1. 다음 중 평행사변형이 되지 않는 것은?

① 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형

② 두 쌍의 대각이 각각 같은 사각형

③ 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 사다리꼴도 해당될 수 있다.

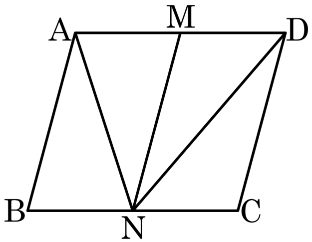
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같은 사각형

해설

③ 은 사다리꼴도 해당될 수 있으므로 평행사변형이 될 수 없다.

2. 넓이가 32 인 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}}$ 와 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, $\triangle$ANM 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

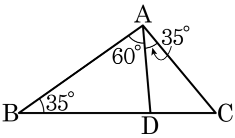
해설

$\square\mathrm{ABNM} = \dfrac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}$ 이고

$\triangle\mathrm{ANM} = \dfrac{1}{2}\square\mathrm{ABNM}$ 이므로

$\triangle\mathrm{ABE} = \dfrac{1}{4}\square\mathrm{ABCD} = \dfrac{1}{4}\times 32 = 8$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\angle B = \angle DAC = 35°$ 이고, $\angle DAB = 60°$ 이다. 다음 설명 중 <u>틀린</u> 것은?



① $\angle C = 50°$
② $\triangle ABC \backsim \triangle DAC$
③ $\angle ADC = 95°$
④ $\angle ADB = 85°$
⑤ $\triangle ABC \backsim \triangle DBA$

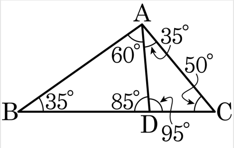
해설

$\triangle ABC$ 의 세 각의 크기는 $95°$, $35°$, $50°$

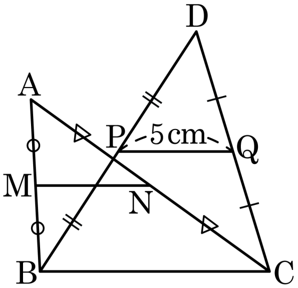
$\triangle DAC$ 의 세 각의 크기는 $95°$, $35°$, $50°$

$\triangle DBA$ 의 세 각의 크기는 $85°$, $35°$, $60°$

따라서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBA$ 는 닮음이 아니다.



4. 다음 그림에서 점 M, N, P, Q 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{DB}$, $\overline{DC}$ 의 중점이다. $\overline{PQ} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 4.5cm

④ 5cm ⑤ 5.5cm

해설

점 P, Q가 각각 $\overline{DB}$, $\overline{DC}$ 의 중점이므로

$\overline{BC} = 2\overline{PQ} = 2 \times 5 = 10(\text{cm})$ 이다.

따라서 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이므로

$\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$ 이다.

5. 실제 거리가 20m 인 두 지점 사이의 거리가 4cm 로 나타내어진 지도에서 넓이가 12cm^2 인 땅의 실제 넓이는?

① 100m^2 ② 200m^2 ③ 300m^2

④ 400m^2 ⑤ 500m^2

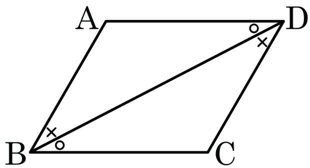
해설

축척이 $\dfrac{4}{2000} = \dfrac{1}{500}$ 이므로 닮음비는 $1:500$ 이고, 넓이의 비는

$1^2 : 500^2 = 1 : 250000$

$\therefore$ (실제 넓이) $= 12 \times 250000 = 3000000(\text{cm}^2) = 300(\text{m}^2)$

6. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 것을 차례대로 나열하면?



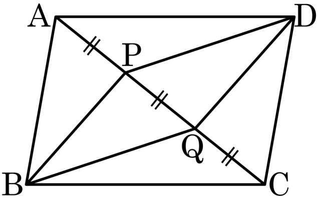
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B 와 점 D 를 이으면 △ABD 와 △CDB 에서
$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) ⋯ ㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \boxed{}$ (엇각) ⋯ ㉡
$\boxed{}$ 는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB ($\boxed{}$ 합동) ∴ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① $\angle CDB$, $\overline{BC}$, SSS
② $\angle CDB$, $\overline{BD}$, SSS
③ $\angle BCD$, $\overline{BC}$, ASA
④ $\angle CDB$, $\overline{BD}$, ASA
⑤ $\angle DBC$, $\overline{DB}$, ASA

해설

△ABD 와 △CDB 에서
$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각),
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각),
$\overline{DB}$ 는 공통 이므로 △ABD = △CDB (ASA 합동) 이다.

