

1. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 10보다 작은 짝수의 모임 ② 눈이 큰 사람의 모임
③ 애국가 1절의 모임 ④ 착한 사람의 모임
⑤ 키가 큰 사람의 모임

해설

- ① 2, 4, 6, 8이므로 집합이다.
② ‘큰’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
③ ‘애국가 1절’이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
④ ‘착한’이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
⑤ ‘키가 크다’는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.

2. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $4 \in A$

② $3 \in A$

③ $\emptyset \subset A$

④ $8 \in A$

⑤ $\{1, 2, 4, 8\} \subset A$

해설

② $3 \notin A$ 에서 3은 A 의 원소가 아니다.

3. 다음 중 집합 $A = \{4, 8, 16\}$ 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\emptyset$

② A

③ $\{8\}$

④ $\{4, 8, 12, 16\}$

⑤ $\{8, 16\}$

해설

집합 A 의 부분집합을 구하면 $\emptyset, \{4\}, \{8\}, \{16\}, \{4, 8\}, \{4, 16\}, \{8, 16\}, \{4, 8, 16\}$ 이다.

4. 다음은 지성이가 부분집합의 개수를 구하기 위해 자신이 생각한 방법을 친구에게 설명한 것이다.

공집합의 부분집합의 개수는 1개야. 원소가 한 개인 집합의 부분집합의 개수는 원소가 없는 집합 1개와 원소가 1개인 집합 1개로 모두 2개야. 원소가 두 개인 집합의 부분집합의 개수는 원소가 없는 집합 1개, 원소가 1개인 집합 2개, 원소가 2개인 집합 1개로 모두 4개야. 이와 같은 방법으로 원소가 3개인 집합의 부분집합의 개수도 쉽게 구할수 있어. 이상을 정리하여 각 단계를 수로 나타내면 다음과 같음을 알수 있어.

원소가 없는 집합(공 집합)	1	...	1개
원소가 1개인 집합	1	1	... 2개
원소가 2개인 집합	1	2	1 ... 4개
원소가 3개인 집합	1	3	3 1 ... 8개

같

은 방법으로 집합 {가, 나, 다}의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8개

해설

- ① {가, 나, 다}의 부분집합을 원소의 개수에 따라 구한다.

원소가 0개 : $\emptyset$

원소가 1개 : {가}, {나}, {다}

원소가 2개 : {가, 나}, {나, 다}, {다, 가}

원소가 3개 : {가, 나, 다}

따라서 부분집합의 개수는 8개이다.

- ② 원소의 개수만큼 2를 곱한다.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$$

5. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 3 개일 때, $n(A)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합이므로,
(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이 된다.

따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $3 + 1 = 4$ 개이며, $2^n = 4 \therefore n = 2$ 이다.

6. 4의 배수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $3 \in A$

② $4 \notin A$

③ $8 \in A$

④ $10 \in A$

⑤ $12 \notin A$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{4, 8, 12, \dots\}$ 이다.
따라서 $8 \in A$

7. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 양의 짝수}\}$ 일 때, 집합 $\{x^2 \mid x \in A, x \notin B\}$ 를 원소나열법으로 나타낸 것은?

① $\{4, 9\}$

② $\{9, 16\}$

③ $\{9, 25\}$

④ $\{9, 36\}$

⑤ $\{16, 36\}$

해설

$A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 이므로

$x \in A$ 에서 $x = 2$ 또는 $x = 3$ 또는 $x = 5 \cdots \textcircled{㉠}$

$x \notin B$ 에서 $x \neq 2$ 이고 $x \neq 4$ 이고 $x \neq 6 \cdots \textcircled{㉡}$

이때 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 동시에 만족하는 x 의 값은

$$x = 3, x = 5$$

따라서 가능한 x^2 의 값은

$$x^2 = 3^2 = 9, x^2 = 5^2 = 25$$

8. 다음 중 공집합이 아닌 유한집합을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $\{x \mid x \leq 1, x \text{는 자연수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 3 \text{인 자연수}\}$

③ $\{x \mid x < 2, x \text{는 소수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 25 \text{보다 큰 } 25 \text{의 배수}\}$

해설

① $\{1\}$

② $\{3, 8, 13, \dots\}$

③ $\emptyset$

④ $\{1\}$

⑤ $\{50, 75, 100, \dots\}$

9. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$

② $B = \{a, b\}$ 이면 $n(B) = 2$

③ $C = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(C) = 4$

④ $D = \{0\}$ 이면 $n(D) = 0$

⑤ $E = \{y \mid y \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이면 $n(E) = 5$

해설

④ $D = \{0\}$ 이면 $n(D) = 1$

10. 세 집합 A, B, C 가 $A \subset B \subset C$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $A \subset \emptyset$

② $C \not\subset B$

③ $A \subset C$

④ $B \subset A$

⑤ $C \subset A$

해설

① A 가 공집합인지는 알 수 없다.

