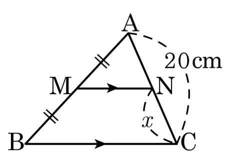
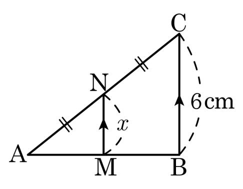
1. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 x 의 길이를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 10 cm

▷ 정답 : (2) 3 cm

해설

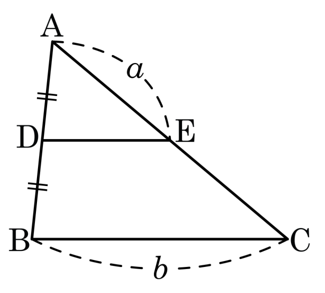
(1) 삼각형의 중점연결정리의 역에 의하여 점 N 은 $\overline{AC}$ 의 중점이므로

$x = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10(\text{cm})$

(2) 삼각형의 중점연결정리의 역에 의하여

$x = \frac{1}{2}\overline{CB} = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3(\text{cm})$

2. 다음 그림에서 점 D 는 변 AB 의 중점이고, $\overline{BC} // \overline{DE}$ 이다. $\overline{AC} = 12$, $\overline{DE} = 5$ 일 때, $b - a$ 의 값은?



① 4　② 8　③ 10　④ 16　⑤ 18

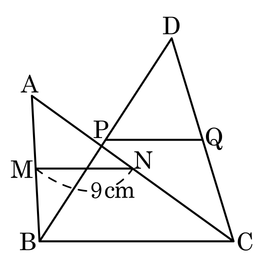
해설

$\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 6,\ a = 6$

$\overline{BC} = 2\overline{DE} = 10,\ b = 10$

따라서 $b - a = 10 - 6 = 4$

3. 다음 그림에서 점 M, N, P, Q 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{DB}$, $\overline{DC}$ 의 중점이다. $\overline{MN} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC} + \overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 27 cm

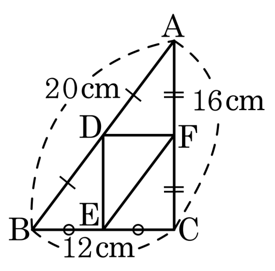
해설

$\overline{MN} = \overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BC}$

$\therefore\ \overline{BC} = 18\ (\text{cm}),\ \overline{PQ} = 9\ (\text{cm})$

$\overline{BC} + \overline{PQ} = 18 + 9 = 27\ (\text{cm})$

4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 세 변의 중점을 D, E, F 라 할 때, 다음을 구하여라.



(1) $\overline{DE}$ 의 길이
(2) $\overline{DF}$ 의 길이
(3) $\overline{EF}$ 의 길이
(4) $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 8 cm

▷ 정답 : (2) 6 cm

▷ 정답 : (3) 10 cm

▷ 정답 : (4) 24 cm

해설

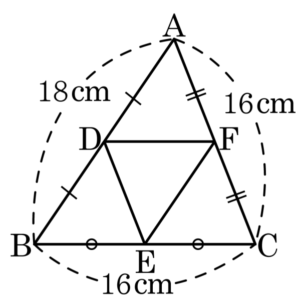
(1) $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8(\text{cm})$

(2) $\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6(\text{cm})$

(3) $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10(\text{cm})$

(4) ($\triangle DEF$ 의 둘레의 길이)$= \overline{DE} + \overline{DF} + \overline{EF} = 8 + 6 + 10 = 24(\text{cm})$

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 세 변의 중점을 D, E, F라 할 때, 다음을 구하여라.



(1) $\overline{DE}$의 길이
(2) $\overline{DF}$의 길이
(3) $\overline{EF}$의 길이
(4) $\triangle DEF$의 둘레의 길이

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 8 cm

▷ 정답 : (2) 8 cm

▷ 정답 : (3) 9 cm

▷ 정답 : (4) 25 cm

해설

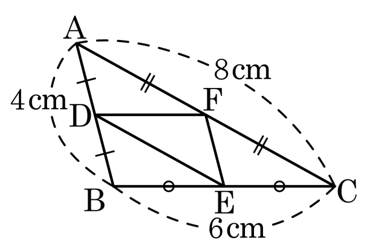
(1) $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8(\text{cm})$

(2) $\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8(\text{cm})$

(3) $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \cdot 18 = 9(\text{cm})$

(4) ($\triangle DEF$의 둘레의 길이)$= \overline{DE} + \overline{DF} + \overline{EF} = 8 + 8 + 9 = 25(\text{cm})$

6. $\triangle ABC$에서 각 변의 중점을 각각 D, E, F라 놓고 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle DEF$의 둘레는?



