1. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 3 의 제곱근은 2 개이다.

② 제곱근 $\frac{1}{25}$ 의 값은 $\frac{1}{5}$ 이다.

③ $\sqrt{81}$ 의 제곱근은 3, −3 이다.

④ 제곱하여 0.01 이 되는 수는 2 개가 있다.

⑤ 음이 아닌 수의 제곱근은 서로 다른 2 개가 있고, 그 절댓값은 같다.

해설

⑤ 0 의 제곱근은 하나이다.

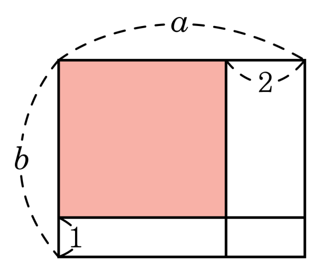
2. 다음 중 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 무리수는?

① $\sqrt{3}+2$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}$
④ 4 ⑤ $\sqrt{7}-3$

해설

$1<\sqrt{3}<2 \Rightarrow 3<\sqrt{3}+2<4$

3. 다음 도형의 색칠한 부분의 넓이를 나타낸 것이 아닌 것은?



① $(a-2)(b-1)$
② $a(b-1)-2(b-1)$
③ $ab+2$
④ $b(a-2)-(a-2)$
⑤ $ab-2b-a+2$

해설

색칠한 부분의 넓이는
① $(a-2)(b-1)$
② $a(b-1)-2(b-1)=(a-2)(b-1)$
③ $ab+2$
④ $b(a-2)-(a-2)=(a-2)(b-1)$
⑤ $ab-2b-a+2=a(b-1)-2(b-1)=(a-2)(b-1)$

4. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5 만큼, y 축의 방향으로 -6 만큼 평행이동하면 점 $(6,\ k)$ 을 지난다고 할 때, k 의 값은?

① 1 ② -1 ③ 3 ④ -3 ⑤ 5

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2 + q$ 이므로 함수의 식은 $y = 3(x-5)^2 - 6$ 이다. 점 $(6,\ k)$를 지나므로 대입하면 $k = 3(6-5)^2 - 6$ 이므로 $k = -3$ 이다.

5. 다음의 식의 값을 구하면?

$2-3\sin 30° \times \tan 45° + 2\sin 60° \times \cos 60°$

① $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{1+\sqrt{2}}{3}$

④ $\frac{1+2\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$

해설

(준식) $= 2-3\times\frac{1}{2}\times 1 + 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}$

$= 2-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

6. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 5$를 $x + 2$로 나누면 나머지가 3이다. a의 값은?

① 0 ② 2 ③ 3 ④ -2 ⑤ -3

해설

$x^4 - 3x^2 + ax + 5 = f(x)$라 놓자.
$f(-2) = 3$에서 $-2a + 9 = 3$
$\therefore\ a = 3$

7. 다음 중 다항식 x^4-5x^2+4를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x-1$ ② $x-2$ ③ $x-3$ ④ $x+1$ ⑤ $x+2$

해설

$$\begin{aligned} x^4-5x^2+4 &= (x^2-1)(x^2-4) \\ &= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

8. 다음 중 $1+i$가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

① $(x^2-2x+2)(x^2-2x+1)$

② $(x^2-2x+2)(x-1)(x+1)$

③ $(x^2-1)(x^2-2x-1)$

④ $(x^2+1)(x-1)(x+1)$

⑤ $(x^2+1)(x^2-2x+1)$

해설

한 근이 $1+i$이면
다른 한 근은 $1-i$이다.
$\therefore\ \{x-(1+i)\}\{x-(1-i)\}=0$
$\Rightarrow \quad x^2-2x+2=0$
주어진 조건에 맞는 방정식 :
$(x^2-2x+2)(x-\alpha)^2=0$
$\therefore$ ①이 조건에 맞다

9. 부등식 $ax^2+(a+1)x+a\geq 0$을 만족하는 실수 x가 존재하기 위한 상수 a의 값의 범위는?