② $B = C$ 이면, $C \subset B$ 이다.

④ $A \neq B$ 이면, $B \not\subset A$ 이다.

⑤ $A \neq C$ 이면, $C \not\subset A$

11. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{a^2 + 1, 2\}$, $B = \{a - 1, 10\}$ 이고 $A = B$ 일 때, 실수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A = B$ 이므로 두 집합의 원소는 서로 같다.

$a - 1 = 2$ 에서 $a = 3$,

이것은 $a^2 + 1 = 10$ 을 만족한다.

$\therefore a = 3$

12. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 에 대하여 원소 3, 6, 12 를 포함하는 부분 집합의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 4 개

⑤ 8 개

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 에서 원소 3, 6, 12 를 포함한 부분집합의 개수는 원소 3, 6, 12 를 뺀 $\{1, 2, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

13. 다음은 집합이 아니다. 밑줄 친 부분을 고쳐 집합이 되는 문장으로 고쳤을 때, 잘못 고친 것은?

① 작은 사람의 모임 → 키가 160cm 보다 작은 사람의 모임

② 우리반에서 눈이 큰 학생의 모임 → 우리반에서 눈이 가장 큰 학생의 모임

③ 머리가 큰 사람의 모임 → 머리가 작은 사람의 모임

④ 인구가 많은 도시의 모임 → 인구가 50만명 보다 많은 도시의 모임

⑤ 몸무게가 가벼운 연예인의 모임 → 몸무게가 40kg이 넘지 않는 모임

해설

③ ‘작은’이란 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

14. 공집합이 아닌 실수의 부분집합 A 가 $x \in A$ 이면 $2x \in A$ 를 만족한다. 이때, 집합 A 가 유한집합이 된다고 할 때, 집합 A 의 원소를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

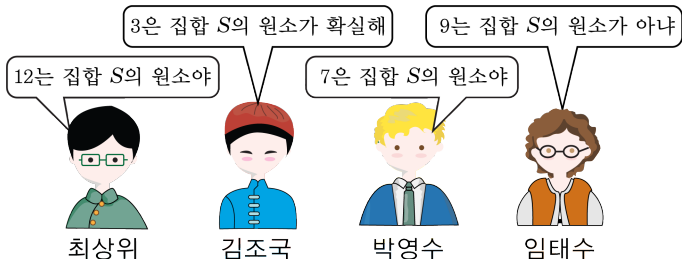
$x \in A$ 이면 $2x \in A$, $2x \in A$ 이면 $2 \cdot 2x = 4x \in A$, $\dots$ 등과 같이 모든 자연수 n 에 대해 $2^n \cdot x \in A$ 가 된다.

$x \neq 0$ 이라면, $x \neq 2x$ 가 되고,

$2^n \cdot x$ 는 모두 서로 다른 원소가 되어 집합 A 는 무한집합이 된다. 그러므로 집합 A 가 유한집합이 되려면 $2^n \cdot x$ 가 모두 같은 원소 0이 되어야 한다.

$\therefore A = \{0\}$ 이므로 A 의 원소는 0이다.

15. 10 이하의 3의 배수의 집합을 S 라고 할 때, 다음 중 올바르게 말한 사람을 찾아라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 김조국

해설

10 이하의 3의 배수는 3, 6, 9이다.

$$\therefore S = \{3, 6, 9\}$$

최상위 : 12는 집합 S 의 원소가 아니다.

김조국 : 3은 집합 S 의 원소이다.

박영수 : 7은 집합 S 의 원소가 아니다.

임태수 : 9는 집합 S 의 원소이다.

16. $n(\{1, 3, 5, 7, 9\}) + n(\{1, 3, 9\}) + n(\{\emptyset\})$ 의 값을 구하면?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & n(\{1, 3, 5, 7, 9\}) + n(\{1, 3, 9\}) + n(\{\emptyset\}) \\ &= 5 + 3 + 1 = 9 \end{aligned}$$

17. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A = \{2, 4\}$ 이면, $n(A) = 2$

② $n(\emptyset) < n(\{\emptyset\})$

③ $A = \emptyset$ 이면, $n(A) = 0$ 이다.

④ $n(\{0\}) = 0$ 이다.

⑤ $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 이면 $n(A - B) = 3$ 이다.

해설

④ $n(\{0\}) = 1$ 이다.

