

1. 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $k^2x+1 > 2kx+k$ 가 성립할 때,  $k$ 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$k^2x + 1 > 2kx + k$ 에서  
 $(k^2 - 2k)x > k - 1$ ,  
 $k(k - 2)x > k - 1$   
해가 모든 실수이므로  
 $k(k - 2) = 0$ ,  $k - 1 < 0$  이어야 한다.  
 $\therefore k = 0$

2. 이차부등식  $ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수  $x$ 에 대하여 성립할 때, 상수  $a$ 의 값의 범위는?

- ①  $a < -2$                       ②  $a < 0$                       ③  $a < 2$   
④  $a < 4$                           ⑤  $a < 8$

해설

$ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수  $x$ 에 대하여 성립하려면

i)  $a < 0$

ii)  $ax^2 + 4x + a = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 할 때,

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a^2 < 0$$

$$a^2 - 4 > 0, (a + 2)(a - 2) > 0$$

$$\therefore a < -2 \text{ 또는 } a > 2$$

i), ii)의 공통 범위를 구하면  $a < -2$

3. 이차부등식  $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가  $-2 < x < 1$ 일 때 부등식  $cx^2 - bx - a > 0$ 을 만족하는 한 자리의 자연수  $x$ 의 개수는?

- ① 1개    ② 2개    ③ 4개    ④ 6개    ⑤ 9개

**해설**

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가  $-2 < x < 1$ 이므로  $a < 0$   
해가  $-2 < x < 1$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은  $(x+2)(x-1) < 0$ ,  
즉  $x^2 + x - 2 < 0$  양변에  $a$ 를 곱하면  
 $ax^2 + ax - 2a > 0$ 이 부등식이  
 $ax^2 + bx + c > 0$ 과 같으므로  
 $b = a, c = -2a \cdots (가)$   
(가)를  $cx^2 - bx - a > 0$ 에 대입하면  
 $-2ax^2 - ax - a > 0, 2x^2 + x + 1 > 0 (\because -a > 0)$   
이 때 방정식  $2x^2 + x + 1 = 0$ 의 판별식  
 $D = 1^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로  
 $2x^2 + x + 1 > 0$ 은  
모든 실수  $x$ 에 대하여 성립한다.  
따라서 주어진 부등식을 만족하는  
한자리의 자연수는 1, 2, 3, ..., 9의 9개이다.

4. 양의 실수  $a$ 에 대하여  $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가  $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때,  $a$ 의 값의 범위는?

- ①  $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$       ②  $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$       ③  $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$   
 ④  $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$       ⑤  $2 \leq a \leq 5$

해설

$$-x^2 + 7x - 10 \geq 0$$

$$x^2 - 7x + 10 \leq 0$$

$$(x-2)(x-5) \leq 0$$

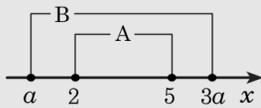
$$2 \leq x \leq 5$$

$$x^2 - 4ax + 3a^2 \leq 0$$

$$(x-a)(x-3a) \leq 0$$

$$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서  $a \leq 2, 3a \geq 5$ 이므로  $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

5. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 - 1 < x + 1 < x^2 - 3x + 1 \\ x + 3 > -x + 2 \end{cases}$  의 해가  $a < x < b$  일 때,

$2a + b$ 의 값은?

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} x^2 - 1 < x + 1 < x^2 - 3x + 1 \\ x + 3 > -x + 2 \end{cases} \begin{matrix} \text{(가)} & \text{(나)} \\ \text{(다)} & \end{matrix}$$

(가)에서  $x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$

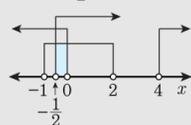
$\therefore -1 < x < 2$

(나)에서  $x^2 - 4x > 0, x(x - 4) > 0$

$\therefore x < 0$  또는  $x > 4$

(다)에서  $2x > -1$

$\therefore x > -\frac{1}{2}$



$-\frac{1}{2} < x < 0$

따라서  $a = -\frac{1}{2}, b = 0$ 이므로  $2a + b = -1 + 0 = -1$

6.  $|x+1| < 4$ ,  $2 < y < 4$ 일 때,  $\frac{x}{y}$ 의 범위는?

- ①  $-\frac{5}{2} < \frac{x}{y} < \frac{3}{4}$       ②  $-\frac{3}{2} < \frac{x}{y} < \frac{5}{2}$       ③  $-\frac{5}{4} < \frac{x}{y} < \frac{3}{4}$   
④  $-\frac{5}{2} < \frac{x}{y} < \frac{3}{2}$       ⑤  $-\frac{3}{2} < \frac{x}{y} < \frac{5}{4}$

해설

$$|x+1| < 4$$

$$\Rightarrow -4 < x+1 < 4$$

$$\Rightarrow -5 < x < 3, \quad 2 < y < 4$$

취할 수 있는  $\frac{x}{y}$ 의 최댓값 :  $\frac{3}{2}$

취할 수 있는  $\frac{x}{y}$ 의 최솟값 :  $-\frac{5}{2}$

$$\therefore -\frac{5}{2} < \frac{x}{y} < \frac{3}{2}$$

7. 부등식  $ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족하는 실수  $x$ 가 존재하기 위한 상수  $a$ 의 값의 범위는?