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 AC를 삼등분하는 점을 각각 P, Q라고 하자. □ABCD 의 넓이는 □PBQD 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답 : ______ 배

▷ 정답 : 3 배

해설

$$\triangle DPQ = \frac{1}{3}\triangle ACD = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square ABCD = \frac{1}{6}\square ABCD$$

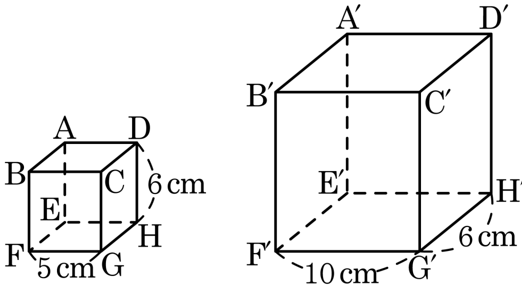
$$\triangle BPQ = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square ABCD = \frac{1}{6}\square ABCD$$

$$\square PBQD = \triangle DPQ + \triangle BPQ = \frac{1}{6}\square ABCD + \frac{1}{6}\square ABCD$$

$$= \frac{1}{3}\square ABCD$$

따라서 □ABCD 의 넓이는 □PBQD 의 넓이의 3배이다.

8. 다음 그림의 두 직육면체는 서로 닮은 도형이고, □ABCD 와 □A′B′C′D′ 가 서로 대응하는 면일 때, □BFGC 에 대응하는 면은?



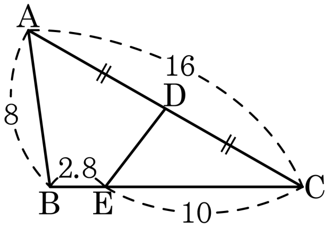
① □B′F′G′C′　② □A′B′F′E′　③ □E′F′G′H′

④ □C′D′H′G′　⑤ □A′E′H′D′

해설

□BFGC 에 대응하는 면은 □B′F′G′C′ 이다.

9. 각 변의 길이가 다음과 같을 때, $\triangle\mathrm{CDE}$의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$\overline{\mathrm{AC}} : \overline{\mathrm{CE}} = 16 : 10 = 8 : 5$

$\overline{\mathrm{BC}} : \overline{\mathrm{CD}} = 12.8 : 8 = 8 : 5$

$\angle\mathrm{C}$는 공통

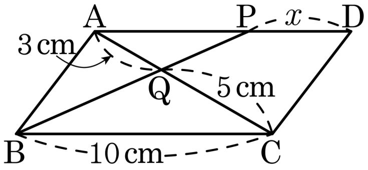
$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC} \backsim \triangle\mathrm{EDC}$ (SAS 닮음)

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{DE}} = 8 : 5$

$\overline{\mathrm{DE}} = 5$

따라서 $\triangle\mathrm{CDE}$ 의 둘레는 $5 + 10 + 8 = 23$ 이다.

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AQ} = 3\text{cm}$, $\overline{QC} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$일 때, x의 길이는?

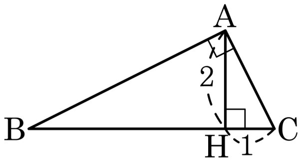


① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 9 cm ⑤ 12 cm

해설

$\triangle APQ \backsim \triangle CBQ$ (AA 닮음)이고, $\overline{AP}$를 $y\,\text{cm}$ 라 하면 $3 : 5 = y : 10$, $y = 6\,\text{cm}$ 이다.
$\overline{AD} = 10\,\text{cm}$ 이므로 $x = 4\,\text{cm}$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{AH} = 2$, $\overline{HC} = 1$ 일 때, $\triangle ABH$ 의 넓이는?



① 4　　② 8　　③ 16　　④ 20　　⑤ 25

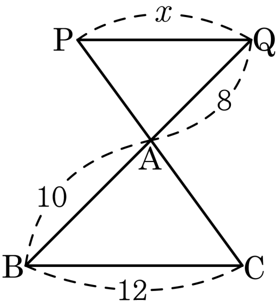
해설

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{HC}$ 이므로 $2^2 = \overline{BH} \times 1$

$\therefore\ \overline{BH} = 4$

$\therefore\ \triangle ABH = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$

12. 다음 그림에서 $\overline{PQ} /\!/ \overline{BC}$ 이고 $\overline{AQ} = 8$, $\overline{AB} = 10$, $\overline{BC} = 12$ 일 때, x 의 값은?



