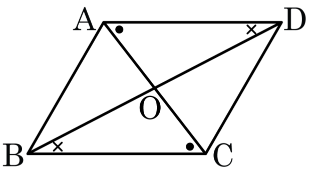
1. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정] $\boxed{}$

[결론] $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

[증명] $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서

$\overline{AD}=\overline{BC}\cdots$ ㉠

$\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$ 이므로

$\angle OAD=\angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\angle ODA=\angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD\equiv\triangle OCB$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

① □ABCD 에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

② □ABCD 에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$

③ □ABCD 에서 $\overline{AB}\,//\,\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

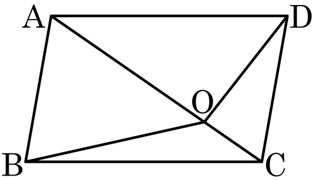
④ □ABCD 에서 $\overline{AB}\,//\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$

⑤ □ABCD 에서 $\overline{AB}\,//\,\overline{AD}$, $\overline{CD}\,//\,\overline{BC}$

해설

□ABCD 에서 $\overline{AB}\,//\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$ 를 가정하여 $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$ 를 증명하는 과정이다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 대각선 $\overline{AC}$ 위의 점 O에 대하여 $\triangle OAD = 8cm^2$, $\triangle OCD = 3cm^2$일 때, $\triangle OAB$의 넓이를 구하면?

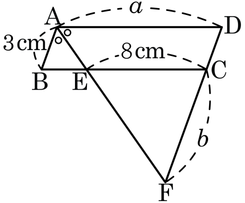


① $4cm^2$ ② $5cm^2$ ③ $6cm^2$ ④ $7cm^2$ ⑤ $8cm^2$

해설

평행사변형의 대각선은 평행사변형의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC = \triangle ACD = \triangle AOD + \triangle OCD = 11(cm^2)$이다.
$\triangle OAB = x$라고 하면
$\triangle OBC = 11 - x$
또, $\triangle OAD : \triangle OCD = \overline{OA} : \overline{OC} = \triangle OAB : \triangle OBC$에서
$8 : 3 = x : (11 - x)$, $3x = 8(11 - x)$
$\therefore\ x = 8(cm^2)$

3. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?



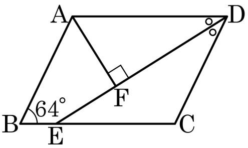
① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle\mathrm{DAF}=\angle\mathrm{CEF}$ ($\because$ 동위각)
$\angle\mathrm{BAE}=\angle\mathrm{CFE}$ ($\because$ 엇각)
$\triangle\mathrm{CEF}$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{CF}},\ b=8\mathrm{cm}$
$\triangle\mathrm{DAF}$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square\mathrm{ABCD}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{DC}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{DF}}=a=b+\overline{\mathrm{DC}}=8+3=11\mathrm{cm}$
$\therefore\ a+b=11+8=19(\mathrm{cm})$

4. 다음 그림과 같이 $\angle B = 64°$인 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 A에서 $\angle D$의 이등분선 위에 내린 수선의 발을 F라 할 때, $\angle BAF$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$°

▷ 정답 : 58°

해설

$\angle ADF = \angle CDF = 64° \div 2 = 32°$

$\angle DAF = 180° - (32° + 90°) = 58°$

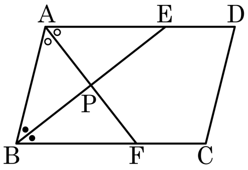
$\angle DAB = 180° - 64° = 116°$

$\therefore \angle BAF = \angle DAB - \angle DAF$

$= 116° - 58°$

$= 58°$

5. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AF}}$, $\overline{\mathrm{BE}}$ 는 각각 $\angle\mathrm{A}$ 와 $\angle\mathrm{B}$ 의 이등분선이다. $\angle\mathrm{AEB}+\angle\mathrm{AFB}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 90 °