- ①  $a > -1$                       ②  $a > -\frac{1}{2}$                       ③  $a > -\frac{1}{3}$   
④  $a > -\frac{1}{4}$                       ⑤  $a > -\frac{1}{5}$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 에서

- i)  $a = 0$ 이면  $x > 0$   
 $\therefore$  실수해가 존재한다.  
ii)  $a > 0$ 이면  $y = ax^2 + (a+1)x + a$ 의 그래프가 아래로 볼록한 모양이므로  
 $ax^2 + (a+1)x + a > 0$ 을 만족시키는  $x$ 값이 반드시 존재한다.  
iii)  $a < 0$ 이면  $D = (a+1)^2 - 4a^2 > 0$   
 $3a^2 - 2a - 1 < 0, (3a+1)(a-1) < 0$   
 $\therefore -\frac{1}{3} < a < 1, a < 0$  이므로  $-\frac{1}{3} < a < 0$   
i), ii), iii)에서  $a > -\frac{1}{3}$

8. 이차방정식  $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2일 때, 방정식  $f(2x-3) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$f(x) = 0 \text{의 두 근을 } \alpha, \beta \text{라 하면 } \alpha + \beta = 2$$

$$f(2x-3) = 0 \text{에서 } 2x-3 = \alpha, 2x-3 = \beta$$

$$\therefore x = \frac{\alpha+3}{2}, \frac{\beta+3}{2}$$

$$\therefore \text{두 근의 합은 } \frac{(\alpha+\beta)+6}{2} = 4$$

9.  $-2 \leq x \leq 2$  일 때,  $x$  에 대한 부등식  $x^2 - 6x \geq a^2 - 6a$  가 항상 성립하기 위한  $a$  의 값의 범위는?

- ①  $-4 \leq a \leq 0$       ②  $-2 \leq a \leq 2$       ③  $0 \leq a \leq 4$   
④  $2 \leq a \leq 4$       ⑤  $4 \leq a \leq 6$

해설

$f(x) = x^2 - 6x - a^2 + 6a$  라 놓고  
 $-2 \leq x \leq 2$  에서  
 $f(x) > 0$  일 때,  $a$  의 값의 범위를 구한다.  
 $f(x) = (x-3)^2 - a^2 + 6a - 9$  이므로  
 $-2 \leq x \leq 2$  에서  $f(x)$  의 최솟값은  $x = 2$  일 때,  
 $f(2) = 4 - 12 - a^2 + 6a \geq 0$   
 $a^2 - 6a + 8 \leq 0 \Rightarrow (a-2)(a-4) \leq 0$   
 $\therefore 2 \leq a \leq 4$

10. 세 변의 길이가  $x-1$ ,  $x$ ,  $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는  $x$ 의 값의 범위가  $a < x < b$ 라 할 때, 방정식  $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$x-1$ ,  $x$ ,  $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로  
 $x-1 > 0$ ,  $x > 0$ ,  $x+1 > 0$ ,  $x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \dots\dots ㉠$   
한편, 둔각삼각형이 되려면  
 $(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$   
 $x^2 - 4x < 0$ 에서  $0 < x < 4 \dots\dots ㉡$   
㉠, ㉡에서  $2 < x < 4$   
 $\therefore a = 2, b = 4$   
따라서  $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은  
 $\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$

11.  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수와  $x$ 보다 작지 않은 최소의 정수의 합이 5일 때,  $x$ 는?

- ①  $\left\{\frac{5}{2}\right\}$       ②  $\{x|2 \leq x \leq 3\}$       ③  $\{x|2 \leq x < 3\}$

- ④  $\{x|2 < x \leq 3\}$       ⑤  $\{x|2 < x < 3\}$

**해설**

$[x]$ 를  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수,  
 $\langle x \rangle$ 를  $x$ 보다 작지 않은 최대의 정수라 하자.

$x = n$  ( $n$ 은 정수)일 때,

$$[x] = n, \langle x \rangle = n \text{이므로 } n + n = 5, n = \frac{5}{2}$$

$\therefore$  적당하지 않다.

