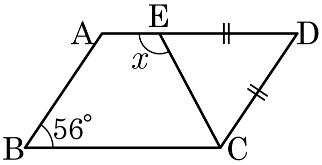
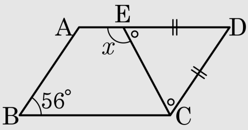
1. 다음 그림에서 □ABCD 가 평행사변형일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\circ}$

▷ 정답 : $118\underline{\circ}$

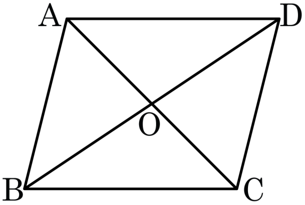
해설



$\angle CED = (180° - 56°) \div 2 = 62°$

$\angle x = 180° - 62° = 118°$

2. 다음 □ABCD 의 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, 다음 중 평행사변형이 되지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DC},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

② $\overline{OA} = \overline{OC},\ \overline{OB} = \overline{OD}$

③ $\overline{AB} // \overline{DC},\ \overline{AD} // \overline{BC}$

④ $\angle A + \angle D = \angle B + \angle C$

⑤ $\overline{AB} // \overline{DC},\ \overline{AB} = \overline{DC}$

해설

$\angle A + \angle D = \angle C + \angle D$ 가 되어야 한다.

3. 다음 보기 중에서 평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건을 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

㉡ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

㉢ 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.

㉣ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

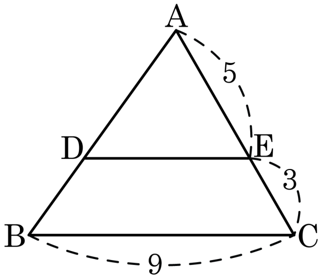
㉤ 두 대각선의 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 마름모가 될 조건
㉡ 직사각형이 될 조건
㉢ 직사각형이 될 조건
㉣ 평행사변형이 될 조건
㉤ 직사각형이 될 조건
∴ ㉡, ㉢, ㉤의 3 개

4. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$

② $\overline{AD} : \overline{BD} = 5 : 3$

③ $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$

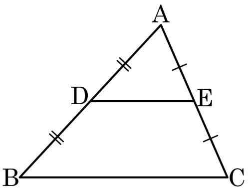
④ $\overline{DE} = \dfrac{45}{8}$

⑤ $\overline{BC} : \overline{DE} = 8 : 3$

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC} = 5 : 8$
따라서 $\overline{BC} : \overline{DE} = 8 : 5$ 이다.

5. 다음 그림에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이다. $\triangle ADE = 20\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $40\mathrm{cm}^2$ ② $60\mathrm{cm}^2$

③ $80\mathrm{cm}^2$ ④ $100\mathrm{cm}^2$

⑤ $120\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle ADE$와 $\triangle ABC$의 닮음비는 $\overline{AD} : \overline{AB} = 1 : 2$

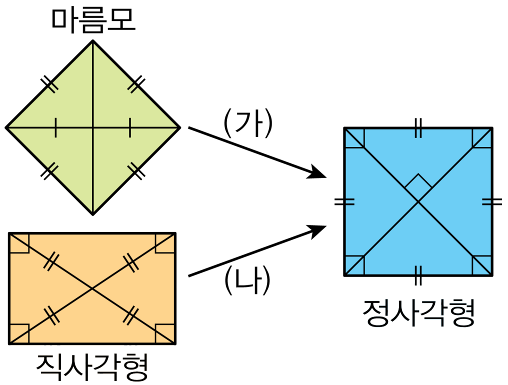
넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 넓이를 $x\,\mathrm{cm}^2$ 라 하면

$1 : 4 = 20 : x$

$\therefore\ x = 80$

6. 다음 보기 중에서 정사각형이 되기 위해 추가되어야 하는 조건으로 옳은 것은?



보기

㉠ 이웃한 두 변의 길이가 같다.

㉡ 두 대각선이 서로 수직이다.

㉢ 한 쌍의 대변이 평행하다.

㉣ 다른 한 쌍의 대변도 평행하다.

㉤ 두 대각선의 길이가 같다.

㉥ 한 내각의 크기가 90° 이다.

