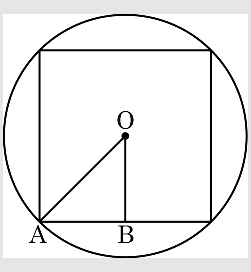
1. 반지름의 길이가 8 인 반원에 내접하는 정사각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

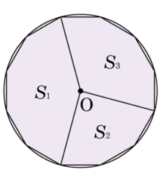
▷ 정답 : 128

해설



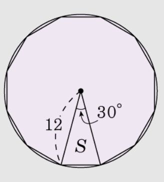
다음 그림과 같을 때,
$\triangle OAB$는
$\angle OAB = \angle AOB = 45°$인 직각이등변 삼각형이다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{OB} = x$라 하면, 피타고라스 정리에 의해서
$x^2 + x^2 = 8^2$
$\therefore\ x = 4\sqrt{2}$
정사각형의 한 변의 길이는 $4\sqrt{2} \times 2 = 8\sqrt{2}$이므로
정사각형의 넓이는 $8\sqrt{2} \times 8\sqrt{2} = 128$이다.

2. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 인 원에 내접하는 정십이각형의 넓이 $S_2 + S_3 - S_1$ 은?



① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 108

해설



정십이각형은 그림처럼 두 변이 12 이고 그 끼인 각이 30° 인 이등변삼각형 12 개로 이루어져 있다.

$S = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 30° = 36$

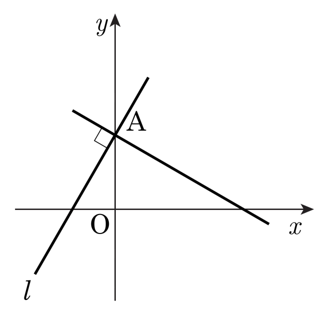
$S_1 = S \times 5 = 180$

$S_2 = S \times 3 = 108$

$S_3 = S \times 4 = 144$

따라서 $S_2 + S_3 - S_1 = 108 + 144 - 180 = 72$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 직선 ℓ 이 $\sqrt{3}x - y + 2 = 0$ 일 때, 직선 ℓ 의 y 절편을 지나고 직선 ℓ 에 수직인 직선의 방정식은?



① $y = x + 2$

② $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 2$

③ $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$

④ $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$

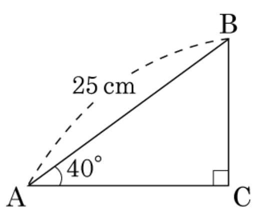
⑤ $y = \sqrt{3}x + 2$

해설

$\sqrt{3}x - y + 2 = 0, y = \sqrt{3}x + 2$ 이므로 $\tan a° = \sqrt{3}, a° = 60°$ 이다. 구하고자 하는 직선은 x 축과 $150°$ 를 이루고 y 절편이 2 이므로 점 $(0, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식이다.

따라서 $y = \tan 150°(x - 0) + 2,\ y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 직각삼각형ABC 에서 $\angle A = 40°$, $\overline{AB} = 25cm$ 일 때, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 길이를 차례대로 구하여라. (단, $\sin 40° = 0.64$, $\cos 40° = 0.77$)



▶ 답: cm

▶ 답: cm

▷ 정답: 19.25 또는 $\frac{77}{4}$ cm

▷ 정답: 16 cm

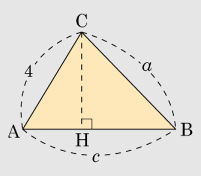
해설

$\overline{AC} = 25\cos 40° = 25 \times 0.77 = 19.25(\text{cm})$
$\overline{BC} = 25\sin 40° = 25 \times 0.64 = 16(\text{cm})$

5. $\triangle$ABC 에서 $2\sin \mathrm{A} = \sqrt{3}$, $3\sin \mathrm{B} = \sqrt{3}$, $b = 4$ 일 때, 이 삼각형의 넓이는 $a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ 이다. 이때, 유리수 a, b에 대하여 $a + b$ 의 값은? (단, $0° < A < 90°$)

① -11 ② -1 ③ 1 ④ 8 ⑤ 11

해설



$\dfrac{a}{\sin \mathrm{A}} = \dfrac{b}{\sin \mathrm{B}}$ 이므로 $a = b\sin \mathrm{A} \times \dfrac{1}{\sin \mathrm{B}} = 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{3}{\sqrt{3}} = 6$ 이다.

또한, $\overline{\mathrm{CH}} = \mathrm{b}\sin \mathrm{A} = 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ 이다.

$\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{\overline{\mathrm{AC}}^2 - \overline{\mathrm{CH}}^2} = \sqrt{16 - 12} = 2$,

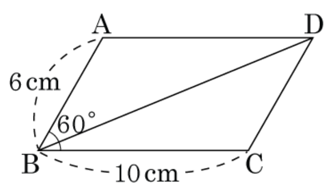
$\overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{\overline{\mathrm{BC}}^2 - \overline{\mathrm{CH}}^2} = \sqrt{36 - 12} = 2\sqrt{6}$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AH}} + \overline{\mathrm{BH}} = 2 + 2\sqrt{6}$ 이므로 $\triangle$ABC 의 넓이 S 를 구하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}} \cdot \overline{\mathrm{CH}} \\ &= \frac{1}{2}(2 + 2\sqrt{6}) \times 2\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} + 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$\therefore a + b = 2 + 6 = 8$

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$, $\angle ABC = 60\,°$일 때, 대각선 $\overline{BD}$의 길이를 구하여라.