18. 집합 $A = \{\emptyset, \{0\}, 1\}$ 에 대하여 $P(A) = \{x \mid x \subset A\}$ 라고 정의할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \in P(A)$

② $\{\emptyset\} \in P(A)$

③ $\{\{0\}\} \in P(A)$

④ $\{1\} \subset P(A)$

⑤ $\{\{\emptyset, 1\}\} \subset P(A)$

해설

집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{0\}\}, \{1\}, \{\emptyset, \{0\}\}, \{\emptyset, 1\}, \{\{0\}, 1\}, \{\emptyset, \{0\}, 1\}$ 이 때, $P(A)$ 는 집합 A 의 부분집합을 원소로 하는 집합 이므로 위의 8개의 집합을 원소로 갖는다.

① $\emptyset \subset A$ 이므로 $\emptyset \in P(A)$

② $\{\emptyset\} \subset A$ 이므로 $\{\emptyset\} \in P(A)$

③ $\{\{0\}\} \subset A$ 이므로 $\{\{0\}\} \in P(A)$

④ $\{1\} \subset A$ 이므로 $\{1\} \in P(A)$

⑤ $\{\emptyset, 1\} \in P(A)$ 이므로 $\{\{\emptyset, 1\}\} \subset P(A)$

19. 집합 $A = \{a, b\}$ 의 부분집합을 원소로 갖는 집합을 2^A 이라 하고, 2^A 의 원소의 개수를 m , 부분집합의 개수를 n 이라고 하자. 이때 $m + n$ 의 값은?

① 4개

② 8개

③ 16개

④ 20개

⑤ 24개

해설

집합 2^A 의 원소의 개수는 집합 A 의 부분집합의 개수와 같다.

$$\therefore m = 2^2 = 4(\text{개})$$

2^A 의 원소가 4개이므로 2^A 의 부분집합의 개수는 $n = 2^4 = 16(\text{개})$

$$\therefore m + n = 4 + 16 = 20(\text{개})$$

20. 두 집합 $A = \{x|x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 18\text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 빈 칸에 알맞은 기호는?

$$A \square B$$

① $\subset$

② $\supset$

③ $\in$

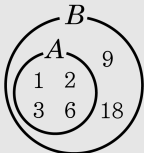
④ $\ni$

⑤ $=$

해설

$$A = \{1, 2, 3, 6\},$$

$$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$



21. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 $A \cup \{3, 4, 5\} = U$, $A \cap \{3, 4, 5\} = \{3\}$ 을 만족하는 집합 A 의 진부분집합 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 31개

해설

조건 $A \cup \{3, 4, 5\} = U$ 에서 집합 A 는 원소 1, 2, 6, 7을 반드시 포함해야 한다.

또, 조건 $A \cap \{3, 4, 5\} = \{3\}$ 에서 집합 A 는 원소 3은 포함하고, 4, 5는 포함하지 않아야 한다.

따라서, 집합 A 의 진부분집합의 개수는
 $2^5 - 1 = 31(\text{개})$

22. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에서 짝수 중 8의 약수는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합을 골라라.

㉠ $\{2, 4, 6, 8\}$

㉡ $\{2, 3, 4, 8\}$

㉢ $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

㉣ $\{2, 4, 6, 8, 9\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이고 이 중에서 짝수인 8의 약수는 2, 4, 8이며, 홀수는 1, 3, 5, 7, 9이다. ㉡은 3이 포함되어 있고 ㉣은 9가 포함되어 있으므로 조건에 맞지 않는다.

23. 집합 $\{1, 2\} \subset X \subset \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

$\{1, 2\} \subset X \subset \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 이므로
집합 X 는 $\{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 의 부분집합 중
원소 1, 2 를 포함하는 집합이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^{4-2} = 4$ (개)

24. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{2, 11\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$B \subset X \subset A$$

- ① 4개 ② 8개 ③ 16개 ④ 32개 ⑤ 64개

해설

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

X 는 원소 2와 11을 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 X 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6 = 64$ (개)이다.

25. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A \cup X = A$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수를 구하면?

① 2개

② 4개

③ 7개

④ 8개

⑤ 16개

해설

$A \cup X = A$ 에서 $X \subset A \dots\dots \textcircled{㉠}$

$(A \cap B) \cup X = X$ 에서 $(A \cap B) \subset X \dots\dots \textcircled{㉡}$

㉠, ㉡에서 $(A \cap B) \subset X \subset A$ 즉, X 는 A 의 부분집합 중에서 $A \cap B$ 를 포함하고 있는 집합이다. $A \cap B = \{4\}$ 이므로 $\{4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 이 조건을 만족시키는 X 를 모두 구하면 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 중에서 4가 반드시 포함된 것과 같다.

$\therefore 2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$