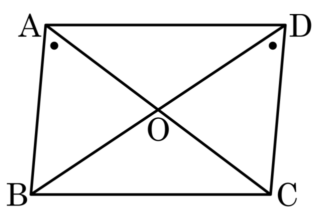
① 6cm ② 9cm ③ 12cm ④ 15cm ⑤ 18cm

해설

$$(\triangle DEF\text{의 둘레}) = \frac{1}{2} \times (\triangle ABC\text{의 둘레}) = \frac{1}{2}(4+6+8) = 9(\text{cm})$$

이므로 $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는 9cm 이다.

7. 평행사변형 ABCD 에서 ∠BAC = ∠BDC 일 때, 이 사각형은 어떤 사각형인가?

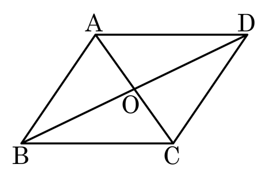


① 사다리꼴 ② 마름모 ③ 직사각형
④ 정사각형 ⑤ 등변사다리꼴

해설

∠BAC = ∠DCA (엇각) 이고 $\overline{OC} = \overline{OD}$ 이므로 대각선의 길이가 같다.
따라서 직사각형이다.

8. 다음 그림 □ABCD 는 평행사변형이라고 할 때, 직사각형이 되기 위한 조건을 나타낸 것은?



① $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\text{cm}$

② $\angle A = \angle C = 80°$

③ $\overline{BO} = \overline{DO} = 4\text{cm}$

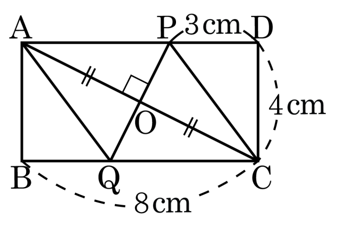
④ $\overline{AO} = 5\text{cm}$, $\overline{BO} = 5\text{cm}$, $\overline{CO} = 5\text{cm}$, $\overline{DO} = 5\text{cm}$

⑤ $\angle A + \angle B = 180°$

해설

한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이 된다.
따라서 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$ 이거나 $\angle A = 90°$ 이면 된다.

9. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PQ}$ 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. □AQCP 의 넓이는?



① $16\,\mathrm{cm}^2$ ② $18\,\mathrm{cm}^2$ ③ $20\,\mathrm{cm}^2$

④ $24\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $28\,\mathrm{cm}^2$

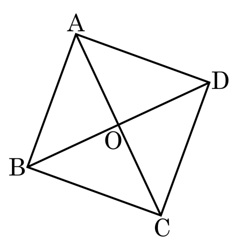
해설

□AQCP 는 마름모이므로

△ABQ ≡ △CDP (RHS)

$$\square AQCP = \square ABCD - 2\triangle ABQ$$
$$= 8 \times 4 - 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4$$
$$= 32 - 12 = 20(\mathrm{cm}^2)$$

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?

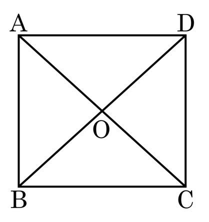


① 직사각형
② 평행사변형
③ 마름모
④ 정사각형
⑤ 사다리꼴

해설

한 내각의 크기가 90° 인 평행사변형은 직사각형이고 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.
∴ □ABCD 는 네 변의 길이가 같고 네 내각의 크기도 같으므로 정사각형이다.

11. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건이 <u>아닌</u> 것을 고르면?



① $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이다.

② $\angle A + \angle C = 180°$ 이다.

③ $\angle AOB = 90°$ 이다.

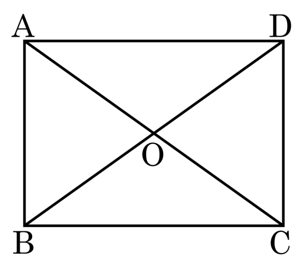
④ $\angle AOD + \angle BOC = 180°$ 이다.

⑤ $\overline{AO} \perp \overline{BD}$ 이다.

해설

직사각형이 정사각형이 되기 위해서는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이거나, 두 대각선이 서로 수직이등분하는 것이다.
하지만 $\angle A + \angle C = 180°$ 는 조건이 아니다.

12. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\overline{AB} = \overline{BC}$
② $\overline{AC} = \overline{BD}$
③ $\angle AOD = \angle BOC$
④ $\angle AOB = \angle AOD$
⑤ $\overline{AO} = \overline{CO}$

해설

① $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = \overline{AD}$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이면 네 변의 길이가 모두 같고, 네 각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이다.
④ $\angle AOB = \angle AOD$ 일 때, $\triangle AOB$ 와 $\triangle AOD$ 에서 $\overline{AO}$ 는 공통, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\angle AOB = \angle AOD = 90°$ 이므로 $\triangle AOB \equiv \triangle AOD$ (SAS 합동)
대응변의 길이가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AD}$
평행사변형에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
따라서 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이다.