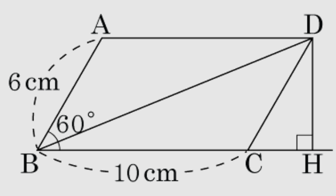


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 14 cm

해설

$\overline{CD} = \overline{AB} = 6$ 이고, 점 D 에서 $\overline{BC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라하면



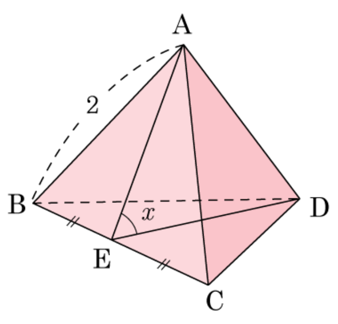
$\overline{HC} = 6 \times \cos 60\,° = 6 \times \frac{1}{2} = 3\ (\text{cm})$

$\overline{HD} = 6 \times \sin 60\,° = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$$\begin{aligned}\overline{BD}^2 &= (\overline{BC} + \overline{HC})^2 + \overline{HD}^2 \\ &= (10+3)^2 + (3\sqrt{3})^2 = 196\end{aligned}$$

따라서 $\overline{BD} = 14\ (\text{cm})$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 E 라 하고, $\angle AED = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

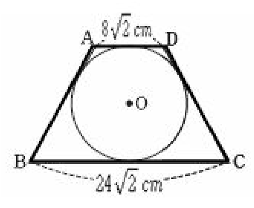
$\overline{BE} = 1$ 이고 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로 $\overline{EH} = \frac{1}{3}\overline{ED}$,

$\overline{ED} = \sqrt{3}$

$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\overline{AE} = \sqrt{3}$

$\cos x = \frac{\overline{EH}}{\overline{AE}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 가 있다. $\overline{AD} = 8\sqrt{2}$cm , $\overline{BC} = 24\sqrt{2}$cm 일 때, 내접원 O 의 넓이는?



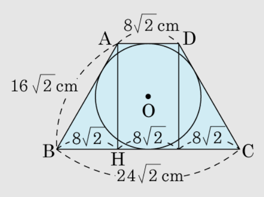
① $69\pi \text{cm}^2$ ② $69\sqrt{2}\pi \text{cm}^2$ ③ $96\pi \text{cm}^2$
④ $96\sqrt{2}\pi \text{cm}^2$ ⑤ $8\sqrt{6}\pi \text{cm}^2$

해설

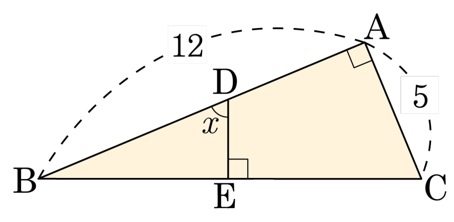
$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = 2\overline{AB}$ $\therefore$ $\overline{AB} = 16\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{AH} = \sqrt{\left(16\sqrt{2}\right)^2 - \left(8\sqrt{2}\right)^2} = 8\sqrt{6}(\text{cm})$

$\therefore$ 원의반지름은$4\sqrt{6}\,(\text{cm})$
(원의 넓이) $= \pi \times (4\sqrt{6})^2 = 96\pi(\text{cm}^2)$



9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\sin x \times \cos x \times \tan x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{144}{169}$

해설

$\triangle DBE \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)

$\therefore \angle C = x$

$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$

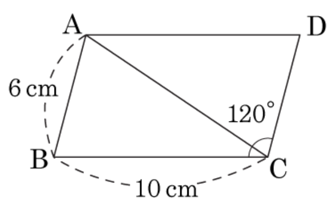
$\sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{12}{13}$

$\cos x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{5}{13}$

$\tan x = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{12}{5}$

$\therefore \sin x \times \cos x \times \tan x = \frac{144}{169}$

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = 6\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 10cm$, $\angle\mathrm{BCD} = 120°$ 일 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이는?



① $\sqrt{67}$　　② $\sqrt{71}$
③ $2\sqrt{19}$　　④ $\sqrt{86}$
⑤ $\sqrt{95}$

해설

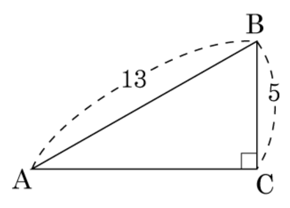
점 A 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때

$\overline{\mathrm{AH}} = 6 \times \sin 60° = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

$\overline{\mathrm{BH}} = 6 \times \cos 60° = 6 \times \frac{1}{2} = 3$ $\therefore \overline{\mathrm{CH}} = 10 - 3 = 7$

$\overline{\mathrm{AC}}^2 = \overline{\mathrm{AH}}^2 + \overline{\mathrm{CH}}^2$ 에서 $\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{27 + 49} = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$ 이다.

11. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\cos A + \sin A$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

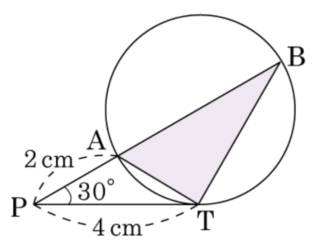
▷ 정답 : $\frac{17}{13}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$

$\cos A + \sin A = \frac{12}{13} + \frac{5}{13} = \frac{17}{13}$

12. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, $\angle P = 30°$, $\overline{PA} = 2cm$, $\overline{PT} = 4cm$ 일 때, 삼각형 ABT 의 넓이를 구하여라.(단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원의 접선의 성질에 의해

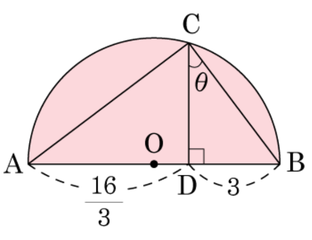
$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로 $2\overline{PB} = 4^2 \Rightarrow \overline{PB} = 8\,cm$

$\triangle PBT = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 \sin 30° = 8(cm^2)$

$\triangle PAT = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \sin 30° = 2(cm^2)$

따라서, $\triangle ABT$ 의 넓이는 $8 - 2 = 6(cm^2)$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 O 위의 점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 D 라고 하고, $\angle DCB = \theta$, $\overline{AD} = \frac{16}{3}$, $\overline{BD} = 3$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은?



① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{8}$
④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

해설

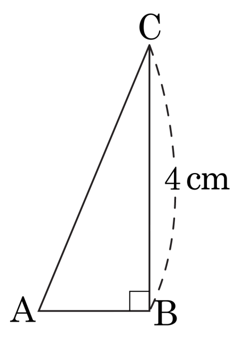
$\overline{AC} = x$ 라 하면, $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 는 닮음이다.

$x : \frac{16}{3} = \frac{25}{3} : x$

$\therefore x = \frac{20}{3}$

$\angle DCB = \angle CAB$ 이므로 $\cos\theta = \dfrac{\frac{20}{3}}{\frac{25}{3}} = \frac{4}{5}$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\tan C = \frac{5}{12}$ 이고, $\overline{BC}$ 가 4cm 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $\frac{5}{3}$ cm

해설

$\tan C = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AB}}{4} = \frac{5}{12}$ 이므로 $4 \times 5 = 12 \times \overline{AB}$ 이다.

따라서 $\overline{AB} = \frac{5}{3}$cm 이다.

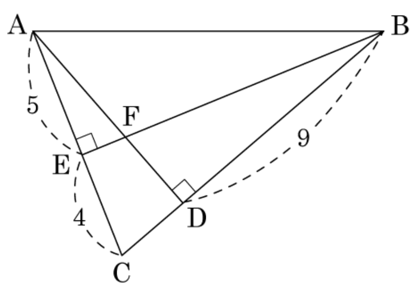
15. 삼각형의 세 내각의 크기의 비가 $1:2:3$ 이고, 세 각 중 가장 작은 각의 크기를 $\angle\mathrm{A}$ 라고 할 때, $\sin\mathrm{A}:\cos\mathrm{A}:\tan\mathrm{A}$ 는?

① $3\sqrt{3}:3:2\sqrt{3}$ ② $3:2\sqrt{3}:3\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}:3:3\sqrt{3}$
④ $3:3\sqrt{3}:2\sqrt{3}$ ⑤ $3:\sqrt{3}:2\sqrt{3}$

해설

삼각형의 세 내각의 크기의 비가 $1:2:3$ 이므로
각의 크기는 각각 $k°,\ 2k°,\ 3k°$ (k 는 자연수) 이다.
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$k° + 2k° + 3k° = 6k° = 180°$ 이다.
$k° = 30°$ 이다.
따라서 $\sin 30° = \dfrac{1}{2},\ \cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2},\ \tan 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로
$\sin\mathrm{A}:\cos\mathrm{A}:\tan\mathrm{A} = 3:3\sqrt{3}:2\sqrt{3}$ 이다.

16. 다음 그림에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{\mathrm{CD}} = 3$ 이다.

② □AEDB 는 원 안에 내접한다.

③ $\angle\mathrm{CAD} \neq \angle\mathrm{CBE}$

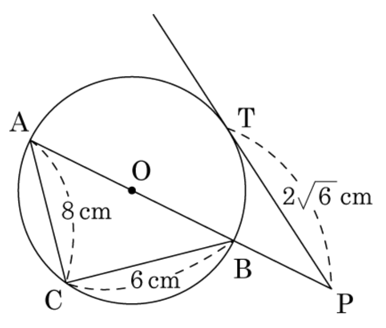
④ $\overline{\mathrm{AB}}$ 는 원의 지름이다.

⑤ $\overline{\mathrm{CE}} \times \overline{\mathrm{CA}} = \overline{\mathrm{CD}} \times \overline{\mathrm{CB}}$

해설

$\angle\mathrm{CAD} = \angle\mathrm{CBE}$

17. 다음 그림에서 $\overrightarrow{\mathrm{PT}}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{\mathrm{PB}}$ 의 길이는?

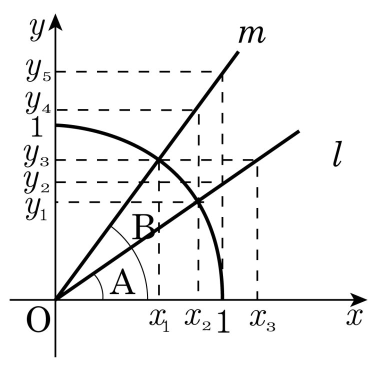


① 1 cm　　② 2 cm
③ 3 cm　　④ 4 cm
⑤ 5 cm

해설

$\triangle$ABC 에서 피타고라스 정리를 이용하면
$\overline{\mathrm{AB}} = 10(\mathrm{cm})$ 이므로
$\overline{\mathrm{PB}} = x$ 라고 하면
원의 중심을 지나는 할선과 접선 사이의 관계에 따라
$(2\sqrt{6})^2 = x \times (x+10)$
$(x-2)(x+12) = 0$
$\therefore \overline{\mathrm{PB}} = 2(\mathrm{cm})$ $(\because x > 0)$ 이다.

