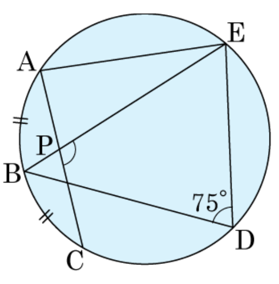
1. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC}$ 이고 $\angle BDE = 75°$ 이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle CPE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 105 °

해설

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC}$ 이므로

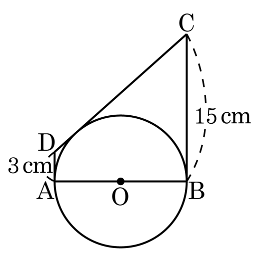
$\angle AEB = \angle BDC = x$

$\square ACDE$ 에서

$$\begin{aligned} \angle CAE &= 180° - \angle CDE \\ &= 180° - (75° + x) \\ &= 105° - x \end{aligned}$$

$\angle CPE = \angle CAE + x = 105°$

2. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ 는 반원 O 의 접선이다. $\overline{AD} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\,\text{cm}$ 일 때, 지름 AB 의 길이를 구하여라.

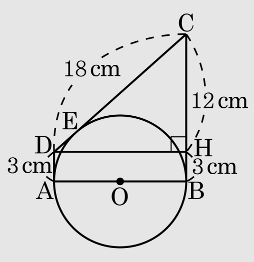


▶ 답 : ______ cm

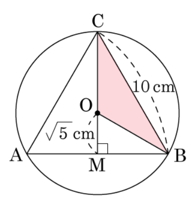
▷ 정답 : $6\sqrt{5}$ cm

해설

$\overline{DC}$ 와 원 O 가 만나는 점을 E 라 하면 $\overline{DE} = \overline{DA} = 3\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CB} = 15\text{cm}$ 이다.
또한, 점 D 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면
$\overline{DH} = \overline{AB}$ 이다.
$\overline{AB} = \overline{DH} = \sqrt{18^2 - 12^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}\ (\text{cm})$



3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, $\triangle COB$ 의 넓이는?



① $\dfrac{15\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$　② $\dfrac{5\sqrt{30}}{4}\text{cm}^2$　③ $5\sqrt{30}\text{cm}^2$
④ $\dfrac{5\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$　⑤ $\dfrac{\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = 10\text{cm}$, 점 O 에서 현 AB 에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로 $\overline{MB} = 5\text{cm}$

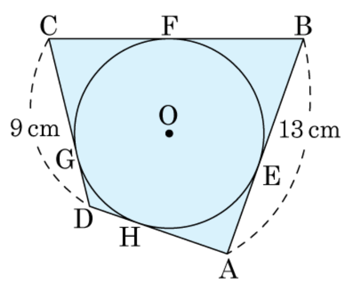
$\triangle OMB$ 에서 $\overline{OB} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 5^2} = \sqrt{30}(\text{cm})$

$\triangle COB = \triangle CMB - \triangle OMB$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times (\sqrt{5} + \sqrt{30}) - \frac{1}{2} \times 5 \times \sqrt{5}$

$= \frac{5\sqrt{30}}{2}\ (cm^2)$

4. 다음 그림과 같이 반지름이 $4\,\text{cm}$ 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.

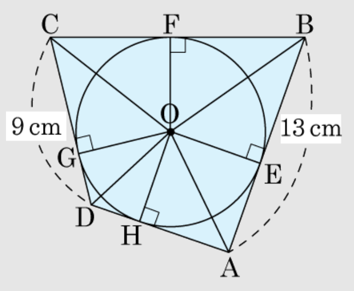


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $88\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

외접 사각형의 성질에 의해서 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{BC}+\overline{AD}=22\,\text{cm}$



또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로

(사각형의 넓이)

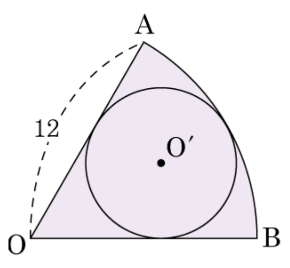
$=\triangle AOB+\triangle BOC+\triangle COD+\triangle DOA$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times r+\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times r+\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times r+\frac{1}{2}\times\overline{DA}\times r$

$=\frac{1}{2}\times r\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA})$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 44=88(\text{cm}^2)$

5. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 이고, 중심각의 크기가 $60°$ 인 부채꼴 AOB 에 내접하는 원 O′ 의 반지름의 길이를 구하여라.

