**1.** 다음 중 $x$에 대한 이차다항식은?

① $2x+2$ ② $x^2y+x-y$ ③ $2x^3+x-2$
④ $x^3-x$ ⑤ $xy^2+y^2$

해설
①, ⑤는 $x$에 대한 일차식
③, ④는 $x$에 대한 삼차식

**2.** 두 다항식 $A = 5x^3 + x^2 - 6x + 7$, $B = 2x^3 - 4x^2 - 1$에 대하여 $2A - 3B$를 계산한 식에서 $x^2$의 계수는 얼마인가?

① 14 ② $-12$ ③ 4 ④ 17 ⑤ 18

해설

$2A - 3B$
$= 2(5x^3 + x^2 - 6x + 7) - 3(2x^3 - 4x^2 - 1)$
$= 4x^3 + 14x^2 - 12x + 17$

$\therefore$ $x^2$의 계수 : 14

해설

이차항만 뽑아서 계산한다.
$2A - 3B \Rightarrow 2(x^2) - 3(-4x^2) = 2x^2 + 12x^2 = 14x^2$

**3.** $(3a+3b)-2b = 3a+(3b-2b) = 3a+b$에서 사용된 법칙을 순서대로 나열한 것은?

① 결합법칙, 결합법칙
② 교환법칙, 결합법칙
③ 교환법칙, 분배법칙
④ 결합법칙, 분배법칙
⑤ 분배법칙, 결합법칙

해설

$$\begin{aligned}(3a+3b)-2b &= 3a+(3b-2b) &&: \text{결합법칙}\\ &= 3a+(3-2)b &&: \text{분배법칙}\\ &= 3a+b\end{aligned}$$

**4.** 다항식 $2x^3+x^2-5x+3$을 $x^2+x-1$로 나눌 때, 몫과 나머지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

직접 나누어 보면

$\therefore$ 몫 : $2x-1$, 나머지 : $-2x+2$

몫과 나머지의 합은 1

**5.** $(x-2y-3z)^2$을 전개하여 $x$에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2+4y^2+9z^2-4xy+12yz-6zx$

② $x^2-4xy+4y^2-9z^2+12yz-6zx$

③ $x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

④ $4y^2+12yz+9z^2+(-4y-6z)x+x^2$

⑤ $9z^2+4y^2+x^2$

해설

$(x-2y-3z)^2=x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

**6.** $(a-b+c)(a-b-c)$를 전개하면?

① $-a^2+b^2-c^2+2ca$　　② $a^2-b^2+c^2+2ab$

③ $a^2+b^2+c^2+abc$　　④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2+b^2-c^2-2ab$

해설

$(a-b+c)(a-b-c)$
$=\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\}$
$=(a-b)^2-c^2$
$=a^2+b^2-c^2-2ab$

**7.** $x+y=4,\ xy=3$ 일 때, $x^2-xy+y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy=7$

**8.** 다음 등식 중에서 $x$에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립하는 것을 모두 고르면?

① $(x-2)(x+2)=x^2-4$　　② $x^2-x=x(x+2)$

③ $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$　　④ $x(x-2)=0$

⑤ $x+y=x-y$

해설

②는 $x=0$일 때만 성립하고,
④는 $x=0, 2$일 때만 성립한다.
그리고 ⑤는 $y=0$일 때만 성립한다.
①과 ③은 모든 실수에 대하여 성립한다.

**9.** 등식 $3x^2+5x=a(x-1)^2+b(x+1)+c$가 $x$에 관한 항등식이 되도록 하는 상수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $a+b-c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

우변을 전개하여 계수비교법으로 미정계수를 구한다.

$3x^2+5x=a(x-1)^2+b(x+1)+c$

$\qquad\qquad =ax^2+(-2a+b)x+a+b+c$

$a=3,\ -2a+b=5,\ a+b+c=0$

$\therefore\ a=3,\ b=11,\ c=-14$

$\therefore\ a+b-c=28$

해설

수치대입법으로 미정계수를 구해도 된다.

양변에 $x=0$을 대입하면

$0=a+b+c\cdots$ ㉠

양변에 $x=1$을 대입하면

$8=2b+c\cdots$ ㉡

양변에 $x=-1$을 대입하면

$-2=4a+c\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하면

$a=3,\ b=11,\ c=-14$

$\therefore\ a+b-c=28$

**10.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{3}$을 만족하는 모든 실수 $x$, $y$에 대하여 항상 $ax+by+5=0$이다. 이때 $a+b$의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{3}=t$라 하면

$x=2t-1,\ y=3t+1$

이것을 $ax+by+5=0$에 대입하면

$a(2t-1)+b(3t+1)+5=0$

$(2a+3b)t+(-a+b+5)=0$

이 식이 모든 실수 $t$에 대하여 성립해야 하므로

$2a+3b=0\cdots$①

$-a+b+5=0\cdots$②

①, ②를 연립하여 풀면

$a=3,\ b=-2\quad\therefore\ a+b=3+(-2)=1$

해설

$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}\Leftrightarrow AD=BC$성질 이용

$3x+3=2y-2$

$3x-2y+5=0$은 $ax+by+5=0$

$\therefore a=3,\ b=-2$

**11.** $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ 이 $x$에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

① 8　　② 16　　③ 32　　④ 64　　⑤ 128

해설

양변에 $x = 1$을 대입하면,
$(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5$ 이므로
$\therefore\ 2^5 = 32$

**12.** 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$을 일차식 $x - 2$로 나눌 때의 나머지는?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 2x^2 + 5x - 6 \\ &= (x-2)Q(x) + R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore\ f(2) &= 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 \\ &= 8 - 8 + 10 - 6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$\therefore\ R = 4$

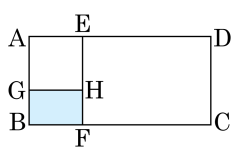
**13.** $f(x) = 2x^3 - 2x + k$가 $x - 2$로 나누어 떨어질 때, $k$의 값은?