18. 다음 그림은 좌표평면 위에 반지름의 길이가 1 인 사분원과 원점을 지나는 직선 l, m 을 그린 것이다. 직선 l, m 이 x 축과 이루는 예각의 크기를 각각 A, B 라 할 때, $\frac{y_3}{x_1} \times \frac{x_2}{y_4}$ 를 계산하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 1

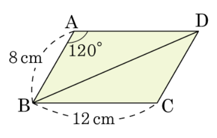
해설

$\tan A = \frac{y_1}{x_2},\ y_2,\ \frac{y_3}{x_3}$,

$\tan B = \frac{y_3}{x_1},\ \frac{y_4}{x_2},\ y_5$

$\tan B \times \frac{1}{\tan B} = 1$

19. 다음 그림과 같은 평행사변형에서 $\angle A = 120°$ 일 때, 대각선 $\overline{BD}$ 의 길이의 제곱의 값을 구하면?

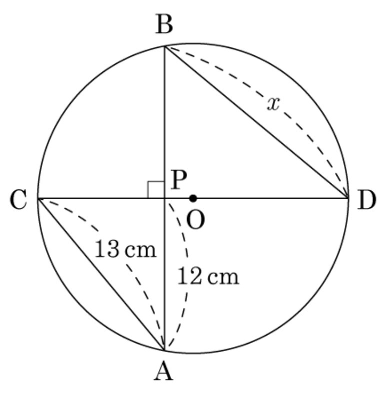


① 108 ② 144 ③ 196 ④ 304 ⑤ 340

해설

D 에서 $\overline{AB}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라 하면
$\triangle ADH$ 에서
$\overline{AH} = \overline{AD}\ \cos 60° = 6$
$\overline{DH} = \overline{AD}\ \sin 60° = 6\sqrt{3}$
$\triangle BDH$ 에서
$\overline{BD} = \sqrt{\overline{BH}^2 + \overline{DH}^2}$
$= \sqrt{(6+8)^2 + \left(6\sqrt{3}\right)^2}$
$= \sqrt{304}(\text{cm})$

20. 다음 그림에서 x 의 길이는?



① 30 (cm) ② 31 (cm) ③ 31.1 (cm)

④ 31.2 (cm) ⑤ 31.3 (cm)

해설

$\overline{AP} = \overline{BP} = 12$ (cm)

$\triangle CAP \equiv \triangle CBP$ (SAS합동)

$\triangle BCD$ 에서

$\angle CBD = 90°$ 이므로

$\triangle PCA \backsim \triangle PBD$ (AA닮음)

$\overline{CP} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$ (cm)

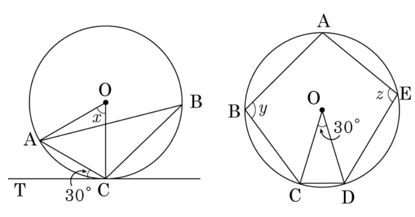
$\overline{PC} : \overline{PB} = \overline{CA} : \overline{BD}$에서

$5 : 12 = 13 : x$

$5x = 156$

$\therefore\ x = 31.2$ (cm)

21. 다음 두 그림에서 $\angle x + \angle y + \angle z$ 를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ **정답 :** $255\underline{^\circ}$

해설

(i) $\angle ACT = \angle ABC = 30^\circ$ 이므로 $\angle x = 60^\circ$

(ii) $\overline{BD}$ 를 그으면 $\angle CBD = 15^\circ$

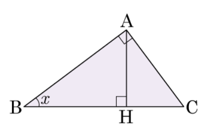
$\square ABDE$ 에서

$\angle ABD + \angle AED = 180^\circ$

$\angle y + \angle z = 180^\circ + 15^\circ = 195^\circ$

$\therefore \ \angle x + \angle y + \angle z = 60^\circ + 195^\circ = 255^\circ$

22. 다음 보기 중 $\cos x$ 와 같은 값을 갖는 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\dfrac{\overline{CH}}{\overline{AC}}$	㉡ $\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AH}}$
㉢ $\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AC}}$	㉣ $\dfrac{\overline{BH}}{\overline{AB}}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

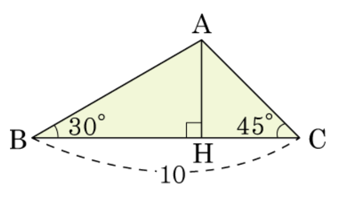
$\triangle ABC \backsim \triangle HBA \backsim \triangle HAC$(AA 닮음)

$\Rightarrow \angle x = \angle CAH$

㉠ $\dfrac{\overline{CH}}{\overline{AC}} = \sin x$

㉡ $\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AH}} = \dfrac{1}{\cos x}$

23. 다음은 $\triangle ABC$ 의 높이를 구하는 과정의 일부분이다. a^2+b^2 의 값을 구하면?



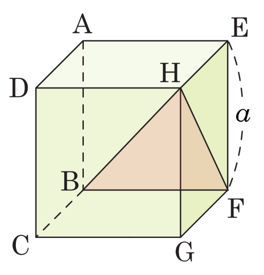
> $\overline{AH}=h$라 하면,
> $\overline{BH}=a\times h$, $\overline{CH}=b\times h$
> 이 때, $\overline{BH}+\overline{CH}=10$이므로
> $h(a+b)=10$
> ⋮

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

해설

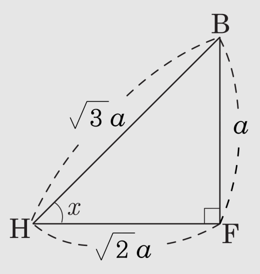
$\angle BAH=60°$, $\angle CAH=45°$ 이므로
$\overline{BH}=\tan 60°\times h$, $\overline{CH}=\tan 45°\times h$
$a=\tan 60°=\sqrt{3}$ 이고 $b=\tan 45°=1$
$\therefore\ a^2+b^2=4$

24. 다음 그림에서 정육면체의 한 변의 길이는 a이다. $\angle \mathrm{BHF} = \angle x$일 때, $\cos x$의 값은? (단, $\overline{\mathrm{BH}}$는 정육면체의 대각선이다.)