① 6　　② 8　　③ 9　　④ 9.6　　⑤ 15

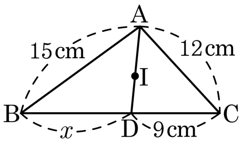
해설

$\triangle APQ \backsim \triangle ACB$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{AQ} = \overline{BC} : \overline{PQ}$

$10 : 8 = 12 : x$

$10x = 96 \qquad \therefore \ x = 9.6$

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____________ cm

▷ 정답 : $\frac{45}{4}$ cm

해설

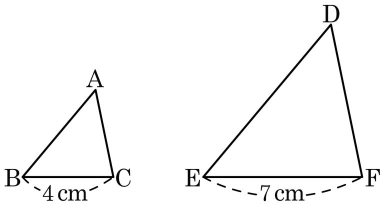
점 I 가 내심이므로 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.

$\therefore \overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

$15 : 12 = x : 9$, $12x = 135$

$\therefore x = \overline{BD} = \frac{45}{4}(\text{cm})$

14. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $16\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $49\,\mathrm{cm}^2$

해설

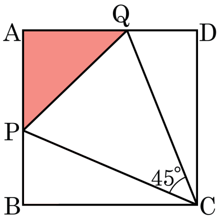
닮음비는 $\overline{BC} : \overline{EF} = 4 : 7$

넓이의 비는 $4^2 : 7^2 = 16 : 49$

$\triangle ABC : \triangle DEF = 16 : 49$

$\therefore\ \triangle DEF = 49\ (\mathrm{cm}^2)$

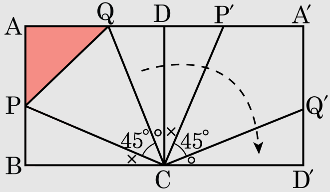
15. 다음 정사각형 ABCD는 한 변의 길이가 4 cm이고 $\angle PCQ = 45^{\circ}$일때, $\triangle APQ$의 둘레의 길이는?



① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

해설

$\square$ABCD를 점 C를 중심으로 오른쪽으로 회전시켜면 다음 그림과 같다.



$\angle QCP' = \angle QCD + \angle DCP' = \angle QCD + \angle BCP = 45^{\circ}$

$\triangle QCP$, QCP'에서

$\overline{CP} = \overline{CP'}$, $\angle QCP = \angle QCP' \cdots$ ㉠

$\overline{QC}$는 공통$\cdots$ ㉡

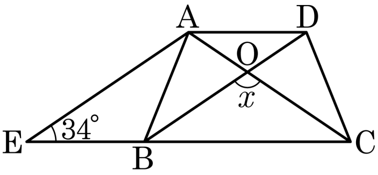
㉠, ㉡에 의하여 $\triangle QCP \equiv QCP'$(SAS합동)

$\therefore \overline{PQ} = \overline{P'Q}$

($\triangle APQ$의 둘레의 길이) $= \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} = \overline{A'P'} + \overline{P'Q} + \overline{QA} =$

$4 + 4 = 8$

16. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AE} // \overline{DB}$, $\angle AEB = 34°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad°}$

▷ 정답 : $\underline{112°}$

해설

사각형 ABCD의 두 대각선의 교점을 점 O라고 하면,

$\overline{AE} // \overline{DB}$이므로 $\angle AEB = \angle OBC = 34°(\because$ 동위각)

$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서 $\overline{BC}$는 공통,

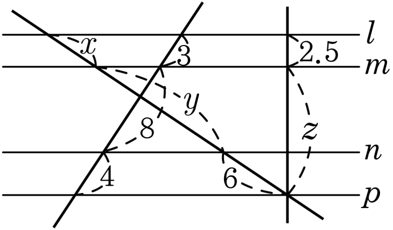
등변사다리꼴의 성질에 의하여 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$ 이므로

$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

따라서 $\angle DBC = \angle ACB$이므로 $\triangle OBC$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle BOC = \angle x = 180° - (2 \times 34°) = 112°$

17. 다음 그림에서 $l \,/\!/\, m \,/\!/\, n \,/\!/\, p$일 때, $x+y+z$의 값은?