① ㈎ : ㉡, ㉥ ㈏ : ㉡, ㉣

② ㈎ : ㉢, ㉥ ㈏ : ㉢, ㉣

③ ㈎ : ㉡, ㉤ ㈏ : ㉠, ㉢

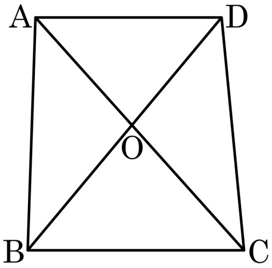
④ ㈎ : ㉤, ㉥ ㈏ : ㉠, ㉡

⑤ ㈎ : ㉠, ㉡ ㈏ : ㉡, ㉣, ㉤

해설

마름모에서 정사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같고, 한 내각의 크기가 90°이면 된다.
직사각형이 정사각형이 되려면 두 대각선이 서로 수직 이등분하고, 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 된다.

7. 다음 그림은 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. $\triangle ACD = 36\text{cm}^2$, $\triangle ABO = 20\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle AOD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

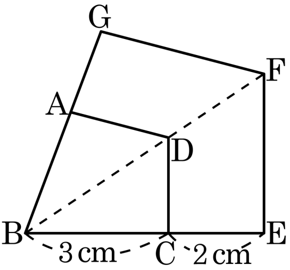
▷ 정답 : 16 cm^2

해설

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이고, $\triangle AOD$ 는 공통이므로 $\triangle ABO = \triangle DCO$

따라서 $\triangle AOD = 36 - 20 = 16\text{cm}^2$

8. 다음 그림에서 □GBEF 는 □ABCD 와 서로 닮음이다. □ABCD 의 둘레의 길이가 24cm 일 때, □GBEF 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

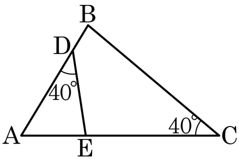
▷ 정답 : 40 cm

해설

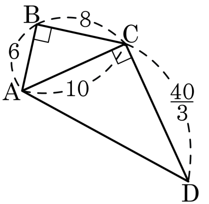
□ABCD : □GBEF 의 닮음비는 $\overline{BC} : \overline{BE} = 3 : (3 + 2) = 3 : 5$ 이므로
각 대응변의 길이의 비도 3 : 5 이고, 도형 전체의 둘레의 길이의 비도 3 : 5 가 된다.
□ABCD : □GBEF $= 3 : 5 = 24 : \boxed{}$
따라서 □GBEF 의 둘레의 길이는 40cm 이다.

9. 다음과 같은 닮음 삼각형을 보고 닮음조건으로 바르게 연결한 것은?

(1)



(2)



① (1) AA 닮음 (2) SAS 닮음

② (1) SSS 닮음 (2) SAS 닮음

③ (1) SSS 닮음 (2) SSS 닮음

④ (1) SAS 닮음 (2) AA 닮음

⑤ (1) AA 닮음 (2) AA 닮음

해설

(1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서 $\angle A$ 는 공통, $\angle ACB = \angle ADE = 40°$

$\therefore$ AA 닮음

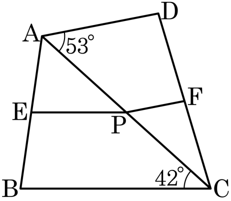
(2) $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 에서 $\angle ABC = \angle ACD = 90°$

$\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 5$

$$\overline{BC} : \overline{CD} = 8 : \frac{40}{3} = 3 : 5$$

$\therefore$ SAS 닮음

10. 다음 그림에서 $\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AP} : \overline{PC} = \overline{DF} : \overline{FC}$ 이다. $\angle DAC = 53°$, $\angle ACB = 42°$ 일 때, $\angle APF$ 와 $\angle EPC$ 의 크기의 차를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}°$

▷ 정답 : $11°$

해설

$\overline{EP} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle APE = \angle ACB = 42°$

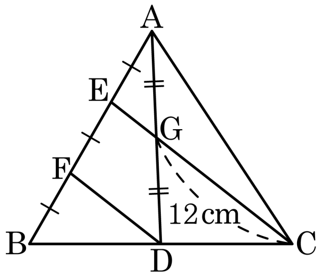
$\angle EPC = 180° - 42° = 138°$

$\overline{AD} // \overline{PF}$ 이므로 $\angle FPC = \angle DAC = 53°$

$\angle APF = 180° - 53° = 127°$

$\therefore \angle EPC - \angle APF = 138° - 127° = 11°$

11. 다음 그림에서 $\overline{AE}=\overline{EF}=\overline{FB}$ 이고, $\overline{AG}=\overline{GD}$ 일 때, $\overline{EG}$ 의 길이는?



① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

$\triangle AFD$ 에서 $\overline{AE}=\overline{EF}$, $\overline{AG}=\overline{GD}$ 이므로 삼각형의 중점연결정리에 의해

$\overline{FD}=2x$, $\overline{FD} \mathbin{/\!/} \overline{EG}$

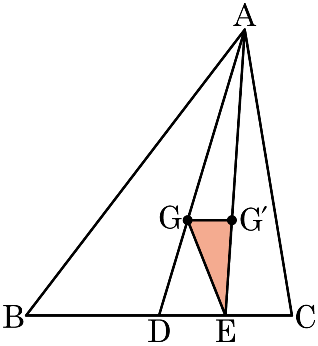
$\triangle BCE$ 에서 $\overline{BF}=\overline{FE}$, $\overline{FD} \mathbin{/\!/} \overline{EC}$ 이므로 삼각형의 중점연결정리의 역에 의해

$$\overline{FD}=\frac{x+12}{2}\text{cm}$$

$$\overline{FD}=2x=\frac{x+12}{2}$$

$\therefore x=4(\text{cm})$ 이다.

12. 다음 그림에서 점 G, G′ 는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ADC$ 의 무게중심이다. $\triangle GEG' = 4\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 72 cm^2

해설

$\triangle AGE = 3\triangle GG'E = 12(\text{cm}^2)$

$\triangle ADE = \dfrac{3}{2}\triangle AGE = 18(\text{cm}^2)$

$\triangle ABC = 4\triangle ADE = 72(\text{cm}^2)$

13. 닮음비가 $1:2$ 인 두 정육면체의 부피의 합이 $189\,\mathrm{cm}^3$ 일 때, 큰 정육면체의 부피를 구하여라.

▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : $168\,\mathrm{cm}^3$

해설

닮음비가 $1:2$ 이므로 부피비는 $1:8$ 이다. 작은 정육면체의 부피를 a라고 하면

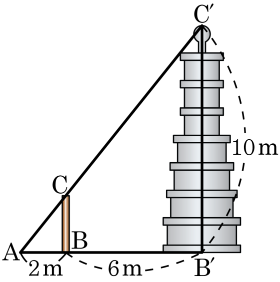
$a+8a=189$

$9a=189$

$a=21$

$\therefore$ (큰 정육면체의 부피) $=8a=8\times21=168\left(\mathrm{cm}^3\right)$

14. 막대의 높이를 재기 위하여 탑의 그림자 끝 A 에서 2 m 떨어진 지점 B 에 막대를 세워 그 그림자의 끝이 탑의 그림자의 끝과 일치하게 하였다. 막대와 탑 사이의 거리가 6 m 일 때, 막대의 높이를 구하면?



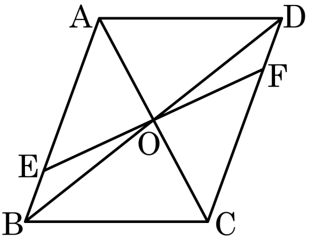
① 2.5 m　② 3 m　③ 3.3 m　④ 4 m　⑤ 4.2 m

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle AB'C'$ 이므로 $2 : 8 = \overline{CB} : 10$

$\therefore \overline{CB} = 2.5\,\mathrm{m}$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이다. $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 1$ 이고 $\triangle AEO$ 의 넓이가 18 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 6 ② 18 ③ 24 ④ 48 ⑤ 96

해설

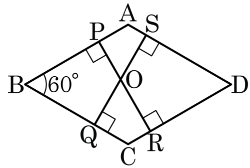
$\triangle AOE$ 와 $\triangle BEO$ 에서 높이는 같고 밑변이 $3 : 1$ 이므로 $\triangle AOE : \triangle BEO = 3 : 1$

$\therefore \triangle BEO = \frac{1}{3}\triangle AEO = 6$

$\triangle AOB = 6 + 18 = 24$

$\therefore \square ABCD = 4 \times \triangle AOB = 24 \times 4 = 96$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60°$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}$ 와 같은 것은?

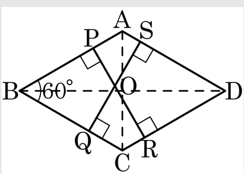


① $\overline{AC}$ ② $\overline{BD}$ ③ $\overline{OA}+\overline{OC}$

④ $\overline{OB}+\overline{OD}$ ⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



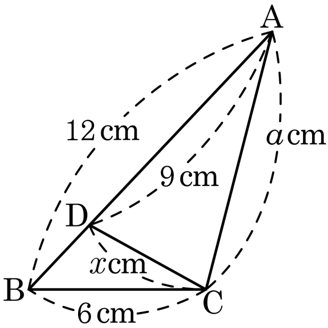
$$\square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$$
$$= \frac{a}{2}\times\overline{OP} + \frac{a}{2}\times\overline{OQ} + \frac{a}{2}\times\overline{OR} + \frac{a}{2}\times\overline{OS}$$
$$= \frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) \quad \cdots ㉠$$

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B = 60$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC}=a$ 이므로

$$\square ABCD = \frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD} = \frac{a}{2}\times\overline{BD}\cdots ㉡$$

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ $\therefore$ $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}=\overline{BD}$

17. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}}=12\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AD}}=9\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AC}}=a\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}}=6\,\mathrm{cm}$ 일 때, x의 값을 a에 관하여 나타내면?