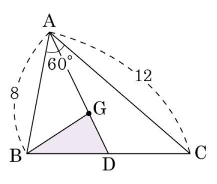
① $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　② $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　③ $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$
④ $\dfrac{\sqrt{8}}{3}$　⑤ 1

해설



$\overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{3}a$, $\overline{\mathrm{HF}} = \sqrt{2}a$, $\cos x = \dfrac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}a} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

25. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 12$, $BAC = 60°$ 이고 점 G 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, $\triangle GBD$ 의 넓이는?



① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$\triangle ABC$ 의 넓이$= \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \sin 60° = 24\sqrt{3}$

G 가 무게중심이므로 $\overline{BD} = \overline{DC}$, $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$

$\triangle ABD = \frac{1}{2} \triangle ABC = 12\sqrt{3}$

$\triangle BGD = \frac{1}{3} \triangle ABD = \frac{1}{3} \times 12\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

26. 직선 $y = \sqrt{3}x - 3$이 x축과 이루는 예각의 크기를 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\quad\quad}^{\circ}$

▷ 정답 : 60°

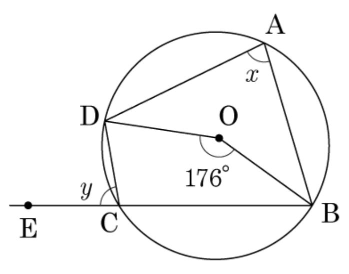
해설

x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 a라 할 때,

직선의 기울기 $= \dfrac{y\text{의 증가량}}{x\text{의 증가량}} = \tan a$이다.

따라서 $\tan a = \sqrt{3}$, $a = 60^{\circ}$이다.

27. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 176°

해설

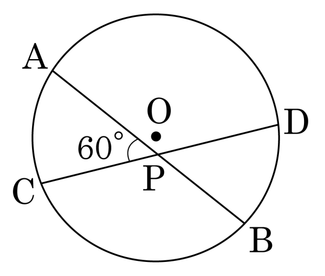
5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{DCB}}$ 의 원주각 $\angle\mathrm{DAB} = \frac{1}{2}\angle\mathrm{DOB} = \frac{1}{2} \times 176° = 88°$

$\angle\mathrm{DCE} = \angle\mathrm{DAB}$ 이다.

$\therefore \angle y = \angle x = 88°$

따라서 $\angle x + \angle y = 88° + 88° = 176$ 이다.

28. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10 인 원 O 에서 $\angle \mathrm{APC} = 60^\circ$ 일 때, $5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{AC}} + 5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$ 의 값은?



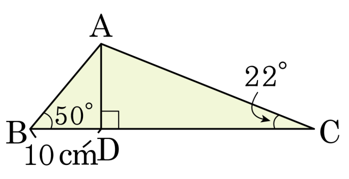
① $\frac{5}{3}\pi$ ② $\frac{10}{3}\pi$ ③ $\frac{15}{3}\pi$ ④ $\frac{20}{3}\pi$ ⑤ $\frac{25}{3}\pi$

해설

$\angle \mathrm{ADC} + \angle \mathrm{DAB} = 60^\circ$

$5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{AC}} + 5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{BD}} = \frac{60^\circ}{180^\circ} \times 20\pi = \frac{20}{3}\pi$

29. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는?



x	sin	cos	tan
22°	0.37	0.93	0.40
50°	0.77	0.64	1.20

① $150\,\text{cm}^2$ ② $160\,\text{cm}^2$ ③ $180\,\text{cm}^2$
④ $240\,\text{cm}^2$ ⑤ $360\,\text{cm}^2$

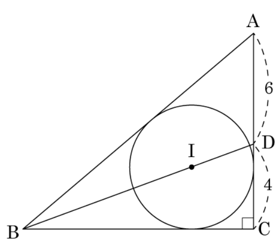
해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD}\tan B = 10\tan 50^\circ = 10 \times 1.20 = 12(\text{cm})$

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CD} = \dfrac{\overline{AD}}{\tan 22^\circ} = \dfrac{12}{0.40} = 30(\text{cm})$ 이다.

따라서$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times (10+30) \times 12 = 240(\text{cm}^2)$ 이다.

30. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내심을 I 라 하고, $\overline{BI}$ 의 연장선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AD}=6, \overline{CD}=4$ 이다. 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $5-\sqrt{5}$

해설

$\overline{BD}$ 가 $\angle ABC$ 의 이등분선이므로 $\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{CD}=6:4=3:2$

$\overline{AB}=3a, \overline{BC}=2a$ 로 놓으면

$9a^2=4a^2+100$

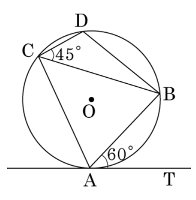
$5a^2=100$

$a=2\sqrt{5}(\because a>0)$

$\frac{1}{2}\times 10\times 4\sqrt{5}=\frac{1}{2}\times r\times(10+10\sqrt{5})$

$\therefore r=5-\sqrt{5}$

31. 다음 그림에서 직선 AT 가 원 O 의 접선일 때, $\angle ABD$ 의 크기는?