13. 다음은 사각형와 그 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 나타낸 것이다. 옳은 것은 '○'표, 옳지 않은 것은 '×'표 하여라.

(1) 등변사다리꼴 - 직사각형 ( )
(2) 마름모 - 직사각형 ( )
(3) 정사각형 - 마름모 ( )

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) ×

▷ 정답 : (2) ○

▷ 정답 : (3) ×

해설
(1) 등변사다리꼴 - 마름모
(3) 정사각형 - 정사각형

14. 다음 도형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 이름을 써넣어라.

(1) 정사각형 ( )
(2) 평행사변형 ( )
(3) 등변사다리꼴 ( )

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 정사각형

▷ 정답 : (2) 평행사변형

▷ 정답 : (3) 마름모

해설

(1) 정사각형
(2) 평행사변형
(3) 마름모

15. 다음 사각형 중 중점을 연결해서 만들면 평행사변형이 되는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 평행사변형	㉣ 직사각형
㉤ 마름모	㉥ 정사각형

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

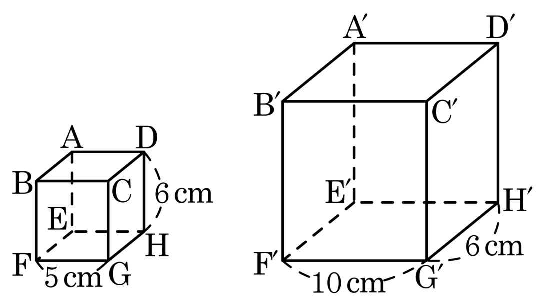
▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

㉠ 사다리꼴의 중점을 연결해서 만든 사각형은 사다리꼴이 된다.
㉡ 등변사다리꼴의 중점을 연결해서 만든 사각형은 마름모가 된다. 따라서 평행사변형이 된다.
㉢ 평행사변형의 중점을 연결해서 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
㉣ 직사각형의 중점을 연결해서 만든 사각형은 마름모가 된다. 따라서 평행사변형이 된다.
㉤ 마름모의 중점을 연결해서 만든 사각형은 직사각형이 된다. 따라서 평행사변형이 된다.
㉥ 정사각형의 중점을 연결해서 만든 사각형은 정사각형이 된다. 따라서 평행사변형이 된다.

16. 다음 그림의 두 직육면체는 서로 닮은 도형이고, □ABCD 와 □A′B′C′D′ 가 서로 대응하는 면일 때, □BFGC 에 대응하는 면은?



① □B′F′G′C′ ② □A′B′F′E′ ③ □E′F′G′H′
④ □C′D′H′G′ ⑤ □A′E′H′D′

해설
□BFGC 에 대응하는 면은 □B′F′G′C′ 이다.

17. $\boxed{}$ 안에 들어갈 수를 순서대로 바르게 짝지은 것은?

> $25\square A'B'C'D' = 9\square ABCD$ 를 만족하는 두 사각형 $\square A'B'C'D'$ 과 $\square ABCD$ 가 있다. 두 도형의 닮음비는 $\boxed{}$ 이고, $\overline{BC} = 15\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{B'C'}$ 의 길이는 $\boxed{}$ cm, $\overline{A'D'} = 12\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는 $\boxed{}$ cm를 만족한다.

① 1 : 4, 8, 10　② 3 : 5, 8, 20　③ 3 : 5, 9, 20

④ 5 : 3, 9, 10　⑤ 5 : 3, 9, 20

해설

$\square A'B'C'D' : \square ABCD = 9 : 25$ 이므로 두 도형의 닮음비는 $3 : 5$ 이다.

$\overline{B'C'} = 15 \times \dfrac{3}{5} = 9(\text{cm})$

$\overline{AD} = 12 \times \dfrac{5}{3} = 20(\text{cm})$

18. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.

㉠ 닮음인 두 입체도형에서 대응하는 면은 서로 닮은 도형이다. ㉡ 넓이가 같은 두 평면도형은 서로 닮음이다. ㉢ 닮은 두 평면도형에서 대응하는 각의 크기는 서로 같다. ㉣ 닮음인 두 입체도형에서 대응하는 모서리의 길이의 비는 닮음비와 같다. ㉤ 닮은 두 평면도형에서 대응하는 변의 길이의 비는 일정하지 않다.

