

1. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

①  $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

②  $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③  $(-x+3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④  $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3 - b^3$

⑤  $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16} - 1$

해설

①  $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③  $(-x+3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④  $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

⑤  $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8 - 1$

2.  $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는  $n+1$ 개이다. 다항식  $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면?

- ① 7개    ② 8개    ③ 12개    ④ 13개    ⑤ 64개

해설

$$\begin{aligned} & \{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4 \\ &= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4 \\ &= (4a^2-9b^2)^{12} \\ &\therefore (4a^2-9b^2)^{12} \text{의 항의 개수는 } 13 \text{ 개이다.} \end{aligned}$$

3.  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$  일 때,  $f(x) - 2 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$  가 항상 성립하도록 하는 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$f(x) - 2 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  이므로  
 $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$   
 $= x^3 + (-a + b)x^2 + (a - 1)x - b \cdots \textcircled{1}$   
 $\textcircled{1}$ 이  $x$ 에 대한 항등식이므로 양변의 차수가 같은 항의 계수가 같아야 한다.  
즉,  $-a + b = -3, a - 1 = 3, b = 1$   
이므로  $a = 4, b = 1$   
 $\therefore a + b = 5$

4. 등식  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 가  $x$ 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수  $a + b + c$ 의 값은?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에  $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

5. 다항식  $x^3 + ax + b$ 가 다항식  $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로  
 $x^2 = x - 1$ 을 대입하면  
 $ax + (b - 1) = 0$   
이 등식이  $x$ 에 대한 항등식이므로,  
 $a = 0, b - 1 = 0$   
 $\therefore a = 0, b = 1$   
 $\therefore a + b = 1$

해설

$x^3 + ax + b$   
 $= (x^2 - x + 1)Q(x)$   
 $= (x^2 - x + 1)(x + b)$   
 $\therefore b = 1, a = 0$

6. 다항식  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을  $x - 2$ ,  $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각  $a, b$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값은?

① -8      ② -2      ③ -16      ④ 4      ⑤ 2

해설

$$f(x) = (x-2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x-1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

7. 다항식  $2x^3 + ax^2 + bx + 3$  이 다항식  $2x^2 - x - 3$  으로 나누어 떨어질 때,  $a + b$  의 값은 ?

- ① 3      ② 1      ③ -1      ④ -2      ⑤ -5

해설

$$2x^3 + ax^2 + bx + 3 = (2x^2 - x - 3)Q(x) \\ = (x+1)(2x-3)Q(x)$$

$$x = -1 \text{ 일 때, } -2 + a - b + 3 = 0$$

$$\therefore a - b = -1 \cdots \textcircled{A}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 일 때, } \frac{27}{4} + \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + 3 = 0$$

$$27 + 9a + 6b + 12 = 0$$

$$\therefore 3a + 2b = -13 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{ 에서 } a = -3, b = -2$$

$$\therefore a + b = (-3) + (-2) = -5$$

8. 다항식  $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 12$ 가  $x - 2$ 로 나누어 떨어지고 또,  $x - 3$ 으로도 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$f(x)$ 가  $x - 2$ 로 나누어 떨어지려면

$$f(2) = 24 + 4a + 2b + 12 = 0$$

$$\therefore 4a + 2b + 36 = 0 \quad \text{.....} \textcircled{A}$$

또,  $f(x)$ 가  $x - 3$ 으로 나누어 떨어지려면

$$f(3) = 81 + 9a + 3b + 12 = 0$$

$$\therefore 9a + 3b + 93 = 0 \quad \text{.....} \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면  $a = -13$ ,  $b = 8$

9. 다항식  $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + k$ 가 일차식  $x-1$ 을 인수로 가질 때, 이 다항식  $f(x)$ 를 인수분해 하면?

①  $(x-2)(x-1)(x+1)$

②  $(x-1)x(x+2)$

③  $(x+1)(x-1)(x+2)$

④  $(x-2)(x-1)(x+2)$

⑤  $(x-2)(x+1)(x+2)$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q(x) \Rightarrow f(1) = 0 \\ \therefore f(1) &= 2+k=0, \quad \therefore k = -2 \\ \text{즉, } f(x) &= x^3 + 2x^2 - x - 2 \\ &= (x-1)(x+1)(x+2) \end{aligned}$$

10. 다항식  $f(x) = x^3 + ax^2 + 3$ 을 일차식  $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록  $a$ 의 값을 정하면?