① $a>1$　　② $a<-\frac{1}{3}$　　③ $a\geq -\frac{1}{3}$
④ $a\leq -\frac{1}{3}$　　⑤ $-\frac{1}{3}<a<1$

해설

$ax^2+(a+1)x+a\geq 0$을 만족하는 실수가 존재하는 경우는 전체에서 모든 실수 x에 대하여
$ax^2+(a+1)x+a<0$인 경우를 제외하면 된다.
$ax^2+(a+1)x+a<0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하려면
$a<0\cdots$ ㉠
또, 이차방정식 $ax^2+(a+1)x+a=0$의 판별식을 D라 할 때,
$D=(a+10)^2-4a^2<0,\ -3a^2+2a+1<0$
$3a^2-2a-1>0,\ (3a+1)(a-1)>0$
$\therefore a<-\frac{1}{3}$ 또는 $a>1\cdots$ ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $a<-\frac{1}{3}$
따라서 $ax^2+(a+1)x+a\geq 0$을 만족하는 실수가 존재하려면
$a\geq -\frac{1}{3}$이면 된다.

10. $\sqrt{3}=a$, $\sqrt{5}=b$ 일 때, $\sqrt{0.008}+\sqrt{300}$ 을 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $5a+\frac{1}{10}b$ ② $5a+\frac{1}{20}b$ ③ $10a+\frac{1}{15}b$
④ $10a+\frac{1}{25}b$ ⑤ $15a+\frac{1}{20}b$

해설

$\sqrt{0.008}=\sqrt{\frac{80}{10000}}=\frac{\sqrt{80}}{100}$

$=\frac{\sqrt{2^4\times5}}{100}=\frac{4\sqrt{5}}{100}=\frac{1}{25}b$

$\sqrt{300}=\sqrt{3\times100}=10\sqrt{3}=10a$

$\therefore\ \sqrt{0.008}+\sqrt{300}=10a+\frac{1}{25}b$

11. 다음 중 $x^2(x-1)^2-8x(x-1)+12$ 의 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $x+1$　② $x-1$　③ $x+2$　④ $x-2$　⑤ $x-3$

해설

$x-1=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} A^2x^2-8Ax+12 &= (Ax-2)(Ax-6) \\ &= (x^2-x-2)(x^2-x-6) \\ &= (x+1)(x-2)(x+2)(x-3) \end{aligned}$$

12. $f(x) = x(x-5)+4$ 일 때, $f(x)=0$ 을 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$x(x-5)+4=0$
$x^2-5x+4=0$
$(x-1)(x-4)=0$
$\therefore\ x=1$ 또는 $x=4$

13. 지면으로부터 100m 되는 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체의 높이가 180m 인 순간은 던져 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 4초

해설

$h = -5t^2 + 40t + 100$

$-5t^2 + 40t + 100 = 180$

$t^2 - 8t + 16 = 0$

$(t - 4)^2 = 0$

$\therefore\ t = 4$

14. 가로와 세로의 길이가 $3:4$ 이고, 넓이가 72cm^2 인 직사각형의 세로의 길이를 구하여라

▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $4\sqrt{6}$ cm

해설

두 변의 길이를 각각 $3k$, $4k$ 라고 하면

$(3k)\times(4k)=72, 12k^2=72, k^2=6, k=\pm\sqrt{6}$

$k>0$

이므로 $k=\sqrt{6}$

$\therefore$ 세로의 길이는 $4\sqrt{6}$cm

15. 다음은 선영이네 반 학생의 미술 실기 점수를 조사하여 만든 도수분포표이다. 실기 점수의 평균이 73.5 점일 때, $y-2x$ 의 값을 구하여라.

계급 (점)	도수
$50^{\text{이상}} \sim 60^{\text{미만}}$	2
$60^{\text{이상}} \sim 70^{\text{미만}}$	5
$70^{\text{이상}} \sim 80^{\text{미만}}$	x
$80^{\text{이상}} \sim 90^{\text{미만}}$	4
$90^{\text{이상}} \sim 100^{\text{미만}}$	1
합계	y

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$2+5+x+4+1=y$

$x-y=-12\cdots$ ㉠

학생의 점수의 평균이 73.5 점이므로

$\frac{55\times 2+65\times 5+75\times x+85\times 4+95\times 1}{y}=73.5,$

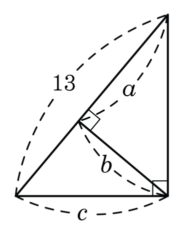
$\frac{110+325+75x+340+95}{y}=73.5$

$870+75x=73.5y\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=8,\ y=20$

$\therefore\ y-2x=20-2\times 8=4$

16. 다음은 직각삼각형의 한 꼭짓점에서 수선의 발을 내린 것이다. $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.