① $3a$　② $\frac{2a}{3}$　③ $\frac{a}{2}$　④ $\frac{a}{3}$　⑤ $2a$

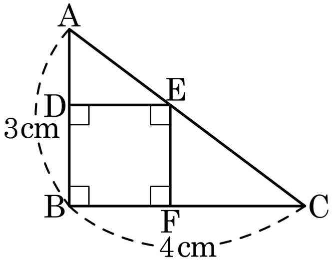
해설

$\angle\mathrm{B}$ 는 공통, $\overline{\mathrm{BD}}:\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BC}}:\overline{\mathrm{BA}}=1:2$ 이므로 $\triangle\mathrm{BDC}\backsim\triangle\mathrm{BCA}$(SAS닮음)

닮음비가 $1:2$ 이므로 $x:a=1:2$

$\therefore\ x=\frac{a}{2}$

18. 아래 그림에서 $\overline{AB}=3\text{cm}$, $\overline{BC}=4\text{cm}$, $\overline{AC}=5\text{cm}$ 일 때, 정사각형 DBFE 의 한 변의 길이를 구하면?



① 2cm ② $\frac{12}{7}\text{cm}$ ③ $\frac{10}{7}\text{cm}$

④ $\frac{3}{2}\text{cm}$ ⑤ 1cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음) 이므로

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$

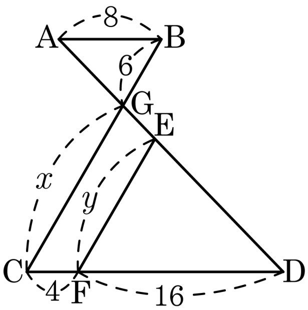
정사각형의 한 변인 $\overline{DE}$ 를 a (cm) 라고 하면

$3 : (3-a) = 4 : a$

$a = \frac{12}{7}$

$\therefore \frac{12}{7}\text{cm}$

19. 다음 그림에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{EF} /\!/ \overline{GC}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?



① 26　② 27　③ 28　④ 29　⑤ 30

해설

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{GB} : \overline{GC}$

$8 : 20 = 6 : x$

$2x = 30 \qquad \therefore\ x = 15$

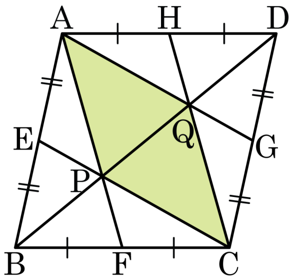
$\overline{EF} /\!/ \overline{GC}$ 이므로 $\overline{DF} : \overline{DC} = \overline{EF} : \overline{GC}$

$16 : 20 = y : 15$

$5y = 60 \qquad \therefore\ y = 12$

$\therefore\ x + y = 15 + 12 = 27$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 E, F, 대각선 $\overline{BD}$ 와 $\overline{EC}$, $\overline{AG}$ 와의 교점을 각각 P, Q 라 하고 $\triangle BFP$ 의 넓이가 $7 cm^2$ 일 때, 사각형 APCQ 의 넓이는?

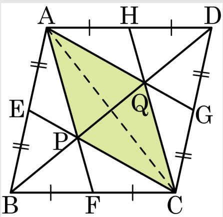


① $28 cm^2$ ② $36 cm^2$ ③ $40 cm^2$

④ $44 cm^2$ ⑤ $48 cm^2$

해설

평행사변형의 대각선 $\overline{AC}$ 를 그으면, 점 P는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.



$\triangle BFP = \dfrac{1}{2}\triangle ACP = \dfrac{1}{4}\square APCQ$

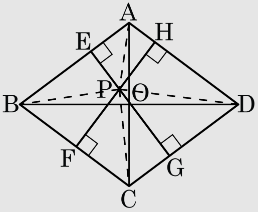
따라서 $\square APCQ = 4 \times 7 = 28(cm^2)$ 이다.