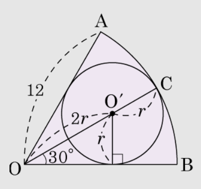


▶ 답 :

▷ 정답 : 4

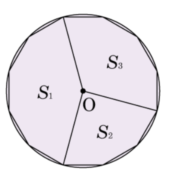
해설

원 O′ 의 중심을 지나는 선분이 호 AB 와 만나는 점을 C 라고 하면



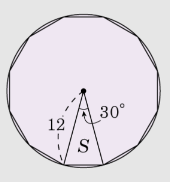
직각삼각형의 특수각에 의해서 $\overline{OO'} = 2r$ 이므로 $\overline{OC} = 3r = 12$
따라서 원의 반지름은 4 이다.

6. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 인 원에 내접하는 정십이각형의 넓이 $S_2 + S_3 - S_1$ 은?



① 36　② 48　③ 60　④ 72　⑤ 108

해설



정십이각형은 그림처럼 두 변이 12 이고 그 끼인 각이 30° 인 이등변삼각형 12 개로 이루어져 있다.

$S = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 30° = 36$

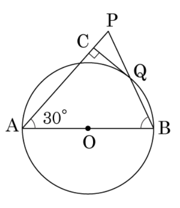
$S_1 = S \times 5 = 180$

$S_2 = S \times 3 = 108$

$S_3 = S \times 4 = 144$

따라서 $S_2 + S_3 - S_1 = 108 + 144 - 180 = 72$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O 에서 $\overline{CQ}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{AC}$, $\overline{BQ}$ 의 연장선의 교점을 P 라 하고 $\angle ACQ = 90°$, $\angle CAO = 30°$ 일 때, $\angle OBQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad °}$

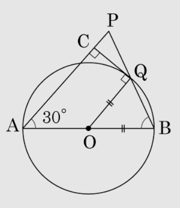
▷ 정답 : 75 $\underline{°}$

해설

다음 그림과 같이 보조선 $\overline{OQ}$ 를 그으면 □AOQC 에서 $\angle CQO = 90°$ 이고 △QOB 는 $\overline{OQ} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이다. □AOQC 에서

$\angle AOQ = 360° - (30° + 90° + 90°) = 150°$

따라서 △QOB 에서 $\angle OBQ + \angle OQB = 150°$ 이고 $\angle OBQ = \angle OQB$ 이므로 $\angle OBQ = 75°$ 이다.



8. $\overline{AB} = \overline{AC} = 4$, $\angle ABC = 30°$ 인 이등변삼각형 ABC 의 점 B 에서 선분 AC 의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 ABH 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

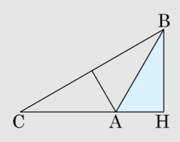
점 A 에서 변 BC 위에 내린 수선의 발을 M 이라 하면 선분 MC 의 길이는 $4 \times \cos 30° = 2\sqrt{3}$ 이므로

변 BC 의 길이는 $4\sqrt{3}$

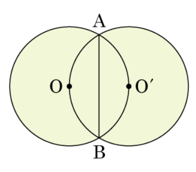
$\overline{BH} = \overline{BC} \times \sin 30° = 2\sqrt{3}$

$\angle ABH = 30°$ 이므로 $\overline{AH} = 2$

$\therefore\ \triangle ABH = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$



9. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 이고 합동인 두 원 O, O′ 이 서로의 중심을 지날 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



① $\sqrt{5}$cm ② $3\sqrt{5}$cm ③ $2\sqrt{5}$cm

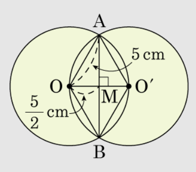
④ $5\sqrt{2}$cm ⑤ $5\sqrt{3}$cm

해설

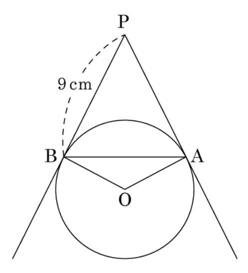
$\overline{AO} = 5\text{cm}, \overline{OM} = \dfrac{5}{2}\text{cm},\ \overline{OO'} = 5$

$\overline{AM} = \sqrt{25 - \dfrac{25}{4}} = \dfrac{5\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$



10. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle AOB = 120°$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $16\pi \mathrm{cm}^2$　② $24\pi \mathrm{cm}^2$　③ $27\pi \mathrm{cm}^2$

④ $27\mathrm{cm}^2$　⑤ $44\pi \mathrm{cm}^2$

해설

$\angle APB + \angle AOB = 180°$ 이므로 $\angle APB = 60°$ 이다.
$\overline{PO}$ 를 그으면 $\triangle PBO$ 는 직각삼각형의 특수각의 비에 의하여
$\overline{BO} = \dfrac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 원의 넓이는 $\pi(3\sqrt{3})^2 = 27\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.