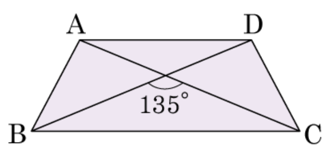
▶ 답 :

▷ 정답 : 169

해설

b^2 과 c^2 을 a 로 나타내어 보자.
닮은 삼각형의 성질을 이용하면
$b^2=a(13-a)$, $c^2=13(13-a)$ 이다.
따라서 $a^2+b^2+c^2=a^2+a(13-a)+13(13-a)=169$

17. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 두 대각선이 이루는 각의 크기가 $135°$ 이고, 넓이가 $20\sqrt{2}$ 일 때, 대각선의 길이를 구하면?



① 8　　② $4\sqrt{5}$　　③ $12\sqrt{3}$

④ $52\sqrt{3}$　　⑤ $104\sqrt{3}$

해설

$\overline{AC} = \overline{BD} = x$라 하면 $\frac{1}{2}x^2 \sin 45° = 20\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{4}x^2 = 20\sqrt{2}$,
$x^2 = 80$, $x = 4\sqrt{5}$
$\therefore \overline{AC} = \overline{BD} = 4\sqrt{5}$

18. 이차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$의 두 실근이 모두 3보다 작기 위한 실수 k의 범위를 구하면 $m < k \le n$이다. mn의 값을 구하면?

① 10 ② 12 ③ -15 ④ -12 ⑤ -10

해설

ⅰ) $D/4 = 4 - k \ge 0,\ k \le 4$
ⅱ) $f(3) > 0,\ k > 3$ 따라서,
ⅰ) ⅱ)를 모두 만족하는 k의 범위는 $3 < k \le 4$
$m = 3,\ n = 4$ 이므로 $mn = 12$

19. 직선 $y=x+n$ 과 원 $x^2+y^2=8$ 이 만나지 않도록 하는 자연수 n 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 $(0,\ 0)$ 에서 직선 $y=x+n$ 까지의 거리가
반지름의 길이 $2\sqrt{2}$ 보다 크면 된다.

$$\frac{|n|}{\sqrt{2}} > 2\sqrt{2}$$

$\therefore\ n > 4\ (\because n$ 은 자연수)

$\therefore$ 최소의 n 은 5 이다.

20. 원 $x^2+y^2+10x-8y+16=0$ 에 의하여 잘려지는 x축 위의 선분의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

x 축을 지나는 점은 $y=0$이므로
$x^2+10x+16=0 \Rightarrow (x+2)(x+8)=0$
$\Rightarrow x=-2,\ -8$
$\therefore$ x 축 위의 교점 : $(-8,\ 0),\ (-2,\ 0)$
$\therefore$ 구하는 선분의 길이 : 6

21. 점 $(1,\ 2)$ 를 직선 $y=2x+1$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 $(a,\ b)$ 라고 할 때, 실수 $a,\ b$ 에 대하여 $5(a+b)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 점 $(1,\ 2)$, $(a,\ b)$ 를 이은 선분의 중점은

$\left(\frac{1+a}{2},\ \frac{2+b}{2}\right)$

이 점이 직선 $y=2x+1$ 위의 점이므로

$\frac{2+b}{2}=2\cdot\frac{1+a}{2}+1$

$\therefore 2a-b=-2 \quad \cdots\cdots\cdots$ ㉠

또한, 두 점 $(1,\ 2)$, $(a,\ b)$ 를 지나는 직선이

직선 $y=2x+1$ 과 수직이므로

$\frac{b-2}{a-1}=-\frac{1}{2}$

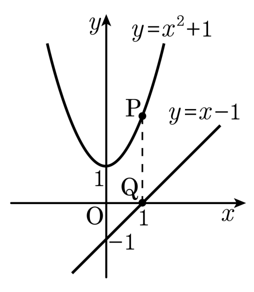
$\therefore\ a+2b=5 \quad \cdots\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=\frac{1}{5},\ b=\frac{12}{5}$

따라서, $5(a+b)=5\cdot\left(\frac{1}{5}+\frac{12}{5}\right)=5\cdot\frac{13}{5}=13$

22. 포물선 $y = x^2 + 1$ 위의 한 점P 에서 y 축에 평행인 직선을 그어 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점을 Q 라 할 때 $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하면?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{6}{5}$
④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