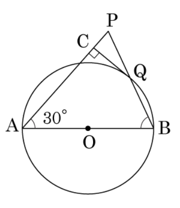
① 60° ② 65° ③ 70° ④ 75° ⑤ 80°

해설

$\angle BAT = \angle ACB = 60°$

$\therefore\ \angle ABD = 180° - 60° - 45° = 75°$

32. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O 에서 $\overline{CQ}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{AC}$, $\overline{BQ}$ 의 연장선의 교점을 P 라 하고 $\angle ACQ = 90°$, $\angle CAO = 30°$ 일 때, $\angle OBQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ___ °

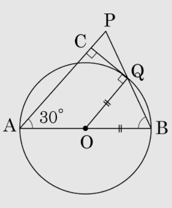
▷ 정답 : 75 °

해설

다음 그림과 같이 보조선 $\overline{OQ}$ 를 그으면 $\square AOQC$ 에서 $\angle CQO = 90°$ 이고 $\triangle QOB$ 는 $\overline{OQ} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이다. $\square AOQC$ 에서

$\angle AOQ = 360° - (30° + 90° + 90°) = 150°$

따라서 $\triangle QOB$ 에서 $\angle OBQ + \angle OQB = 150°$ 이고 $\angle OBQ = \angle OQB$ 이므로 $\angle OBQ = 75°$ 이다.



33. $\overline{AB} = \overline{AC} = 4$, $\angle ABC = 30°$ 인 이등변삼각형 ABC 의 점 B 에서 선분 AC 의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 ABH 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

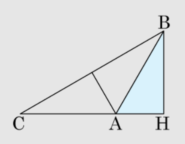
점 A 에서 변 BC 위에 내린 수선의 발을 M 이라 하면 선분 MC 의 길이는 $4 \times \cos 30° = 2\sqrt{3}$ 이므로

변 BC 의 길이는 $4\sqrt{3}$

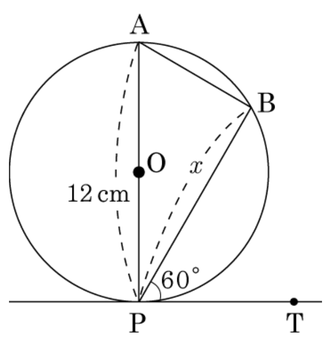
$\overline{BH} = \overline{BC} \times \sin 30° = 2\sqrt{3}$

$\angle ABH = 30°$ 이므로 $\overline{AH} = 2$

$\therefore \ \triangle ABH = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$



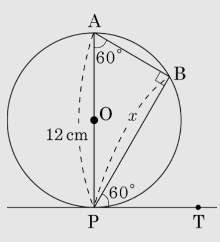
34. 다음 그림과 같이 지름의 길이가 12 cm 인 원 O 에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 접선이고, $\angle BPT = 60°$ 일 때, $\overline{PB}$ 의 길이는?



① 6 cm　② 8 cm
③ $6\sqrt{2}$ cm　④ $6\sqrt{3}$ cm
⑤ 10 cm

해설

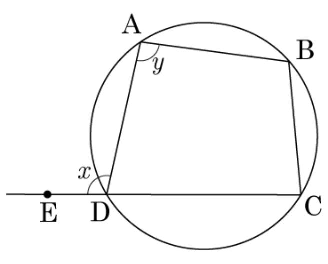
반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이므로 $\angle ABP = 90°$
직선 PT 가 원 O 의 접선이므로 $\angle BAP = \angle BPT = 60°$



$\triangle ABP$ 에서 $\sin 60° = \dfrac{\overline{PB}}{12} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로

$\therefore \overline{PB} = 6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

35. 다 음 그 림 의 원 에 서 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{DAB}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{3}{5}$ 이고 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{ADC}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{5}{9}$ 일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 172 °

해설

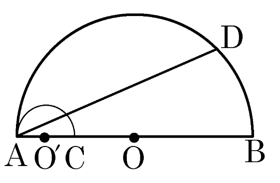
$\angle\mathrm{BCD} = \frac{3}{5} \times 180° = 108°$ 이므로 $y° = 180° - 108° = 72°$ $\therefore y = 72°$

$\angle\mathrm{ABC} = \frac{5}{9} \times 180° = 100°$ 이므로

$x° = 100°$ $\therefore x = 100°$

따라서 $x + y = 100 + 72 = 172°$ 이다.

36. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 1$ 이다. $5.0pt\overset{\frown}{AD} = 35.0pt\overset{\frown}{AC}$ 일 때, $\angle BAD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}°$

▷ 정답 : $22.5\,\underline{°}$

해설

$5.0pt\overset{\frown}{AC} = \frac{1}{2} \times \pi = \frac{1}{2}\pi$이므로 $5.0pt\overset{\frown}{AD} = \frac{3}{2}\pi$

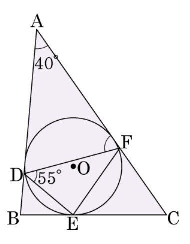
$5.0pt\overset{\frown}{AB} = \frac{1}{2} \times 4\pi = 2\pi$이므로

$5.0pt\overset{\frown}{BD} = 2\pi - \frac{3}{2}\pi = \frac{1}{2}\pi$

$\therefore \angle BAD = \frac{5.0pt\overset{\frown}{BD}}{5.0pt\overset{\frown}{AB}} \times 90° = \frac{1}{2}\pi \times \frac{1}{2\pi} \times 90°$

$= 22.5°$

37. 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내접원은 $\triangle\mathrm{DEF}$ 의 외접원이다. $\angle\mathrm{BAC} = 40°$, $\angle\mathrm{FDE} = 55°$ 일 때, $\angle\mathrm{AFD}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답： $\underline{\quad\quad}$ °