- ① -2    ② -4    ③ -6    ④ -8    ⑤ -10

해설

$$f(1) = 1 + a + 3 = 0, a = -4$$

11. 다음 중 다항식  $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$  의 인수인 것은?

①  $a + c$

②  $a - b^2$

③  $a^2 - b^2 + c^2$

④  $a^2 + b^2 + c^2$

⑤  $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

12.  $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니,  $(x+ay)(x-by+c)$ 가 되었다. 이 때,  $a, b, c$ 를 순서대로 쓴 것은?

① -1, 0, 1

② -1, 1, 2

③ -2, -1, 1

④ -1, -1, -2

⑤ -1, 2

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - y^2 + 2y &= (x+y)(x-y) - 2(x-y) \\ &= (x-y)(x+y-2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = -1, c = -2$$

13. 다음 중 다항식  $x^4 - 5x^2 + 4$ 를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

- ①  $x-1$     ②  $x-2$     ③  $x-3$     ④  $x+1$     ⑤  $x+2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2)\end{aligned}$$

14.  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 을 인수분해 하면?

①  $(x+1)(x-2)(x+3)$

②  $(x-1)(x+2)(x+3)$

③  $(x-1)(x-2)(x-3)$

④  $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤  $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0$ 이므로

(준식)  $= (x-1)(x-2)(x-3)$

15. 자연수  $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는  $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때,  $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

- ① 9개      ② 12개      ③ 16개      ④ 24개      ⑤ 32개

해설

$$\begin{aligned} 38 = x \text{ 라 하면,} \\ 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \\ \therefore (3+1)(3+1) &= 16 \end{aligned}$$

16. 두 다항식  $A = a + 2b$ ,  $B = 2a + 3b$ 일 때,  $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉢

해설

$$\text{㉢ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{ 결합법칙}$$

17.  $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$ 를  $x^2 + x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 하는 상수  $a$ 의 값을 구하면?

- ① -3    ② 3    ③ -6    ④ 6    ⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.  
 $\therefore a - 3 = 0, a = 3$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 이 되는  $x$ 값을 대입한다.  
 $x^2 + x + 1 = 0$ 에서  $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0, x^3 - 1 = 0$   
 $\therefore x^3 = 1$   
준 식의 좌변에  $x^3 = 1, x^2 = -x - 1$ 을 대입하면  
 $2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0, a - 3 = 0$   
 $\therefore a = 3$

18.  $x$  에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 2$  를  $x^2 - x + 1$  로 나눈 나머지가  $x + 3$  이 되도록  $a, b$  의 값을 정할 때,  $ab$  값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

19.  $a = 2004, b = 2001$  일 때,  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$  의 값은?

- ① 21      ② 23      ③ 25      ④ 27      ⑤ 29

해설

준 식은  $(a - b)^3$  이다.  
 $a - b = 2004 - 2001 = 3$   
 $\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$

20. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

- ① 144      ② 196      ③ 288      ④ 308      ⑤ 496

해설

세 모서리를  $x, y, z$ 라 하면

$$x + y + z = 22 \cdots \cdots ①$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 14 \cdots \cdots ② \text{이고}$$

겉넓이는  $2(xy + yz + zx)$ 이다.

$$①, ② \text{에서 } 22^2 = 14^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore 2(xy + yz + zx) = 288$$

21.  $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때,  $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ , 양변에  $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots \dots \textcircled{1}$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를  $x$ 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$\textcircled{1} \text{에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

22.  $\frac{2x+3a}{4x+1}$ 가  $x$ 에 관계없이 일정한 값을 가질 때,  $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답:  $12a = 2$

해설

$\frac{2x+3a}{4x+1} = k$  (일정값 =  $k$ )라 놓으면  $2x+3a = k(4x+1)$ 에서

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k = 0, 3a - k = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } 3a = k \text{ 에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$

23.  $x^4 - 3x^2 + 1$ 을 인수분해 하면?

- ①  $(x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$       ②  $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$   
③  $(x^2 + 2x - 1)(x^2 - x - 1)$       ④  $(x^2 + x - 1)(x^2 - 2x - 1)$   
⑤  $(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 3x^2 + 1 &= x^4 - 2x^2 + 1 - x^2 \\ &= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)\end{aligned}$$

24.  $x = 1001$  일 때,  $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

25.  $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때,  $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$