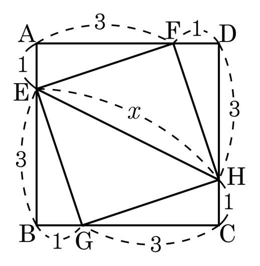
해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를 $(t,\ t^2 + 1)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t,\ t - 1)$

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= t^2 + 1 - (t - 1)\\ &= t^2 - t + 2\\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\end{aligned}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$

23. 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 각 변에 그림과 같이 네 점 E, F, H, G 를 잡을 때, □EFHG 의 대각선 EH 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{5}$　　② $2\sqrt{3}$　　③ 4

④ $2\sqrt{5}$　　⑤ $3\sqrt{5}$

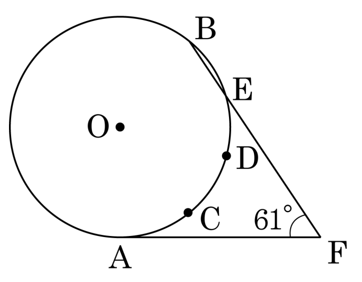
해설

네 직각삼각형이 서로 합동이므로 □EFHG 는 정사각형이다.

$\overline{\mathrm{FE}} = \overline{\mathrm{FH}} = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10}$

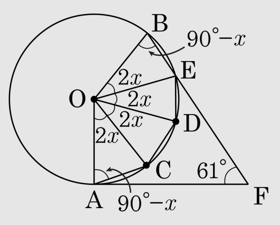
$\therefore\ x = \sqrt{\left(\sqrt{10}\right)^2 + \left(\sqrt{10}\right)^2} = 2\sqrt{5}$

24. 다음 그림에서 세 점 C, D, E 는 호 AB 의 사등분점이고, 점 A 는 원 O 의 접점일 때, $\angle\mathrm{CAD}$ 의 크기는?



① 16° ② 17° ③ 18° ④ 19° ⑤ 20°

해설



$\angle\mathrm{CAD} = x$ 라 하면

$\angle\mathrm{COD} = 2\angle\mathrm{CAD} = 2x$ 이다.

5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{DE}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{EB}}$ 이므로

$\angle\mathrm{AOC} = \angle\mathrm{DOE} = \angle\mathrm{EOB} = 2x$ 이다.

$\triangle\mathrm{OAC}$ 에서

$\angle\mathrm{OAC} = \frac{1}{2}(180° - 2x) = 90° - x$ 이다.

$\triangle\mathrm{OBE} \equiv \triangle\mathrm{OAC}$ 이므로

$\angle\mathrm{OBE} = \angle\mathrm{OAC} = 90° - x$ 이다.

$\square\mathrm{OAFB}$ 에서 네 각의 크기의 합은

$8x + 90° + 61° + (90° - x) = 360°$ 이다.

$7x = 119°$

$\therefore x = 17°$

25. 이차방정식 $x^2-ax+b=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 할 때 $x^2-(2a+1)x+2=0$의 두 근은 $\alpha+\beta,\ \alpha\beta$이다. 이때, a^2+b^2의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2-ax+b=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이므로

$\alpha+\beta=a,\ \alpha\beta=b\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, $x^2-(2a+1)x+2=0$의 두 근이 $\alpha+\beta,\ \alpha\beta$이므로

$\alpha+\beta+\alpha\beta=2a+1,\quad(\alpha+\beta)\alpha\beta=2\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a+b=2a+1\quad\cdots\cdots$ ㉢

$ab=2\quad\cdots\cdots$ ㉣

㉢, ㉣를 연립하여 풀면

$a=1,\ b=2$ 또는 $a=-2,\ b=-1$

26. 두 정점 $A(-1,\ 0)$, $B(2,\ 0)$ 으로부터 거리의 비가 $1\ :\ 2$ 인 점 P 에 대하여 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\triangle PAB$ 의 넓이의 최댓값은 3 이다.
㉡ $\angle PBA$ 의 최대 크기는 $60°$ 이다.
㉢ 점 P 의 자취의 길이는 4π 이다.