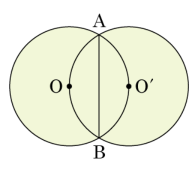
▷ 정답： 70 °

해설

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AF}}$ 이므로

$\angle\mathrm{AFD} = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$

38. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 이고 합동인 두 원 O, O′ 이 서로의 중심을 지날 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



① $\sqrt{5}$cm　② $3\sqrt{5}$cm　③ $2\sqrt{5}$cm

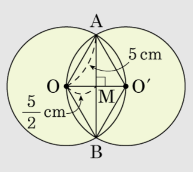
④ $5\sqrt{2}$cm　⑤ $5\sqrt{3}$cm

해설

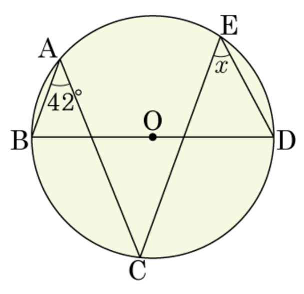
$\overline{AO} = 5\text{cm}, \overline{OM} = \frac{5}{2}\text{cm},\ \overline{OO'} = 5$

$\overline{AM} = \sqrt{25 - \frac{25}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$



39. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

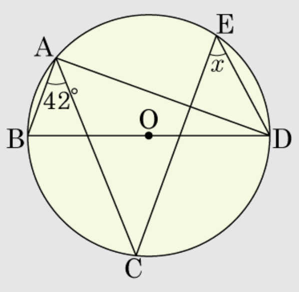


▶ 답 : $\underline{\quad}°$

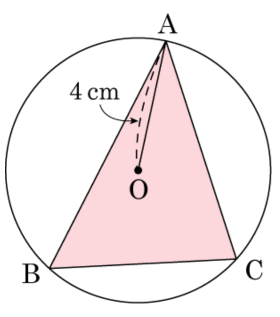
▷ 정답 : 48 $\underline{°}$

해설

A, D 를 연결하면
$\angle BAD = 90°$, $\angle CAD = 90° - 42° = 48°$
$\angle x = \angle CAD = 48°$



40. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ 이고, 외접원 O 의 반지름의 길이가 4cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $12 + 4\sqrt{3}$

해설

$\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ 이므로
5.0pt$\overset{\frown}{AB}$: 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{CA} = 5 : 3 : 4$ 이다.

$\angle A = \frac{3}{12} \times 180° = 45°$

$\angle B = \frac{4}{12} \times 180° = 60°$

$\angle C = \frac{5}{12} \times 180° = 75°$

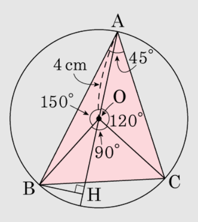
$\Rightarrow \angle BOC = 90°, \angle COA = 120°, \angle AOB = 150°$

$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{BH}$ ($\overline{BH}$는 삼각형의 높이)

$\overline{BH} = 10 \sin 30°$ 이므로

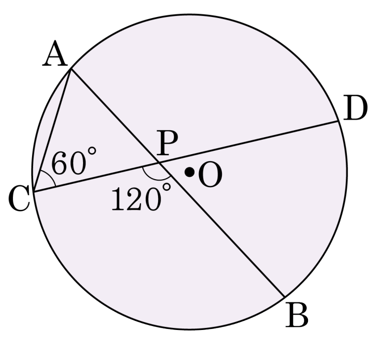
$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 4$

같은 방법으로 $\triangle AOC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60° = 4\sqrt{3}$, $\triangle BOC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 90° = 8$



따라서 $\triangle ABC = \triangle AOB + \triangle AOC + \triangle BOC$
$= 4 + 4\sqrt{3} + 8 = 12 + 4\sqrt{3}$ 이다.

41. 다음 그림의 원 O 에서 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CB}}$ 는 원의 둘레의 길이의 몇 배인지 구하여라.



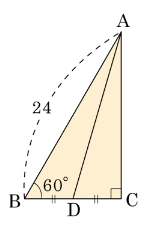
▶ 답: 배

▷ 정답: $\frac{1}{3}$ 배

해설

$\angle\mathrm{CAB} = 120° - 60° = 60°$
$\angle\mathrm{COB} = 2\angle\mathrm{CAB} = 120°$
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CB}}$ 는 원둘레의 $\frac{120°}{360°} = \frac{1}{3}$ (배)

42. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 24$, $\angle B = 60°$ 이고 점D 가 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면?

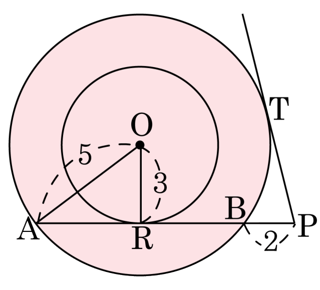


① $6\sqrt{13}$ ② 6 ③ 12 ④ $12\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{13}$

해설

1) $\overline{AC} = 24\sin 60° = 12\sqrt{3}$
$\overline{BC} = 24\cos 60° = 12$
$\overline{DC} = 6$
2) $\overline{AD} = \sqrt{6^2 + (12\sqrt{3})^2} = 6\sqrt{13}$

43. 다음 그림과 같이 중심이 점 O이고 반지름의 길이가 각각 3, 5인 두 동심원이 있다. 큰 원 밖의 한 점 P에서 큰 원과 작은 원에 접선 PT, PR을 그었을 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?

