

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3^3 = 27$

② $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

④ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{540}$

해설

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{450}$

2. 다음 중 자연수 180 를 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^4 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2 \times 3 \times 5^2$

④ $2 \times 3^3 \times 5$

⑤ $3^4 \times 5$

해설

$$2 \overline{) 180}$$

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

5

$$\therefore 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

3. 220의 소인수의 합을 구하면?

① 2

② 4

③ 8

④ 18

⑤ 32

해설

220을 소인수분해하면 $220 = 2^2 \times 5 \times 11$
소인수는 2, 5, 11이다.

$$2 + 5 + 11 = 18$$

4. 다음 중 두 수가 서로소인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 2, 6

② 3, 11

③ 8, 10

④ 12, 15

⑤ 9, 16

해설

1 이외에 공약수를 갖지 않는 두 자연수를 서로소라고 한다.

5. 다음 세 수의 공약수의 개수를 구하면?

$$2^3 \times 3^2 \times 5, \quad 2^2 \times 3^3 \times 7, \quad 2^3 \times 3^2$$

① 4 개

② 6 개

③ 8 개

④ 9 개

⑤ 10 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
공약수는 최대공약수의 약수이다.

따라서 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수가 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개) 이므로
공약수의 개수는 9 개이다.

6. 공책 27 권, 지우개 38 개, 연필 64 자루를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 하였더니 공책은 3 권 남고, 지우개는 2 개가 남고, 연필은 4 자루가 남았다. 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 12명

해설

학생 수는 $27 - 3 = 24$, $38 - 2 = 36$, $64 - 4 = 60$ 의 최대공약수
이므로

$$24 = 2^3 \times 3, 36 = 2^2 \times 3^2, 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 에서}$$

$$\text{최대공약수는 } 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore 12 \text{ 명}$$

7. 어떤 두 자연수의 최소공배수가 18 일 때, 100 이하의 두 자연수의 공배수 중 가장 큰 것은?

① 18

② 36

③ 54

④ 72

⑤ 90

해설

두 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.

어떤 두 자연수의 최소공배수가 18 이므로 A, B 의 공배수는 18, 36, 54, 72, 90... 이다.

100 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 90 이다.

8. 서울역에서 부산행 열차는 20 분마다, 광주행 열차는 30 분마다 출발한다고 한다. 서울역에서 두 열차가 오전 6 시에 동시에 출발하였다. 오전 6 시 이후에 최초로 동시에 출발하는 시각은 몇 시인지 구하여라.

▶ 답: 시

▷ 정답: 오전 7 시

해설

20 과 30 의 최소공배수는 60 이므로

6 시 이후 최초로 동시에 출발하는 시각은 $(6 \text{ 시}) + (60 \text{ 분}) = 7 \text{ 시}$

$\therefore$ 오전 7 시

9. 다음 중 12 의 배수는?

① 90

② 126

③ 288

④ 352

⑤ 1498

해설

12 의 배수는 4 와 3 의 공배수이다.

10. 3^{90} 의 일의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

3 의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 3, 9, 7, 1 이 반복되는 것을 알 수 있다.

3의 거듭제곱 수	일의 자리 수
$3^1(=3)$	3
$3^2(=3 \times 3=9)$	9
$3^3(=3 \times 3 \times 3=27)$	7
$3^4(=3 \times 3 \times 3 \times 3=81)$	1
$3^5(=3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3=243)$	3
$3^6(=3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3=729)$	9
$\vdots$	$\vdots$

90 은 4 로 나누었을 때 나머지가 2 이므로 3^{90} 의 일의 자리의 수는 9 이다.

11. $28 \times x = \frac{588}{y} = z^2$ 을 만족하는 자연수 z 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$28 \times x = \frac{588}{y} = z^2$$

$28 \times x$ 와 $\frac{588}{y}$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^2 \times 7 \times x = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{y} \text{ 에서}$$

$2^2 \times 7 \times x = z^2$ 을 만족하는 x 는 $7, 7 \times 2^2, 7 \times 3^2, 7 \times 4^2, \dots$ 이고

이에 따른 z^2 의 값은 $2^2 \times 7^2, 2^4 \times 7^2, 2^2 \times 3^2 \times 7^2, 2^6 \times 7^2, \dots$ 이다.

$$\frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{y} = z^2 \text{ 을 만족하는 } y \text{ 는 } 3, 2^2 \times 3, 3 \times 7^2, 2^2 \times 3 \times 7^2$$

이고

이에 따른 z^2 의 값은 $2^2 \times 7^2, 7^2, 2^2, 1$ 이다.

따라서 두 식을 동시에 만족하는 값은

$x = 7, y = 3, z = 14$ 이다.

12. 자연수 672 의 약수의 개수와 $2^2 \times a^n \times 11^3$ 의 약수의 개수가 같을 때, n 의 값을 구하여라. (단, a 는 소수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$672 = 2^5 \times 3 \times 7$$

$$(\text{약수의 개수}) = 24(\text{개})$$

$$(2 + 1) \times (n + 1) \times (3 + 1) = 24$$

$$\therefore n = 1$$

13. 보람이는 친구들에게 금붕어 12 마리와 거북이 18 마리를 각각 똑같이 나누어 주려고 한다.

되도록 많은 친구들에게 나누어 줄 때, 나누어 줄 수 있는 친구는 몇 명인가?

