $\angle BOC = 90^\circ$, $\angle AQC = 60^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?

- ① 15° ② 20° ③ 25°
 ④ 30° ⑤ 35°



해설

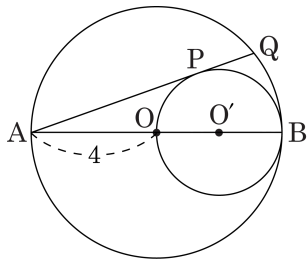
중심 O 와 A 를 이으면 $\widehat{AC}$ 의 원주각이 60° 이므로 중심각 $\angle AOC = 120^\circ$ 이다.

$$\angle AOB = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$$

$\widehat{AB}$ 의 중심각 $\angle AOB = 30^\circ$

$\widehat{AB}$ 의 원주각 $\angle APB = 15^\circ$

21. 다음 그림에서 원 O' 는 원 O 의 반지름 OB 를 지름으로 하는 원이고, $\overline{AQ}$ 는 원 O' 와 점 P 에서 접한다. 선분 AQ 의 길이는?



- ① $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
 ③ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{12\sqrt{2}}{3}$
 ⑤ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

해설

$$\overline{AP}^2 = 4 \times 8$$

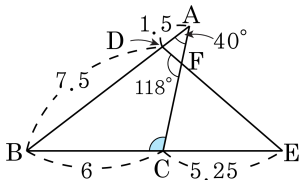
$$\overline{AP} = 4\sqrt{2}$$

$\triangle APO' \sim \triangle AQB$ 에서

$$6 : 8 = 4\sqrt{2} : \overline{AQ}$$

$$\overline{AQ} = \frac{8 \times 4\sqrt{2}}{6} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

22. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 1.5$, $\overline{DB} = 7.5$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{CE} = 5.25$ 이고 $\angle DAF = 40^\circ$, $\angle DFC = 118^\circ$ 일 때, $\angle FCB$ 의 크기는?



① 98°

② 100°

③ 102°

④ 112°

⑤ 118°

해설

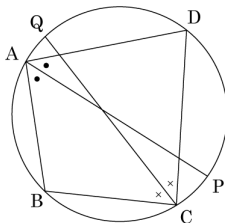
$$7.5 \times (7.5 + 1.5) = 6 \times (6 + 5.25),$$

즉 $\overline{BD} \cdot \overline{BA} = \overline{BC} \cdot \overline{BE}$ 이므로

네 점 A, D, C, E 는 한 원 위에 있다.

따라서 $\angle ACE = \angle ADE = 118^\circ - 40^\circ = 78^\circ$ 이므로 $\angle FCB = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원에 사각형 ABCD 가 내접하고 있다. $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선과 원과의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, $5.0\text{pt}24.88\text{pt}\widehat{QDP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3π cm

해설

$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ 이므로

$\angle PAD + \angle DCQ = 90^\circ$

$$\therefore 5.0\text{pt}24.88\text{pt}\widehat{QDP} = 5.0\text{pt}\widehat{QD} + 5.0\text{pt}\widehat{DP} = (2\pi \times 3) \div 2 = 3\pi(\text{cm})$$

24. $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 4$ 인 삼각형 ABC 의 각 꼭짓점 A, B, C 에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{AF} = 1$, $\overline{BD} = \frac{3}{2}$ 이다. 이 때, 변 AC 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{13}$

해설

$\angle BFC = \angle BEC = 90^\circ$ 이므로 네 점 B, C, E, F 는 한 원 위에 있다.

$$\text{그러므로 } \overline{AC} \cdot \overline{AE} = \overline{AB} \cdot \overline{AF} = 1 \times 3 = 3$$

같은 방법으로 네 점 A, B, D, E 도 한 원 위에 있으므로

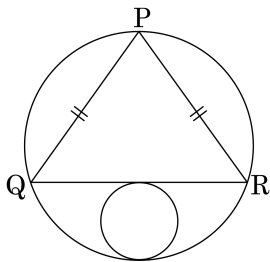
$$\overline{CE} \cdot \overline{CA} = \overline{CD} \cdot \overline{CB} = 4 \times \left(4 - \frac{3}{2}\right) = 10$$

두 결과의 식을 더하면

$$\overline{AC} \cdot (\overline{AE} + \overline{CE}) = \overline{AC}^2 = 13$$

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{13}$$

25. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원 안에 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 인 이등변삼각형 PQR 이 내접하고 작은 원은 이등변삼각형의 밑변 QR의 중점과 큰 원에 접하고 있다. $\overline{PQ} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{3}$

해설

$\angle PQM = \angle PRM = \angle PSQ$ 이므로 $\overline{PQ}$ 는 $\triangle QSM$ 의 외접원의 접선이 된다.

작은 원의 반지름의 길이를 r 이라고 하면

$$(4\sqrt{5})^2 = 12(12 - 2r)$$

$$24r = 64 \quad \therefore r = \frac{8}{3}$$