▶ 답 :

▶ 답 :

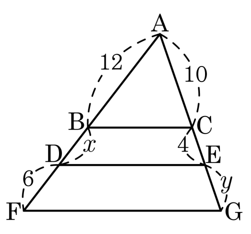
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

㉡ 넓이가 같다고 해서 서로 닮음이 아니다.
㉤ 닮은 두 평면도형에서 대응변의 길이의 비는 일정하다.

19. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ // $\overline{DE}$ // $\overline{FG}$ 일 때, xy 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

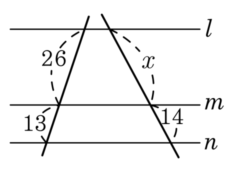
▷ 정답 : 24

해설

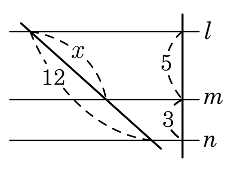
$12 : x = 10 : 4$
$10x = 48, x = 4.8$
$4.8 : 6 = 4 : y$
$4.8y = 24, y = 5$
$\therefore xy = 4.8 \times 5 = 24$

20. 다음 그림에서 $l \,/\!/\, m \,/\!/\, n$일 때, x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 28

▷ 정답 : (2) $\frac{15}{2}$

해설

(1) $26 : 13 = x : 14$

$13x = 364$

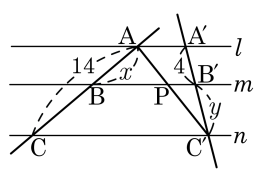
$\therefore\ x = 28$

(2) $x : 12 - x = 5 : 3$

$3x = 60 - 5x$

$\therefore\ x = \frac{15}{2}$

21. 다음 그림에서 $\ell // m // n$, $\overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{PC'}} = 3 : 4$ 일 때, x, y 의 길이는?

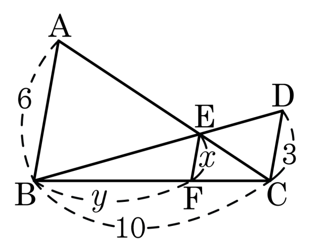


① $x = 5,\ y = 6$ ② $x = 6,\ y = \frac{16}{3}$ ③ $x = 5,\ y = \frac{14}{3}$
④ $x = 5,\ y = \frac{16}{3}$ ⑤ $x = 6,\ y = \frac{14}{3}$

해설

$\overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{PC'}} = 3 : 4$ 이므로
$14 : x = 7 : 3, x = 6$
$4 : y = 3 : 4, y = \frac{16}{3}$

22. 다음 그림에서 $\overline{AB} // \overline{EF} // \overline{CD}$일 때, $x+y$의 길이는?



① $\frac{22}{5}$ ② $\frac{23}{5}$ ③ $\frac{24}{5}$ ④ $\frac{26}{3}$ ⑤ $\frac{28}{3}$

해설

$\overline{AB} : \overline{CD} = 6 : 3 = 2 : 1$이므로 $\overline{AE} : \overline{CE} = 2 : 1$이다.

i) $2 : 3 = y : 10$

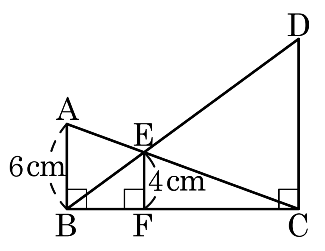
$\therefore y = \frac{20}{3}$

ii) $3 : 2 = 3 : x$

$\therefore \ x = 2$

$\therefore \ x + y = \frac{26}{3}$

23. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{EF}}$, $\overline{\mathrm{DC}}$는 모두 $\overline{\mathrm{BC}}$에 수직이다. 이때, $\overline{\mathrm{DC}}$의 길이는?

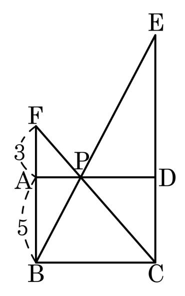


① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\triangle\mathrm{ABC}$와 $\triangle\mathrm{EFC}$에 대하여 $\angle\mathrm{ABC} = \angle\mathrm{EFC}$, $\angle\mathrm{ECF}$는 공통이므로 두 삼각형은 닮은 도형이고 닮음비는 $6 : 4 = 3 : 2$이다.
$\overline{\mathrm{BC}} : \overline{\mathrm{FC}} = 3 : 2$이므로 $\overline{\mathrm{BF}} : \overline{\mathrm{FC}} = 1 : 2$, $\overline{\mathrm{BC}} : \overline{\mathrm{BF}} = 3 : 1$이다.
$\triangle\mathrm{BCD}$와 $\triangle\mathrm{BFE}$에 대하여 $\angle\mathrm{B}$는 공통, $\angle\mathrm{BFE} = \angle\mathrm{BCD}$이므로 두 삼각형은 닮은 도형이고 닮음비는 $3 : 1$이다.
$\therefore\ x = 4 \times 3 = 12$

