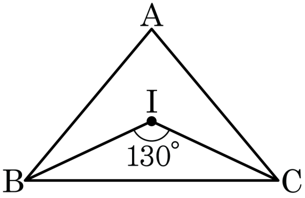
1. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다.



$\angle\mathrm{BIC} = 130°$ 일 때, $\angle\mathrm{BAC}$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 80 °

해설

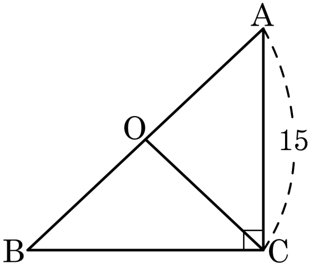
$\angle\mathrm{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle\mathrm{BAC}$

$130° = 90° + \frac{1}{2}\angle\mathrm{BAC}$

$\frac{1}{2}\angle\mathrm{BAC} = 40°$

$\therefore\ \angle\mathrm{BAC} = 80°$

2. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



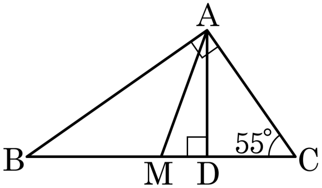
▶ **답 :**

▷ **정답 :** 16

해설

변 $\overline{OC}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$의 넓이는 $60 \times 2 = 120$이다.
높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로
$$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$$
$\therefore x = 16$

3. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle C = 55°$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?



① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$

$\angle ABM = 35°$, $\angle DAC = 35°$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because \overline{BM} = \overline{AM}$)

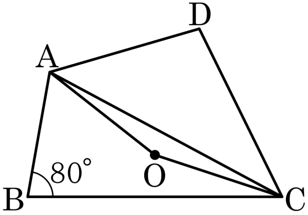
$\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35°$

$\angle AMB = 180° - 35° - 35° = 110°$

$\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90° - 35° - 35° = 20°$

따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110° - 20° = 90°$

4. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기는?



① $20°$ ② $40°$ ③ $60°$ ④ $80°$ ⑤ $100°$

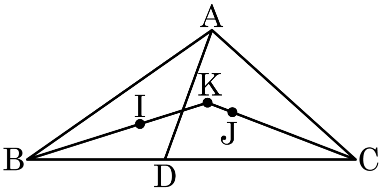
해설

$\angle AOC = 2 \times 80° = 160°$이므로

$\angle ADC = \frac{1}{2}(360° - 160°) = 100°$

$\therefore \angle D = 100°$

5. 다음 그림과 같이 $\angle ADC = 70°$, $\angle C = 42°$ 인 삼각형 ABC 의 변 BC 위에 $\overline{BD} = \overline{AD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 삼각형 ABD, ACD 의 내심을 각각 I, J 라 하자. 선분 BI 와 선분 CJ 의 연장선의 교점을 K 라 할 때, $\angle IKJ$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** ______ °

▷ **정답 :** 141.5 °

해설

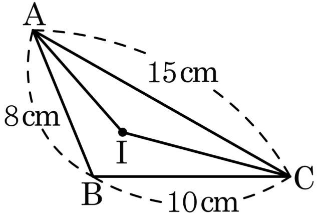
$\overline{BD} = \overline{AD}$ 이므로 $\angle ABD = \frac{1}{2}\angle ADC = 35°$

점 J 는 내심이므로 $\angle JCD = 42° \times \frac{1}{2} = 21°$

점 I 는 내심이므로 $\angle IBD = \angle ABD \times \frac{1}{2} = 17.5°$

따라서 $\angle IKJ = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{BC} = 10cm$, $\overline{AC} = 15cm$일 때, $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle AIC$의 넓이의 비는?



① 2 : 1　　② 30 : 17　　③ 32 : 15

④ 33 : 15　　⑤ 36 : 17

해설

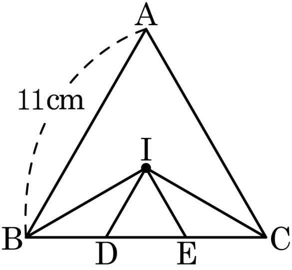
내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면

$(\triangle ABC$의 넓이$) = \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 15) = \frac{33}{2} r\ (cm^2)$

$(\triangle AIC$의 넓이$) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r\ (cm^2)$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이다. $\overline{AB}//\overline{ID}$, $\overline{AC}//\overline{IE}$ 이고 $\overline{AB} = 11\text{cm}$ 일 때, $\triangle$IDE 의 둘레의 길이는?