① 25　② 25.5　③ 26　④ 26.5　⑤ 27

해설

$x : 3 = 6 : 4$이므로　$x = 4.5$

$y : 8 = 6 : 4$이므로　$y = 12$

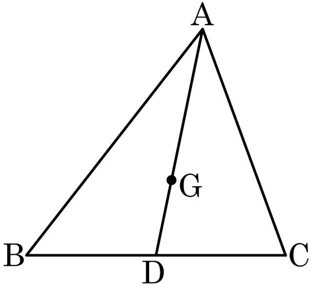
$3 : 2.5 = (8+4) : z$ 이므로 $6 : 5 = 12 : z$

$6z = 60$

$z = 10$

$\therefore\ x + y + z = 4.5 + 12 + 10 = 26.5$

18. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 무게중심을 G라 할 때, $\overline{AG}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이와 $\overline{GD}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이의 비를 구하면?

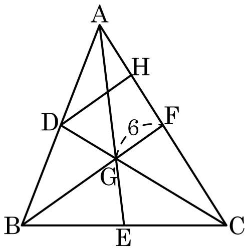


① 3 : 1 ② 5 : 2 ③ 4 : 3 ④ 4 : 1 ⑤ 2 : 1

해설

점 G가 삼각형 ABC 의 무게중심이므로
$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$이다. $\overline{GD}$ 의 길이를 a라고 하면 $\overline{GD}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 a^2이고, $\overline{AG}$의 길이는 $2a$이므로 $\overline{AG}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 $4a^2$ 이다.
따라서 넓이의 비는 $4:1$이다.

19. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고, 점 H 는 $\overline{AF}$ 의 중점이다. $\overline{GF} = 6$ 일 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하면?



① 9　　② 10　　③ 11

④ 12　　⑤ 13

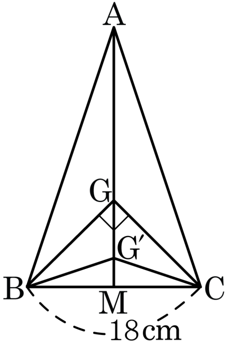
해설

$\triangle ABF$ 에서

$\overline{BG} : \overline{GF} = 2 : 1, \overline{BG} = 12$,

$\overline{DH} = \dfrac{1}{2} \times 18 = 9$

20. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고 점 G′ 은 $\triangle GBC$ 의 무게중심이다. $\angle BGC = 90°$, $\overline{BC} = 18\text{cm}$ 일 때, $\overline{AG'}$ 의 길이는?

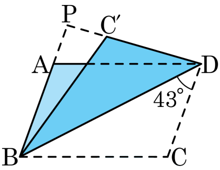


① 20cm ② 22cm ③ 24cm ④ 26cm ⑤ 28cm

해설

$\triangle GBC$ 에서 $\overline{GM} = \overline{BM} = \overline{MC} = 9(\text{cm})$ 점 G′ 은 $\triangle GBC$ 의 무게중심이므로 $\overline{GG'} = \frac{2}{3}\overline{GM} = \frac{2}{3} \times 9 = 6(\text{cm})$ 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{AG} = 2\overline{GM} = 18(\text{cm})$ $\therefore \overline{AG'} = \overline{AG} + \overline{GG'} = 18 + 6 = 24(\text{cm})$

21. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었다. $\overline{AB}$, $\overline{DC'}$ 의 연장선의 교점을 P 라고 할 때, $\angle P$ 의 크기는?



① 86° ② 88° ③ 90°

④ 94° ⑤ 96°

해설

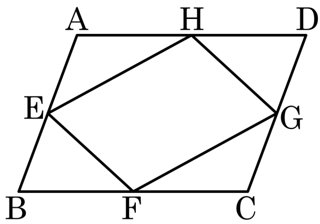
$\angle C'DB = \angle CDB = 43°$

$\angle ABD = \angle BDC = 43°$ (엇각)

$\triangle PBD$ 에서

$\angle P = 180° - 43° \times 2 = 94°$

22. 다음은 평행사변형 ABCD의 각 변의 중점을 차례로 E, F, G, H라 할 때, □EFGH가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



$\triangle$AEH와 $\triangle$CGF에서

$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \boxed{\quad ㄱ \quad} \cdots$ ㉠