24. 다음 그림에서 $\overline{ED}$의 길이는? (단, □ABCD는 직사각형)



① $\frac{10}{3}$　② 7　③ $\frac{21}{5}$　④ $\frac{24}{5}$　⑤ $\frac{25}{3}$

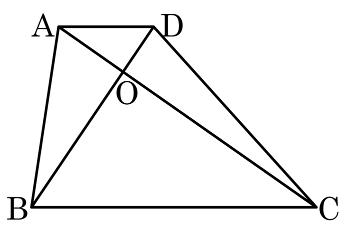
해설

□ABCD는 직사각형이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = 5$

$\overline{FB} // \overline{EC}$ 이므로 $\overline{FP} : \overline{PC} = \overline{BP} : \overline{PE} = 3 : 5$

$3 : 5 = 5 : x \quad \therefore \ x = \frac{25}{3}$

25. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{\mathrm{AD}}//\overline{\mathrm{BC}}$, 이고 $\overline{\mathrm{OC}} = 3\overline{\mathrm{AO}}$ 이다. $\triangle\mathrm{AOB} = 9\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{ACD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 12 cm^2

해설

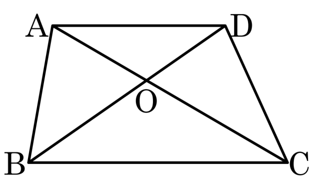
$\overline{\mathrm{AD}}//\overline{\mathrm{BC}}$, $\triangle\, ABO = \triangle\mathrm{DOC} = 9\mathrm{cm}^2$

$\triangle\mathrm{AOD}$, $\triangle\mathrm{DOC}$ 는 높이가 같다.

$\triangle\mathrm{DOC} : \triangle\mathrm{AOD} = 3 : 1 = 9\mathrm{cm}^2 : \triangle\mathrm{AOD}$ $\quad\therefore\ \triangle\mathrm{AOD} = 3\mathrm{cm}^2$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ACD} = \triangle\mathrm{AOD} + \triangle\mathrm{DOC} = 9 + 3 = 12\mathrm{cm}^2$

26. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 2 : 3$ 이다. $\triangle AOD = 10\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답: $\frac{125}{2}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

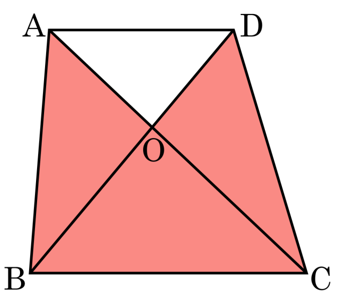
$\triangle AOD$, $\triangle DOC$ 는 높이가 같다. $2 : 3 = 10\text{cm}^2 : \triangle DOC$, $\triangle DOC = 15\text{cm}^2$

$\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로 $\triangle ABO = \triangle DOC = 15\text{cm}^2$

$\triangle ABO$, $\triangle BCO$ 는 높이가 같다. $2 : 3 = 15\text{cm}^2 : \triangle OBC$, $\triangle OBC = \frac{45}{2}\text{cm}^2$

$\square ABCD = \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle OBC + \triangle ABO = 10 + 15 + 15 + \frac{45}{2} = \frac{125}{2}(\text{cm}^2)$

27. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\triangle ABD$ 의 넓이가 90 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, $3\overline{DO} = 2\overline{BO}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 189

해설

$\triangle AOD : \triangle AOB = 2 : 3$ 이므로

$\triangle AOB = \frac{3}{5} \times \triangle ABD = 54$

이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로

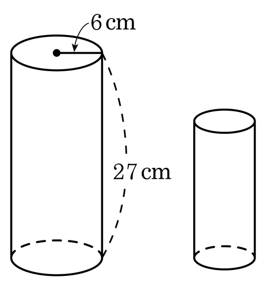
$\triangle AOB = \triangle COD = 54$

또, $\triangle COD : \triangle BCO = 2 : 3$ 이므로

$54 : \triangle BCO = 2 : 3 \quad \therefore \triangle BCO = 81$

(색칠한부분의 넓이) $= 54 + 54 + 81 = 189$

28. 다음 그림에서 작은 원기둥은 큰 원기둥을 $\frac{2}{3}$ 로 축소한 것이다. 작은 원기둥의 옆면의 넓이는?