해설

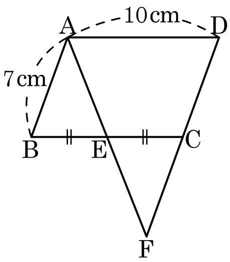
$\angle\mathrm{A}+\angle\mathrm{B}=180°$

$\angle\mathrm{A}+\dfrac{1}{2}\angle\mathrm{B}+\angle\mathrm{AEB}=180°$

$\angle\mathrm{B}+\dfrac{1}{2}\angle\mathrm{A}+\angle\mathrm{AFB}=180°$

$$\begin{aligned}\therefore\ \angle\mathrm{AEB}+\angle\mathrm{AFB}&=360°-\frac{3}{2}(\angle\mathrm{A}+\angle\mathrm{B})\\&=360°-270°\\&=90°\end{aligned}$$

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 7 cm ② 9 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 7\,\text{cm},\ \overline{BE} = \overline{CE} = 5\,\text{cm}$

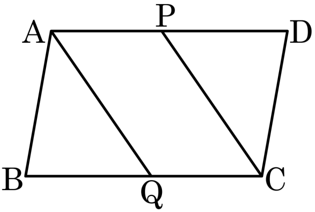
$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각)

$\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)

$\triangle ABE \equiv \triangle FCE, \overline{AB} = \overline{FC} = 7\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{FC} = 14(\,\text{cm})$

7. $\overline{AD}=80\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 3cm/s 의 속도로 꼭짓점 A 에서 꼭짓점 D 로 움직이고, 점 Q 는 7cm/s 의 속도로 꼭짓점 C 에서 꼭짓점 B 로 움직인다. 점 P 가 움직이기 시작하고 4 초 후에 점 Q 가 움직인다면 점 P 가 움직인지 몇 초 후에 □AQCP 가 평행사변형이 되겠는가?



① 6 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후

④ 9 초 후 ⑤ 10 초 후

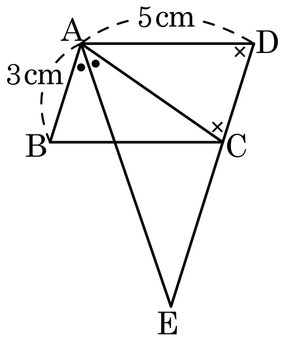
해설

$\overline{AP}=\overline{QC}$ 가 될 때까지 점 P 가 움직인 시간을 x 라고 하면

$3x=7(x-4)$

$3x=7x-28,\ 4x=28\ \ \therefore x=7$(초)

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle ACD = \angle ADC$이고 변 DC의 연장선과 $\angle BAC$의 이등분선의 교점을 E라 한다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이는?



① 8cm　② 10cm　③ 12cm　④ 14cm　⑤ 16cm

해설

□ABCD는 평행사변형에서 $\overline{AB} = \overline{DC} = 3\text{cm}$이고, $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DE}$이므로

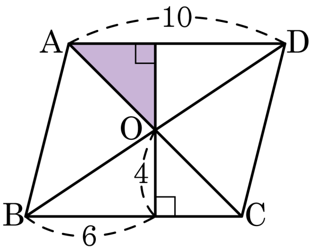
$\therefore \angle BAE = \angle CEA = \angle CAE$이다.

$\angle ACD = \angle ADC$이므로 $\triangle ACD$는 이등변삼각형이다. $\overline{AD} = \overline{AC} = 5\text{cm}$

$\angle CAE = \angle CEA$이므로 $\triangle ACE$는 이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{CE} = 5\text{cm}$

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{DC} + \overline{CE} = 3 + 5 = 8(\text{cm})$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\angle OQC = 90°$일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

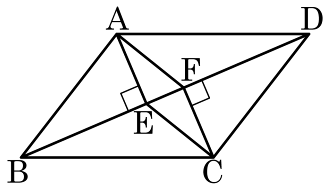
▷ 정답 : 8

해설

$\overline{AP} = \overline{AD} - \overline{PD}$, $\overline{PD} = \overline{BQ} = 6$ 이므로 $\overline{AP} = 4$이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$이다.

10. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 할 때, □AECF가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. △AED ≡ △CFB의 합동 조건은?



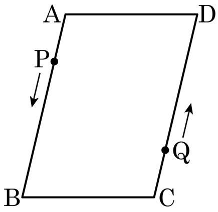
[가정] □ABCD는 평행사변형, $\angle AED = \angle CFB = 90°$
[결론] □AECF는 평행사변형
[증명] $\angle AED = \angle CFB$ (엇각)
$\overline{AE} // \overline{CF} \cdots$ ㉠
△AED와 △CFB에서
$\angle AED = \angle CFB = 90°$,
$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle ADE = \angle CBF$
따라서 △AED ≡ △CFB이다.
$\overline{AE} = \overline{CF} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동
④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

해설

△AED와 △CFB에서
$\angle AED = \angle CFB = 90°$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle ADE = \angle CBF$이므로
RHA 합동이다.

11. $\overline{AB}=60\,\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 점 A 에서 점 B 까지 매초 $5\,\text{cm}$ 의 속도로, 점 Q 는 점 C 에서 D 까지 매초 $8\,\text{cm}$ 의 속도로 움직이고 있다. 점 P 가 A 를 출발한지 3 초 후에 점 Q 가 점 C 를 출발한다면 점 Q 가 출발한지 몇 초 후에 $\overline{AQ}\,//\,\overline{PC}$ 가 되는가?



① 5 초 후　② 6 초 후　③ 7 초 후
④ 8 초 후　⑤ 9 초 후

해설

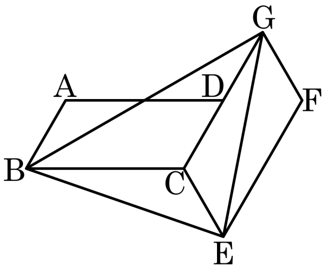
$\overline{AP}$ 와 $\overline{CQ}$ 의 길이가 같아야하므로 점 Q 가 움직인 시간을 x 라고 하면

$5\times3+5\times x=8x$

$3x=15\quad\therefore x=5$

$\therefore$ 5초 후

12. 다음 그림에서 사각형 ABCD, CEFG 는 넓이가 30 인 같은 평행사변형이고, $\overline{AD} = 2\overline{AB}$, $\overline{CG} = 2\overline{CE}$, $\angle B = 60°$ 일 때, 삼각형 BEG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 60

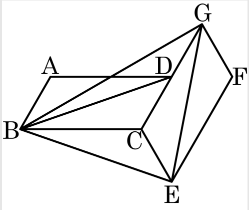
해설

사각형 ABCD, CEFG 는 넓이가 30 인 같은 평행사변형이고, $\overline{AD} = 2\overline{AB}$, $\overline{CG} = 2\overline{CE}$ 이므로 평행사변형 ABCD 와 CEFG 는 합동이다.

$\angle BCD = 180 - 60 = 120°$ 이고 평행사변형 ABCD 와 CEFG 는 합동이므로

$\angle GCE = \angle BCD = \angle BCE = 120°$

다음과 같이 꼭짓점 B, D 를 잇는 대각선을 그으면



$\triangle BCD$ 와 $\triangle BCE$ 에서 $\overline{CD} = \overline{CE}$, $\angle BCD = \angle BCE = 120°$, $\overline{BC}$ 는 공통이므로

$\triangle BCD \equiv \triangle BCE$ (SAS 합동)

이때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 30 이므로 $\triangle BCE = \triangle BCD = \dfrac{1}{2} \times 30 = 15$

$\therefore\ \triangle CEG = \dfrac{1}{2}\square CEGF = 15$

$\overline{CG} = 2\overline{CE} = 2\overline{CD}$ 이므로

$\triangle BCG = 2 \times \triangle BCD = 30$

따라서 $\triangle BEG = \triangle BCE + \triangle CEG + \triangle BCG = 15 + 15 + 30 = 60$ 이다.