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

두 정점 $A(-1,\ 0)$, $B(2,\ 0)$ 으로부터 거리의 비가 $1\ :\ 2$ 인 점 P 의 자취는 $(0,0)$ 과 $(-4,0)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이다. 따라서 이 원은 $(x+2)^2+y^2=4$ 로 나타낼 수 있다.
삼각형 밑변의 길이가 정해져있으므로 높이가 최대일 때 삼각형의 넓이도 최대가 된다.
따라서 원의 반지름인 2 가 높이일 때의 넓이인 3 이 최댓값이다.
$\angle PBA$ 의 최대 크기는 점 P 가 원에 접할 때이므로 $\sin(\angle PBA)=$
$\frac{2}{2-(-2)}=\frac{1}{2}$ 에서
$\angle PBA = 30°$
점 P 의 자취의 방정식은 $(x+2)^2+y^2=4$ 이므로
둘레의 길이는 4π 이다

27. 점 $(1,\ 2)$ 를 점 $(a,\ b)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $x+2y-1=0$ 은 직선 $x+2y-4=0$ 으로 이동하였다. 이때, $a+2b$ 의 값을 구하면?

① 2　　② 6　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

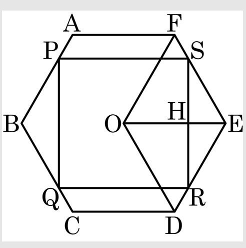
x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동했다고 하면,
$(x-m)+2(y-n)-1=0$, $x+2y-m-2n-1=0$을
$x+2y-4=0$ 과 비교해 보면,
$-m-2n=-3$ ⋯ ㉠
점 $(1,\ 2)$ 를 x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동 시키면,
$(1+m,\ 2+n)$
$\Rightarrow\ \ 1+m=a,\ \ 2+n=b$
$\Rightarrow\ \ a+2b=m+1+4+2n=8$
($\because$ ㉠에서 $m+2n=3$)

28. 한 변의 길이가 $\sqrt{3}+3$ 인 정육각형에 내접한 정사각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설



위의 그림과 같이 정육각형의 대각선의 교점 O 에서 정사각형의 변 RS 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면,

$\overline{OH} = \overline{HR} = \frac{x}{2}$, $\overline{HE} = \overline{OE} - \frac{x}{2}$

또 정육각형의 한 내각의 크기는 $120°$ 이므로

$\triangle$HRE 의 세 내각의 크기는 $30°$, $60°$, $90°$ 이다.

$\overline{HR} : \overline{HE} = \sqrt{3} : 1$ 에서

$\overline{HR} = \sqrt{3}\overline{HE} = \sqrt{3}\left(\overline{OE} - \frac{x}{2}\right)$

$\therefore\ x = (3-\sqrt{3})\overline{OE} = (3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3}) = 6$

따라서 정사각형의 넓이는 36 이다.

29. 원 O 의 두 현 AB, CD 가 점 P 에서 수직으로 만나고, $\overline{AP} = 4$, $\overline{CP} = 8$, $\overline{DP} = 6$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.

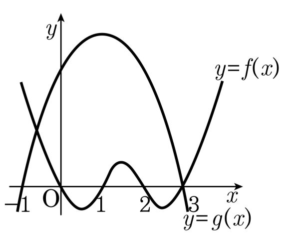
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{65}$

해설

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 이므로 $\overline{PB} = 12$
원의 중심 O 는 현 AB, CD 의 수직이등분선 위에 있으므로 두 현의 중점을 각각 M, N 이라 하면
$\overline{AM} = 8, \overline{CN} = 7$, $\overline{OM} = \overline{CP} - \overline{CN} = 1$
삼각형 OAM 에서 반지름
$\overline{OA} = \sqrt{\overline{AM}^2 + \overline{OM}^2} = \sqrt{65}$

30. 사차함수 $f(x)$ 와 이차함수 $g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) \cdot g(x) > 0$ 의 해는?



① $x < -1$ 또는 $x > 3$

② $0 < x < 1$ 또는 $2 < x < 3$

③ $-1 < x < 0$ 또는 $1 < x < 2$

④ $x < 0$ 또는 $1 < x < 2$

⑤ $0 < x < 1$ 또는 $x > 3$

해설

$f(x) \cdot g(x) > 0$ 이므로
$f(x) > 0$ 이고 $g(x) > 0$ 또는
$f(x) < 0$ 이고 $g(x) < 0$ 이므로
$y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가
모두 x축 보다 위에 있거나 모두 x축 보다
아래에 있을 때이다.
따라서 $-1 < x < 0$과 $1 < x < 2$에서
두 그래프가 모두 x축 보다 위에 있다.