① 0　　② 1　　③ $-8$　　④ $-10$　　⑤ $-12$

해설

$f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지면
나머지정리에 의해 $f(2) = 16 - 4 + k = 0$
$\therefore\ k = -12$

**14.** 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$일때, 사각형 GBFH의 넓이는?




① $a^2 - 2ab - b^2$
② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$
④ $-a^2 + 3ab - b^2$
⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$\square GBFH = \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD$
$= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2$
$= -a^2 + 3ab - 2b^2$

**15.** $(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$를 전개했을 때, $x^2$과 $x^3$의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 $a$, $b$에 대하여 $a+b$의 값은?

① $-2$　② $-1$　③ $1$　④ $2$　⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$
$=x^5+bx^4+(a+2)x^3+(ab+2)x^2+(2a+2b)x+4$
($x^2$의 계수)=($x^3$의 계수)=0이므로
$ab+2=0,\ a+2=0$
따라서 $a=-2,\ b=1$
$\therefore a+b=-1$

**16.** $(2x^3-3x^2+3x+4)(3x^4+2x^3-2x^2-7x+8)$을 전개한 식에서 $x^3$의 계수는?

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$2x^3\times 8-3x^2\times(-7x)+3x\times(-2x^2)+4\times 2x^3=39x^3$

**17.** $a^2+b^2+c^2=9,\ ab+bc+ca=9,\ a+b+c$의 값은?

① $-3\sqrt{2}$　② $-2\sqrt{3}$　③ $\pm 3\sqrt{3}$　④ $\pm 3\sqrt{2}$　⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$$
$$= 9+18 = 27$$

$\therefore\ a+b+c = \pm 3\sqrt{3}$

**18.** $\dfrac{2x+1}{x^3-1} = \dfrac{a}{x-1} + \dfrac{bx+c}{x^2+x+1}$ 가 $x \neq 1$ 인 모두 실수 $x$에 대해 항상 성립 하도록 $a,\ b,\ c$를 구할 때, $a+b+c$의 값은?

① 2　　② $-2$　　③ 1　　④ $-1$　　⑤ 0

해설

우변의 분모를 통분하면

$$\frac{a(x^2+x+1)+(bx+c)(x-1)}{x^3-1}$$

$$= \frac{(a+b)x^2+(a-b+c)x+(a-c)}{x^3-1}$$

$$\therefore\ \frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{(a+b)x^2+(a-b+c)x+(a-c)}{x^3-1}$$

분자의 계수를 비교하면

$a+b=0,\ a-b+c=2,\ a-c=1$

세 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=-1,\ c=0$

$\therefore a+b+c=0$

**19.** 다음 등식이 $k$의 값에 관계없이 항상 성립할 때, $xy$의 값을 구하여라.

$$(2k+3)x+(3k-1)y+5k-9=0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-6$

해설

$k$에 대하여 내림차순으로 정리하면
$(2x+3y+5)k+(3x-y-9)=0$
이것은 $k$에 대한 항등식이므로
$2x+3y+5=0$
$3x-y-9=0$
연립방정식을 풀면 $x=2,\ y=-3$
$\therefore\ xy=2\times(-3)=-6$

**20.** $a$, $b$는 정수이고, $ax^3+bx^2+1$이 $x^2-x-1$로 나누어 떨어질 때, $b$의 값은?

① $-2$　② $-1$　③ $0$　④ $1$　⑤ $2$

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$ax^3+bx^2+1$

$=(x^2-x-1)(ax-1)$

$=ax^3-(1+a)x^2+(1-a)x+1$

양변의 계수를 비교하면

$-(1+a)=b, 1-a=0$

$\therefore\ a=1, b=-2$

**21.** $x^3+ax^2+bx-4$는 $x-2$로 나누어 떨어지고 $x+1$로 나누면 나머지가 6이다. $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$f(x)=x^3+ax^2+bx-4$라 하면

$f(2)=4a+2b+4=0\cdots\cdots$ ㉠

$f(-1)=a-b-5=6\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a=3,\ b=-8$

$\therefore\ a-b=11$

**22.** 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 7$을 $x + 2$로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, $a$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$f(x) = x^4 - 3x^2 + ax + 7$
$f(x) = (x+2)Q(x) + 5$
$\therefore\ f(-2) = 5$
$f(-2) = 16 - 12 - 2a + 7 = 5$
$\therefore\ a = 3$

**23.** 다항식 $f(x)$를 두 일차식 $x-1$, $x-2$로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$를 $x^2-3x+2$로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$　　② $-x+3$　　③ $x-3$

④ $-x-3$　　⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$를 $x-1$, $x-2$로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
$f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x)+ax+b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x)+ax+b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$를 대입하면
$f(1)=a+b=2$, $f(2)=2a+b=1$
두 식을 연립하여 구하면 $a=-1, b=3$
$\therefore$구하는 나머지는 $-x+3$

**24.** $x^3$ 의 항의 계수가 1 인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4　　② 6　　③ 8　　④ 10　　⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$

$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$

**25.** $f(x) = 3x^3 + px^2 + qx + 12$ 가 $x+2$ 로도 나누어떨어지고, $x-1$ 로도 나누어떨어질 때, $\frac{q}{p}$ 의 값은?

① 9　　② 4　　③ −9　　④ −3　　⑤ −12

해설

$f(-2) = -24 + 4p - 2q + 12 = 0$

$f(1) = 3 + p + q + 12 = 0$

$p = -3,\ q = -12,\ \frac{q}{p} = \frac{-12}{-3} = 4$