① $108\pi\text{cm}^2$　② $124\pi\text{cm}^2$　③ $144\pi\text{cm}^2$　④ $156\pi\text{cm}^2$　⑤ $164\pi\text{cm}^2$

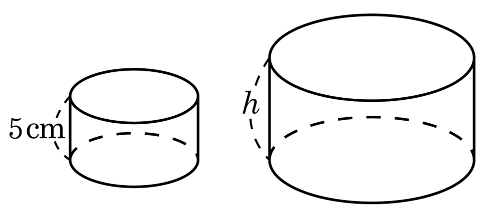
해설

작은 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r , 높이를 h 라고 하면

$r = 6 \times \frac{2}{3} = 4(\text{cm})$, $h = 27 \times \frac{2}{3} = 18(\text{cm})$

(옆면의 넓이)$= 2\pi rh = 144\pi(\text{cm}^2)$

29. 다음 그림에서 두 원기둥이 서로 닮은 도형이고, 각각의 밑면의 둘레가 10πcm, 16πcm 일 때, 큰 원기둥의 높이와 작은 원기둥의 높이의 차는?

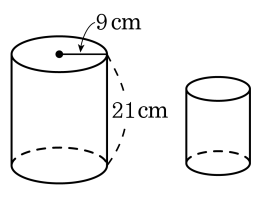


① $\frac{3}{2}$cm ② 2cm ③ $\frac{5}{2}$cm
④ 3cm ⑤ $\frac{10}{3}$cm

해설

밑면의 둘레가 각각 10π, 16π이므로 밑면의 반지름의 길이는 각각 5cm, 8cm이다. 두 원기둥이 서로 닮은 도형이므로 밑면의 반지름의 길이의 비는 높이의 비와 같으므로 $5 : 8 = 5 : h$ $h = 8$, 따라서 큰 원기둥의 높이와 작은 원기둥의 높이의 차는 $8 - 5 = 3$(cm)이다.

30. 다음 그림에서 작은 원기둥은 큰 원기둥을 $\frac{2}{3}$ 로 축소한 것이다. 작은 원기둥의 옆면의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 168π cm^2

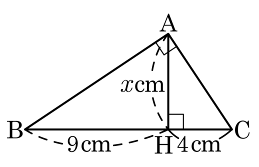
해설

작은 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r , 높이를 h 라고 하면

$r = 9 \times \frac{2}{3} = 6(\mathrm{cm})$, $h = 21 \times \frac{2}{3} = 14(\mathrm{cm})$

(옆면의 넓이) $= 2\pi rh = 2\pi \times 6 \times 14 = 168\pi(\mathrm{cm}^2)$

31. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90°$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, x 의 값은?



① 5　② 6　③ 6.5

④ 7　⑤ 7.5

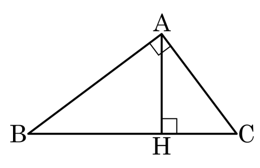
해설

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$ 이므로

$x^2 = 9 \times 4 = 36$

$x > 0$ 이므로 $x = 6$ 이다.

32. 다음 그림에서 $\angle AHB = \angle BAC = 90°$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 고르면?

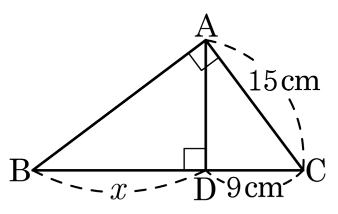


① $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BH} : \overline{CH}$
② $\triangle ABC \backsim \triangle HAC$
③ $\angle C = \angle BHA$
④ $\angle B = \angle ACH$
⑤ $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$

해설

$\triangle ABH \backsim \triangle CAH$ 에서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BH} : \overline{AH}$
$\angle C = \angle BAH$, $\angle B = \angle CAH$

33. 다음 그림에서 $\angle BAC = \angle ADC = 90°$, $\overline{AC} = 15cm$, $\overline{CD} = 9cm$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

$\overline{AC}^2 = \overline{BC} \cdot \overline{CD}$

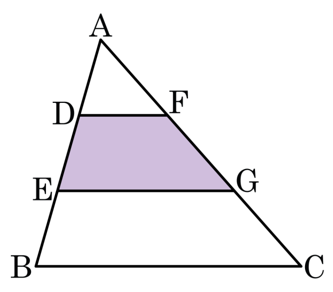
$15^2 = 9(9 + x)$

$225 = 81 + 9x$

$144 = 9x$

$\therefore x = 16(\text{cm})$

34. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 D 라고 하자. $\overline{AD}//\overline{EB}$, $\overline{EB} = \overline{EC}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



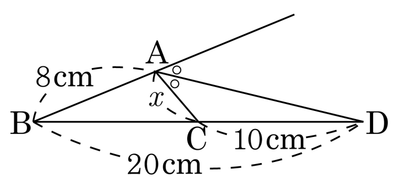
▶ 답 :

▷ 정답 : 22 cm

해설

$\overline{AD} // \overline{EB}$ 이므로 $\triangle ADC \backsim \triangle EBC$가 성립한다.
따라서 $10 : \overline{EB} = 20 : 4$이므로 $\overline{EB} = 2$,
$\overline{AD} // \overline{EB}$ 이므로 평행선의 동위각과 엇각의 성질을 이용하면
$\angle ABE = \angle AEB$
따라서 $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 8 + 2 = 10\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$이므로
$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 22 cm이다.

35. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AD}}$ 는 $\angle \mathrm{A}$ 의 외각의 이등분선이다. x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

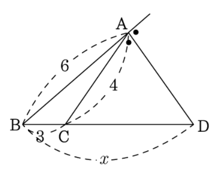
▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{CD}}$

$8 : x = 20 : 10$, $x = 4(\mathrm{cm})$

36. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 D 라 한다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 3$, $\overline{AC} = 4$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하고, $\triangle ABC$ 와 $\triangle ABD$ 의 넓이의 비를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $1 : 3$

해설

$\triangle ABC$ 에서 삼각형의 외각의 이등분선의 정리에 의해 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이므로 $6 : 4 = x : (x-3)$,
$6(x-3) = 4x$
따라서 $\overline{BD} = 9$ 이다.
$\triangle ABC$ 와 $\triangle ABD$ 는 높이가 같으므로 밑변의 비가 넓이의 비가 된다.
$\overline{BC} : \overline{BD} = 3 : 9$ 이므로 넓이의 비는 $1 : 3$ 이다.

37. 다음은 ‘평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.’ 를 보이는 과정이다. ㄱ부터 ㄹ에 알맞은 것을 써넣어라.

> 대각선 BD 를 그으면
> $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서
> $\angle ABD =$ (ㄴ) (엇각)
> $\angle ADB =$ (ㄷ) (엇각)
> (ㄹ)는 공통
> 따라서 $\triangle ABD = \triangle CDB$ (ㅁ 합동)이므로
> $\overline{AB} =$ (ㄱ), $\overline{AD} = \overline{BC}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\overline{CD}$

▷ 정답: $\angle CDB$

▷ 정답: $\angle CBD$

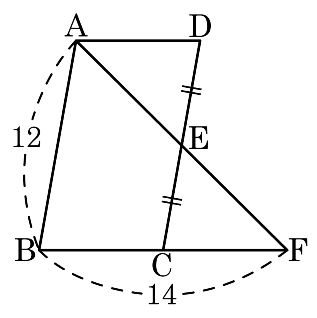
▷ 정답: $\overline{BD}$

▷ 정답: ASA

해설

> 대각선 BD 를 그으면
> $\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서
> $\angle ABD = (\angle CDB)$ (엇각)$\cdots$ (ㄴ)
> $\angle ADB = (\angle CBD)$ (엇각)$\cdots$ (ㄷ)
> $(\overline{BD})$ 는 공통$\cdots$ (ㄹ)
> 따라서 $\triangle ABD = \triangle CDB$ (ASA 합동)이므로$\cdots$ (ㅁ)
> $\overline{AB} = (\overline{CD})$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ $\cdots$ (ㄱ)

38. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?

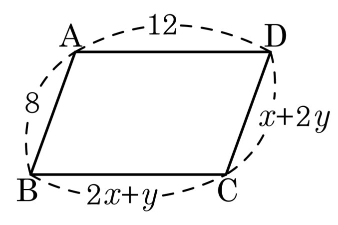


① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle FCE$(SAS) 이므로 $\overline{AD} = \overline{FC}$
□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$
따라서 $\overline{BC} = \overline{FC} = \overline{AD}$
$2 \times \overline{BC} = 14$ 에서 $\overline{BC} = 7$ 이므로
$\overline{AD} = 7$ 이다.

39. 다음 그림과 같이 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=\frac{16}{3}$

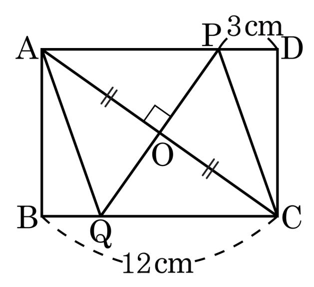
▷ 정답 : $y=\frac{4}{3}$

해설

연립방정식$\begin{cases}2x+y=12\\x+2y=8\end{cases}$ 을 풀면,

$x=\frac{16}{3}$, $y=\frac{4}{3}$

40. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{PQ}$, $\overline{AO} = \overline{CO}$ 일 때, □AQCP 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 36 cm

해설

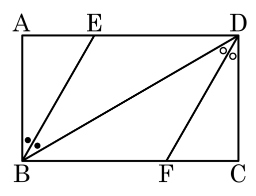
$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle AOP = \angle COQ$, $\angle PAO = \angle QCO$

$\triangle AOP \equiv \triangle COQ$ (ASA합동)

$\therefore$ $\overline{PO} = \overline{QO}$ 이므로 □AQCP 는 마름모이다.

