

1. 다항식 $(5x^2 + 3x + 1)^2$ 을 전개하였을 때, x^2 의 계수는?

① 10

② 13

③ 16

④ 19

⑤ 25

해설

$(5x^2 + 3x + 1)(5x^2 + 3x + 1)$ 에서

i) (일차항)×(일차항)의 경우 $9x^2$

ii) (이차항)×(상수항)의 경우 $2 \times 5x^2$

즉, $5x^2 + 5x^2 + 9x^2 = 19x^2$

∴ 19

2. 모든 실수 x 에 대하여 등식 $3x^2 + 2x + 7 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$ 가 성립할 때, 상수 c 의 값은?

① -6

② -7

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

항등식이므로 우변을 전개하여 동류항끼리 비교한다.

$$3x^2 + 2x + 7 = ax^2 + (2a + b)x + a + b + c$$

$$a = 3, 2a + b = 2, a + b + c = 7$$

$$\therefore \text{연립하면 } a = 3, b = -4, c = 8$$

해설

조립제법 사용

$$\begin{array}{r|rrr} -1 & 3 & 2 & 7 \\ & & -3 & 1 \\ \hline -1 & 3 & -1 & 8 \rightarrow c \\ & & -3 & \\ \hline & 3 & -4 & \rightarrow b \\ & \downarrow & & \\ & a & & \end{array}$$

3. 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 일차식 $x - 2$ 로 나눌 때의 나머지는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 2x^2 + 5x - 6 \\ &= (x - 2)Q(x) + R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore f(2) &= 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 \\ &= 8 - 8 + 10 - 6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\therefore R = 4$$

4. 다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 나열한 것은?

① $x^2 + x + 1, 1$

② $x^2 + x + 1, 2$

③ $2x^2 + 2x + 2, 1$

④ $2x^2 + 2x + 2, 2$

⑤ $4x^2 + 4x + 4, 4$

해설

다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 $Q(x), R$ 이라고 하면 $2x^3 + x^2 + x + 1 = (2x - 1)Q(x) + R$
$$= \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot 2Q(x) + R$$

이므로

$\frac{1}{2}$		2	1	1	1
			1	1	1
		2	2	2	2

$$2Q(x) = 2x^2 + 2x + 2$$

$$\therefore Q(x) = x^2 + x + 1, R = 2$$

5. 다항식 $f(x)$ 를 $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이 $3x - 4$ 이고, 나머지가 $2x + 5$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\&= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\&= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0\end{aligned}$$

6. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7개

② 8개

③ 12개

④ 13개

⑤ 64개

해설

$$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$$

$$= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4$$

$$= (4a^2-9b^2)^{12}$$

$\therefore (4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13개이다.

7. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

8. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = 2$$

$$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$$

9. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000\end{aligned}$$

10. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

해설

$$\text{㉡ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{결합법칙}$$

11. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.

$$a - b = 2004 - 2001 = 3$$

$$\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$$

12. 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

① $(x-y)^2 - xy(y-x) = (x-y)(x-y+xy)$

② $3a^2 - 27b^2 = 3(a+3b)(a-3b)$

③ $64a^3 - 125 = (4a+5)(16a^2 - 20a + 25)$

④ $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6 = (x^2 - x + 3)(x+1)(x-2)$

⑤ $2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3)$

해설

$$\begin{aligned} & 64a^3 - 125 \\ &= (4a)^3 - (5)^3 \\ &= (4a-5)(16a^2 + 20a + 25) \end{aligned}$$

13. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $2x - 7$ 이고, $x^2 - 3x - 10$ 으로 나누었을 때의 나머지는 11이다. 이 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 6x + 5$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $2x + 1$

② $4x + 3$

③ $x - 1$

④ $4x - 9$

⑤ $2x - 3$

해설

$f(x)$ 를 $x^2 - 6x + 5$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax + b$ 라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 6x + 5)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 1)(x - 5)Q(x) + ax + b \cdots \textcircled{7} \end{aligned}$$

$f(x)$ 를 $x^2 - 4x + 3$ 으로 나눈 몫을 $Q_1(x)$, $x^2 - 3x - 10$ 으로 나눈 몫을 $Q_2(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4x + 3)Q_1(x) + 2x - 7 \\ &= (x - 1)(x - 3)Q_1(x) + 2x - 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x - 10)Q_2(x) + 11 \\ &= (x - 5)(x + 2)Q_2(x) + 11 \end{aligned}$$

이므로 $f(1) = -5$, $f(5) = 11$ 이다.

⑦에서

$$f(1) = a + b = -5$$

$f(5) = 5a + b = 11$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = 4, b = -9$$

따라서 구하는 나머지는 $4x - 9$ 이다.

14. x 에 대한 삼차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) + 8$ 은 $(x + 2)^2$ 으로 나누어 떨어지고, $1 - f(x)$ 는 $x^2 - 1$ 로 나누어 떨어질 때, $f(x)$ 의 상수항은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$f(x) + 8 = (x + 2)^2(ax + b) \cdots \textcircled{㉠}$$

$$1 - f(x) = (x^2 - 1)Q(x) \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡}\text{에서 } f(1) = 1, f(-1) = 1$$

그러므로 $\textcircled{㉠}$ 에서

$$1 + 8 = 9(a + b) \cdots \textcircled{㉢}$$

$$1 + 8 = -a + b \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉢}, \textcircled{㉣}\text{에서 } a = -4, b = 5$$

$$\therefore f(x) = (x + 2)^2(-4x + 5) - 8$$

$$\therefore \text{상수항은 } f(0) = 2^2 \cdot 5 - 8 = 12$$

15. 두 다항식 A, B 에 대하여 $\{A, B\} = A^2 + B^2 - AB$ 라 할 때, $\{x^2 + 1, 2x^2 - 3\} - 7$ 을 실수 범위에서 인수분해한다. 이 때, 인수가 아닌 것은?

① $x - \sqrt{2}$

② $x - 1$

③ x

④ $x + 1$

⑤ $x + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}
 & \{x^2 + 1, 2x^2 - 3\} - 7 \\
 &= (x^2 + 1)^2 + (2x^2 - 3)^2 - (x^2 + 1)(2x^2 - 3) - 7 \\
 &= x^4 + 2x^2 + 1 + 4x^4 - 12x^2 + 9 - 2x^4 + x^2 + 3 - 7 \\
 &= 3x^4 - 9x^2 + 6 \\
 &= 3(x^4 - 3x^2 + 2) \\
 &= 3(x^2 - 1)(x^2 - 2) \\
 &= 3(x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})
 \end{aligned}$$