$\boxed{\quad ㄴ \quad} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{DC} = \overline{CG} \cdots$ ㉡

□ABCD는 평행사변형이므로

$\angle HAE = \boxed{\quad ㄷ \quad} \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여 $\triangle AEH \equiv \triangle CGF$ ($\boxed{\quad ㄹ \quad}$ 합동)

$\therefore \overline{EH} = \overline{FG} \cdots$ ㉣

$\triangle$EBF와 $\triangle$GDH에서도 같은 방법으로하면

$\triangle EBF \equiv \triangle GDH$이므로

$\therefore \overline{EF} = \boxed{\quad ㅁ \quad} \cdots$ ㉤

㉣, ㉤에 의하여 □EFGH는 평행사변형이다.

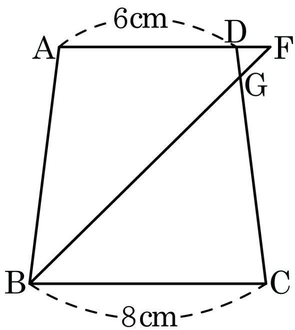
① ㄱ : $\overline{CF}$ ② ㄴ : $\overline{AE}$ ③ ㄷ : $\angle FCG$

④ ㄹ : SSS ⑤ ㅁ : $\overline{HG}$

해설

$\overline{AE} = \overline{CG}$, $\angle HAE = \angle FCG$, $\overline{AH} = \overline{CF}$이므로 $\triangle$AEH와 $\triangle$CGF는 SAS 합동이다.

23. 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}=6\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC}=8\,\mathrm{cm}$ 이다. $\overline{AD}$ 의 연장선 위에 점 F 를 잡을 때, 선분 BF 가 □ABCD 의 넓이를 이등분한다. 이 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



① $1\,\mathrm{cm}$ ② $\frac{8}{7}\,\mathrm{cm}$ ③ $\frac{9}{7}\,\mathrm{cm}$
④ $\frac{10}{7}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $\frac{11}{7}\,\mathrm{cm}$

해설

□ABCD 의 높이를 h 라 할 때,

□ABCD $=(8+6)\times h\times\frac{1}{2}=7h$

△GBC 의 높이를 m 이라 할 때,

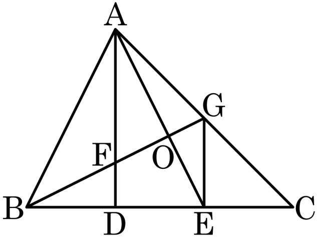
△GBC$=\frac{1}{2}\times 8\times m=4m$

$4m=\frac{1}{2}\times 7h$, $m=\frac{7}{8}h$, $m:h=7:8$

$\overline{DF}:\overline{BC}=1:7$ 이므로

$\overline{DF}:8=1:7$, $\overline{DF}=\frac{8}{7}\,(\mathrm{cm})$

24. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 삼등분점이 점 D, 점 E 이고, $\overline{AC}$ 의 중점이 점 G 이다. $\overline{EO}$ 의 길이가 4 일 때, $\overline{AO}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

선분 EG 의 길이를 a 라 두면,

$\triangle ACD$ 에서 중점연결 정리에 의해, $\overline{AD} = 2a$

$\triangle BEG$ 에서 중점연결 정리에 의해,

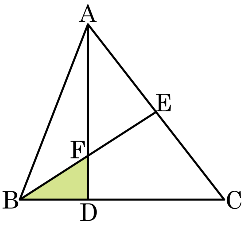
$\overline{DF} = \dfrac{1}{2}a$, $\overline{AF} = \dfrac{3}{2}a$

$\triangle AOF$ 와 $\triangle EOG$ 는 닮음이므로,

$\overline{AO} : \overline{EO} = \overline{AF} : \overline{EG} = \dfrac{3}{2}a : a = 3 : 2$

$\therefore\ \overline{AO} = 6$

25. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 E 는 $\overline{AC}$ 의 중점이고$\overline{DC} = 2\overline{BD}$ 이다. $\triangle BDF = 4\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $48\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

점 E 에서 $\overline{AD}$ 와 평행한 선분 $\overline{EG}$ 를 그으면

$\overline{BD} = \overline{DG} = \overline{GC}$

$\triangle BEG = 4\triangle BFD = 16(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle BEC = \dfrac{3}{2}\triangle BGE = 24(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle ABC = 2\triangle BEC = 48(\mathrm{cm}^2)$