$n < x < n + 1$  ( $n$ 은 정수)일 때,

$$[x] = n, \langle x \rangle = n + 1 \text{이므로 } n + n + 1 = 5$$

$$\therefore n = 2$$

$$\therefore 2 < x < 3$$

12. 이차방정식  $x^2 + 2kx + k = 0$ 의 두 근이 모두  $-1$ 과  $1$  사이에 있기 위한  $k$ 값의 범위가  $a < k \leq b$ 라 할 때,  $ab$ 의 값은?

- ①  $-1$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $0$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $1$

해설

$$D/4 = k^2 - k \geq 0, k(k-1) \geq 0, \therefore k \leq 0, k \geq 1$$

$$f(x) = x^2 + 2kx + k \text{라 하면}$$

$$f(-1) = 1 - k > 0$$

$$\therefore k < 1$$

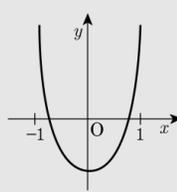
$$f(1) = 1 + 3k > 0 \therefore k > -\frac{1}{3}$$

$$\text{대칭축 } x = -k \text{ 이므로 } -1 < -k < 1$$

$$\therefore -1 < k < 1$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < k \leq 0$$

$$\therefore ab = 0$$



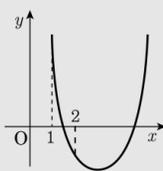
13. 이차방정식  $x^2 - 6x + k = 0$ 의 두 근 중 한 근만이  $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두근 사이에 존재할 때, 실수  $k$ 의 범위는?

- ①  $2 < k < 4$       ②  $1 < k < 6$       ③  $5 < k < 8$   
 ④  $5 < k < 12$       ⑤  $8 < k < 12$

해설

$f(x) = x^2 - 6x + k$ 에서 그래프의 중심축이  $x = 3$ 이므로 다음 그림과 같은 형태로 그래프가 그려질 때 주어진 조건을 만족한다.

$f(1) = k - 5 > 0, k > 5$   
 $f(2) = k - 8 < 0, k < 8$   
 $\therefore 5 < k < 8$



14.  $n - \frac{1}{2} \leq x < n + \frac{1}{2}$  (단,  $n$ 은 정수)인 실수  $x$ 에 대하여  $\{x\} = n$ 으로 나타낼 때, 방정식  $\left\{x^2 - x - \frac{1}{2}\right\} = 3x + 1$ 의 근을  $\alpha, \beta$ 라 하자. 이 때,  $9\alpha\beta$ 의 값을 구하면?

- ① 13      ② -13      ③ 15      ④ -15      ⑤ 17

해설

$3x + 1$ 은 정수이므로

$$(3x + 1) - \frac{1}{2} \leq x^2 - x - \frac{1}{2} < (3x + 1) + \frac{1}{2}$$

$$\therefore 5 \leq x^2 - 4x + 4 < 6$$

$$\therefore 5 \leq (x - 2)^2 < 6$$

이때,  $3x + 1$ 이 정수이므로  $3x$ 도 정수,

$$3x = k(k \text{는 정수}) \text{라 하면 } x = \frac{k}{3}$$

$$\therefore 5 \leq \left(\frac{k-6}{3}\right)^2 < 6$$

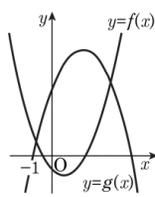
$$\therefore 45 \leq (k-6)^2 < 54 \quad \therefore k = -1, 13$$

$$k = -1 \text{ 일 때 } x = -\frac{1}{3},$$

$$k = 13 \text{ 일 때 } x = \frac{13}{3}$$

$$\therefore 9\alpha\beta = -13$$

15. 이차항의 계수가 각각 1, -1인 두 이차함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 의 그래프는 다음의 그림과 같다. 부등식  $f(x) - g(x) \leq 0$ 의 해가  $-1 \leq x \leq 3$ 이고  $f(2) = 1$ 일 때,  $g(1)$ 의 값은?



- ① 4    ② 5    ③ 6    ④ 7    ⑤ 8

**해설**

$y = f(x)$ 의  $y$ 절편이  $-1$ 이므로  $f(x) = x^2 + ax - 1$ 로 놓을 수 있다.

$$f(2) = 2a + 3 = 1 \text{에서 } a = -1$$

$$\therefore f(x) = x^2 - x - 1$$

$g(x) = -x^2 + bx + c$ 로 놓으면  $f(x) - g(x) \leq 0$ 의 해가  $-1 \leq x \leq 3$ 이므로

$$f(x) - g(x) = 2x^2 - (1+b)x - 1 - c = 2(x+1)(x-3) = 2x^2 - 4x - 6$$

따라서,  $1+b = 4$ ,  $-1-c = -6$ 에서

$$b = 3, c = 5$$

$$\therefore g(x) = -x^2 + 3x + 5$$

$$\therefore g(1) = 7$$