① 2 명

② 3 명

③ 4 명

④ 5 명

⑤ 6 명

해설

똑같이 나누어 주려면 인원수는 12 와 18 의 공약수이어야 하고, 되도록 많은 친구들에게 나누어 주려고 하므로 12 와 18 의 최대 공약수이어야 한다.

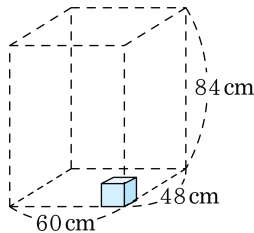
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) \quad 6 \quad 9} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 3 = 6 \text{ 명}$$

14. 같은 크기의 정육면체 블록을 빈틈없이 쌓아서 가로의 길이 60 cm, 세로의 길이 48 cm, 높이 84 cm 인 직육면체가 되도록 하려 한다. 되도록 큰 정육면체 블록으로 쌓을 때, 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

쌓으려고 하는 정육면체의 한 변의 길이는 60, 48, 84 의 공약수이다.

그런데 되도록 큰 정육면체로 쌓는다고 했으므로 한 변의 길이는 60, 48, 84 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48 \quad 60 \quad 84} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 30 \quad 42} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 12 \quad 15 \quad 21} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 5 \quad 7 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{cm})$$

15. 청소년을 위한 마라톤이 이번 일요일에 개최된다. 마라톤을 하는 중간에 물은 6km 지점마다, 수건은 8km 지점마다 준비된다고 한다. 마라톤이 시작되고 3km 지점에 물과 수건이 처음으로 준비된 후, 다음에 처음으로 물과 수건이 함께 준비된 것은 몇 km 후인지 나눗셈을 이용하여 구하여라.

▶ 답: km

▷ 정답: 27 km

해설

6 과 8 의 최소공배수를 나눗셈을 이용하여 구하면 된다. 최소공배수는 24 이므로 물과 수건이 함께 준비된 것은 $3 + 24 = 27(\text{km})$ 이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6 \quad 8} \\ \underline{\quad} \quad \quad \\ 3 \quad 4 \end{array}$$

16. 소인수분해한 세 자연수 $2^a \times b$, $2^2 \times 3^b \times c$, $2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는 6 이고 최소공배수는 540 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$6 = 2 \times 3, 540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

최대공약수가 2×3 이므로 $a = 1, b = 3$

최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $c = 5$

$$\therefore 1 + 3 + 5 = 9$$

17. 두 자연수의 곱이 640 이고 최소공배수가 80 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면

$A \times B = L \times G$ 이므로

$640 = 80 \times G$ 이다.

$\therefore G = 8$

18. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^2

③ 2^3

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3, 32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

19. 두 수 $2^3 \times 3 \times 7^2 \times 11$, 60 의 공약수들의 합은?

① 28

② 35

③ 48

④ 51

⑤ 64

해설

$2^3 \times 3 \times 7^2 \times 11$ 과 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 따라서 두 수의 공약수는 $2^2 \times 3$ 의 약수이다.

주어진 두 수의 공약수의 합은 $1 + 2 + 3 + 2^2 + 2 \times 3 + 2^2 \times 3 = 28$

20. 어떤 세 자연수의 비가 $2:3:4$ 이고 최대공약수가 6 일 때, 세 자연수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 72

해설

$$\begin{array}{r} a) \underline{2 \times a \quad 3 \times a \quad 4 \times a} \\ 2) \underline{2 \quad 3 \quad 4} \\ \quad 1 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

최대공약수는 $a = 6$ 이고,

최소공배수는 $a \times 2^2 \times 3 = 6 \times 2^2 \times 3 = 72$ 이다.

21. 12 로 나누어도 1 이 남고, 16 로 나누어도 1 이 남는 자연수 중 100 보다 작은 자연수는?

① 48, 96

② 48, 97

③ 49, 97

④ 50, 96

⑤ 50, 97

해설

구하는 수는 12, 16 의 공배수보다 1 만큼 큰 수 중 100 보다 작은 수이다. 이때, 12, 16 의 최소공배수는 48이므로 12, 16 의 공배수는 48, 96, ... 이다.

따라서 구하는 수는 49, 97 이다.

22. $\frac{28}{5}$ 과 $\frac{35}{8}$ 의 어느 것에 곱하여도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

① $\frac{32}{7}$

② $\frac{36}{7}$

③ $\frac{40}{7}$

④ $\frac{41}{7}$

⑤ $\frac{43}{7}$

해설

구하는 기약 분수를 $\frac{a}{b}$ 로 놓으면

$$a = 40, b = 7 \text{ 이므로 } \frac{a}{b} = \frac{40}{7}$$

23. 어떤 수를 5 로 나누었더니 몫이 6 이고, 나머지가 2 이었다. 이 수를 3 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(어떤 수) $= 5 \times 6 + 2 = 3 \times 10 + 2$ 이므로 나머지는 2 이다.

24. $32 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 수 중 20 보다 작은 수의 개수를 구하면?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$32 = 2^5$ 이므로

a 가 될 수 있는 수는 $2 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서 a 가 될 수 있는 20 보다 작은 수는 2, 2^3 , 2×3^2 , 즉 3 개이다.

25. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

① 3^{11}

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^3 \times 7^2$

④ $3^2 \times 5 \times 7$

⑤ $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

③ $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)