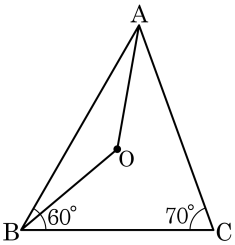


① $\dfrac{11}{3}\text{cm}$ ② $\dfrac{11}{2}\text{cm}$ ③ 11cm
④ 12cm ⑤ 13cm

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID (\because \overline{AB}//\overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다. $\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$
같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE$ $(\because \overline{AC}//\overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$ 이다.
따라서 ($\triangle$IDE 의 둘레의 길이) $= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 11(\text{cm})$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다 $\angle B = 60°$, $\angle C = 70°$일 때, $\angle OAC$의 크기는?



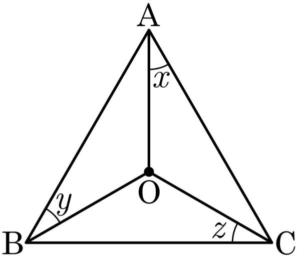
① $10°$ ② $15°$ ③ $20°$

④ $25°$ ⑤ $30°$

해설

삼각형 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로
$\angle BAC$는 $50°$이다.
보조선 $\overline{OC}$를 긋고, $\angle OAC = a$, $\angle OCB = b$, $\angle OBA = c$라고 놓으면
$a + c = 50°$, $a + b = 70°$, $b + c = 60°$ 이므로
세 식을 전부 더하면 $2(a + b + c) = 180°$, $a + b + c = 90°$
그런데 $b + c = 60°$이므로 $a = 30°$이다.

9. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle$ABC 의 외심일 때, $x+\ y+\ z$ 의 크기는?

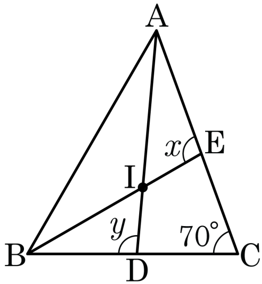


① 30° ② 60° ③ 90° ④ 120° ⑤ 130°

해설

$\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA}$
$\angle\mathrm{OCB} = \angle\mathrm{OBC}$
$\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA}$
즉, $\triangle$ABC 의 내각의 합은 $2x + 2y + 2z = 180°$ 이므로
$x + y + z = 90°$ 이다.

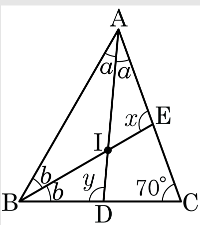
10. 다음 그림의$\triangle ABC$ 에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 70°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



① 175°　② 185°　③ 195°　④ 205°　⑤ 215°

해설

오른쪽 그림과 같이



$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$, $\angle IBA = \angle IBC = \angle b$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$

$\therefore \angle a + \angle b = 55°$

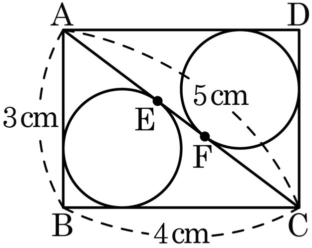
$\triangle BCE$ 에서 $\angle x = \angle b + 70°$, $\triangle ADC$ 에서

$\angle y = \angle a + 70°$

$\therefore \angle x + \angle y = (\angle b + 70°) + (\angle a + 70°)$

$= \angle a + \angle b + 140° = 55° + 140° = 195°$

11. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 대각선 AC 와 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내접원과의 교점을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 1 cm

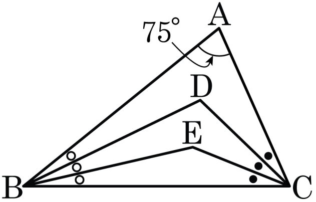
해설

$\overline{AE} = \frac{1}{2} \times (3 + 5 - 4) = 2(\text{cm})$

$\overline{CF} = \frac{1}{2} \times (3 + 5 - 4) = 2(\text{cm})$

$\overline{EF} = \overline{AC} - \overline{AE} - \overline{CF} = 5 - 2 - 2 = 1(\text{cm})$

12. $\triangle ABC$ 에서 $\angle \mathrm{B}$, $\angle \mathrm{C}$ 의 삼등분선의 교점이 각각 D, E 이고 $\angle A = 75°$ 일 때, $\angle \mathrm{BDC} + \angle \mathrm{BEC}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 255°

해설

$\angle \mathrm{B} + \angle \mathrm{C} = 180° - 75° = 105°$

$\angle \mathrm{EBC} + \angle \mathrm{ECB} = \dfrac{1}{3} \times 105° = 35°$

$\angle \mathrm{BEC} = 180° - 35° = 145°$

점 E 는 $\triangle \mathrm{DBC}$ 의 내심이므로

$\angle \mathrm{BEC} = 90° + \dfrac{1}{2} \angle \mathrm{BDC}$

$145° = 90° + \dfrac{1}{2} \angle \mathrm{BDC}$, $\angle \mathrm{BDC} = 110°$

$\angle \mathrm{BEC} + \angle \mathrm{BDC} = 145° + 110° = 255°$