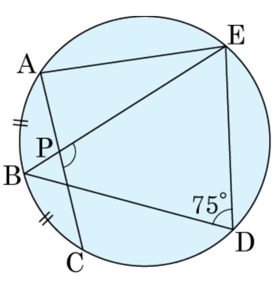


① $\sqrt{5}$ ② 3 ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

해설

$\angle ARO = 90°$ 이므로
$\overline{AR} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$, $\overline{AB} = 2\times\overline{AR} = 8$
$\overline{PT}^2 = 2 \times (2 + 8) = 20 \quad \therefore \overline{PT} = 2\sqrt{5}$

44. 다음 그림에서 $5.0pt\overset{\frown}{AB} = 5.0pt\overset{\frown}{BC}$ 이고 $\angle BDE = 75\,°$ 이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle CPE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 105 °

해설

$5.0pt\overset{\frown}{AB} = 5.0pt\overset{\frown}{BC}$ 이므로

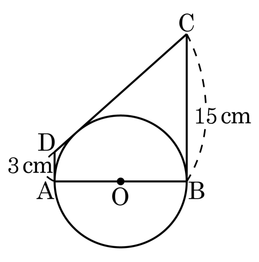
$\angle AEB = \angle BDC = x$

□ACDE 에서

$$\begin{aligned}\angle CAE &= 180\,° - \angle CDE \\ &= 180\,° - (75\,° + x) \\ &= 105\,° - x\end{aligned}$$

$\angle CPE = \angle CAE + x = 105\,°$

45. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ 는 반원 O 의 접선이다. $\overline{AD} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\,\text{cm}$ 일 때, 지름 AB 의 길이를 구하여라.

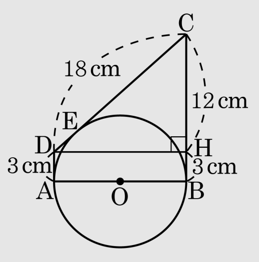


▶ 답 : ______ cm

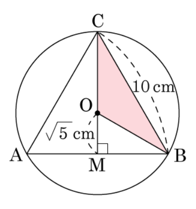
▷ 정답 : $6\sqrt{5}$ cm

해설

$\overline{DC}$ 와 원 O 가 만나는 점을 E 라 하면 $\overline{DE} = \overline{DA} = 3\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CB} = 15\text{cm}$ 이다.
또한, 점 D 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면
$\overline{DH} = \overline{AB}$ 이다.
$\overline{AB} = \overline{DH} = \sqrt{18^2 - 12^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$ (cm)



46. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, $\triangle COB$ 의 넓이는?



① $\dfrac{15\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$　② $\dfrac{5\sqrt{30}}{4}\text{cm}^2$　③ $5\sqrt{30}\text{cm}^2$
④ $\dfrac{5\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$　⑤ $\dfrac{\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$

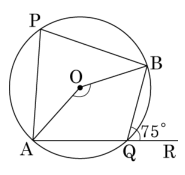
해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = 10\text{cm}$, 점 O 에서 현 AB 에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로 $\overline{MB} = 5\text{cm}$

$\triangle OMB$ 에서 $\overline{OB} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 5^2} = \sqrt{30}(\text{cm})$

$$\begin{aligned}\triangle COB &= \triangle CMB - \triangle OMB \\ &= \frac{1}{2} \times 5 \times (\sqrt{5} + \sqrt{30}) - \frac{1}{2} \times 5 \times \sqrt{5} \\ &= \frac{5\sqrt{30}}{2}\ (cm^2)\end{aligned}$$

47. 다음 그림에서 $\angle BQR = 75°$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



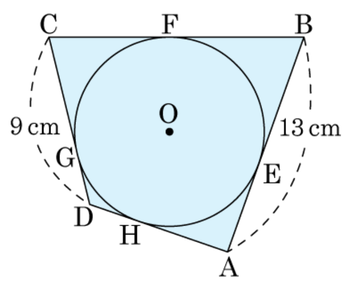
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $150°$

해설

$\angle APB = \angle BQR = 75°$, $\angle AOB = 75° \times 2 = 150°$

48. 다음 그림과 같이 반지름이 4 cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.

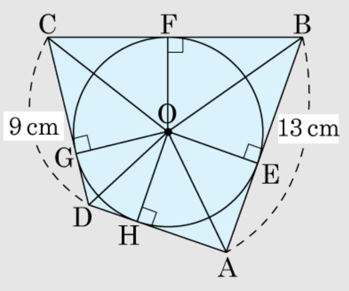


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 88 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

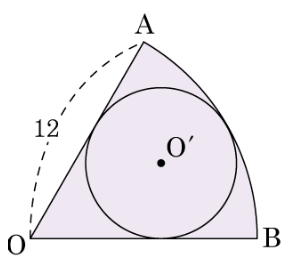
해설

외접 사각형의 성질에 의해서 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD} = 22\,\mathrm{cm}$



또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로
(사각형의 넓이)
$= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COD + \triangle DOA$
$= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{CD} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{DA} \times r$
$= \frac{1}{2} \times r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA})$
$= \frac{1}{2} \times 4 \times 44 = 88(\mathrm{cm}^2)$

49. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 이고, 중심각의 크기가 $60°$ 인 부채꼴 AOB 에 내접하는 원 O′ 의 반지름의 길이를 구하여라.

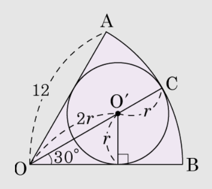


▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

원 O′ 의 중심을 지나는 선분이 호 AB 와 만나는 점을 C 라고 하면



직각삼각형의 특수각에 의해서 $\overline{\mathrm{OO'}} = 2r$ 이므로 $\overline{\mathrm{OC}} = 3r = 12$
따라서 원의 반지름은 4 이다.