21. 한 변의 길이가 10 인 마름모 ABCD 의 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\overline{AO}=6$, $\overline{BO}=8$ 이다. 이 마름모의 내부에 한 점 P 를 잡고, 점 P 에서 마름모의 각 변 AB, BC, CD, DA 에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G, H 라 할 때, $\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{96}{5}$

해설



위의 그림과 같이 점 P 와 마름모의 네 꼭짓점을 각각 선분으로 연결하면

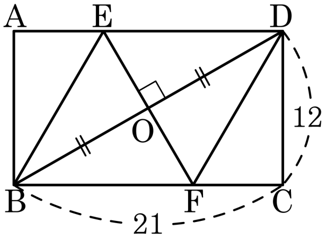
$\square ABCD=\triangle PAB+\triangle PBC+\triangle PCD+\triangle PDA$ 에서

$$\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times(\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH})$$

$\overline{AO}=6$, $\overline{BO}=8$ 이면 $\overline{AC}=12, \overline{BD}=16$

따라서 $\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH}=\dfrac{96}{5}$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 대각선 $\overline{BD}$의 수직이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와의 교점을 각각 E, F라 하고, $\overline{BF} : \overline{FC} = 2 : 1$일 때, □EBFD의 넓이를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 168

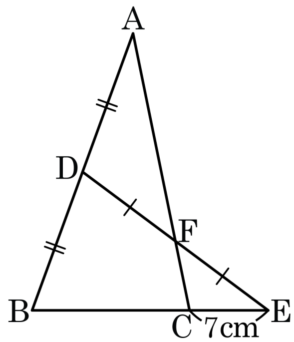
해설

$\triangle OED \equiv \triangle OFB$ (ASA 합동)이므로 $\overline{OF} = \overline{OE}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 □EBFD는 마름모이다.

$\overline{BF} : \overline{FC} = 2 : 1$이므로 $\overline{BF} = 21 \times \frac{2}{3} = 14$이고,

$\overline{CD} = 12$이므로
넓이는 $14 \times 12 = 168$이다.

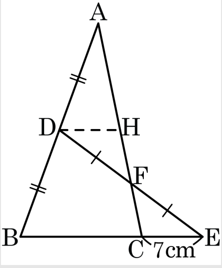
23. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{DF} = \overline{EF}$ 이다. $\overline{CE} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답 : 14 cm

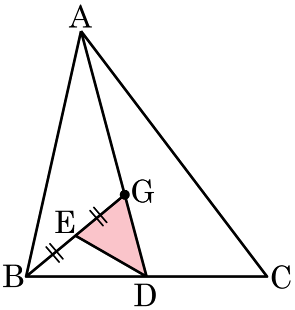
해설



점 D 를 지나고 $\overline{BE}$ 에 평행인 직선과 $\overline{AC}$ 와의 교점을 H 라고 하면 $\triangle DFH \equiv \triangle EFC$(SAS합동) 이므로 $\overline{DH} = \overline{CE} = 7(\text{ cm})$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 2\overline{DH} = 14(\text{ cm})$

24. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고, $\overline{EB} = \overline{EG}$이다. $\triangle ABC$의 넓이가 $24cm^2$일 때, $\triangle GDE$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 2 cm^2

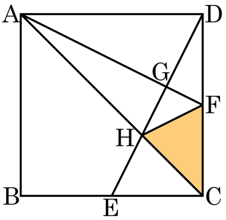
해설

$\triangle GBD = \frac{1}{6}\triangle ABC = 4(cm^2)$

$\overline{GE} : \overline{EB} = 1 : 1$ 이므로

$\triangle GDE = \frac{1}{2}\triangle GBD = 2(cm^2)$이다.

25. 다음 그림은 한 변의 길이가 8 cm 인 정사각형이다. 점 E, F 가 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점일 때, $\triangle HCF$ 의 넓이는?



① $5\,cm^2$ ② $\frac{16}{3}\,cm^2$ ③ $\frac{17}{3}\,cm^2$

④ $6\,cm^2$ ⑤ $\frac{19}{3}\,cm^2$

해설

$\overline{AB}$ 의 중점 M 과 점 D 를 이으면, $\overline{AP} = \overline{PH} = \overline{HC}$ 이므로

$\triangle DHC = \frac{1}{3}\triangle ACD$,

$\triangle HFC = \frac{1}{2}\triangle DHC$

$$\triangle HCF = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle ACD = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2}\square ABCD = \frac{1}{12} \times 8 \times 8 = \frac{16}{3}\ (cm^2)$$