$\therefore$ (둘레의 길이)$= (12 - 3) \times 4 = 36$ (cm)

41. 다음 그림의 직사각형ABCD 에서 $\overline{BD}$ 는 대각선이고, $\angle ABD$ 와 $\angle BDC$ 의 이등분선을 $\overline{BE}$, $\overline{DF}$ 라 한다. 사각형EBFD 가 마름모라면 $\angle AEB$ 의 크기는?



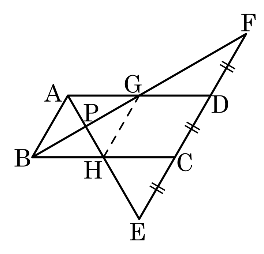
① 40° ② 50° ③ 60°

④ 65° ⑤ 75°

해설

마름모의 성질에 의하여 $\angle ADB = \angle BDF$ 이다.
$\angle D$ 가 직각인데 3 등분이 되므로
$\angle ADB$ 의 크기는 30°
그러므로 $\angle AEB$ 의 크기는 60° 이다.

42. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이고 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$, $\overline{FD} = \overline{DC} = \overline{CE}$ 이다. $\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



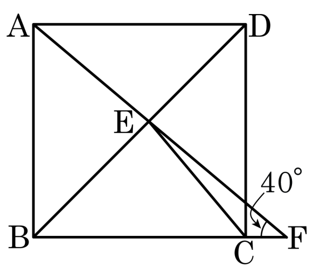
▶ 답 : $\underline{\quad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $\underline{90^\circ}$

해설

$\angle BAP = \angle AEF$ (엇각) 이고, $\overline{AD} = \overline{DE}$ 이므로 $\angle AED = \angle EAG$ 이다.
또, $\angle ABP = \angle BFD$ (엇각) 이고, $\overline{BC} = \overline{CF}$ 이므로 $\angle FBC = \angle BFC$ 이다.
$\angle A + \angle B = 180^\circ$ 이므로 $\angle ABP + \angle BAP = 90^\circ$ 이고, $\angle APB = 90^\circ$ 이다.

43. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 대각선 BD 위에 점 E 가 있고, $\overline{BC}$ 의 연장선과 $\overline{AE}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 한다. $\angle AFC = 40°$ 일 때, $\angle BCE = (\ \ )°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

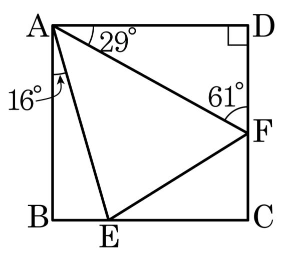


① 30 ② 35 ③ 40 ④ 50 ⑤ 55

해설

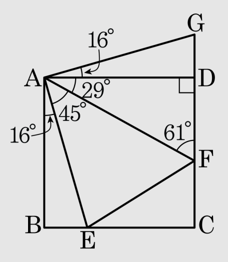
$\angle EAD = \angle AFC = 40°$, $\angle BAE = 50°$,
$\triangle ABE \equiv \triangle CBE$ (SAS 합동)이므로
$\angle BCE = \angle BAE = 50°$ 이다.

44. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 의 변 BC 와 변 CD 위에 $\angle BAE = 16°$, $\angle DAF = 29°$ 가 되도록 점 E , F 를 잡을 때, $\angle AEF = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



① 74　② 72　③ 70　④ 68　⑤ 66

해설

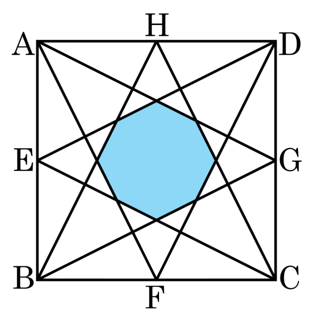


$\triangle ABE$ 를 $90°$ 만큼 회전시킨 삼각형을 $\triangle ADG$ 라 하면 $\triangle AEF \equiv \triangle AGF$ (SAS 합동)

$\therefore \angle AEF = \angle AGF = \angle AGD$

$\angle AGD = \angle AEB = 180° - 16° - 90° = 74°$

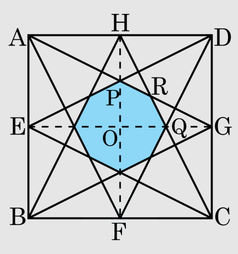
45. 넓이가 36 인 정사각형 ABCD 의 각 변의 중점과 각 꼭짓점을 다음과 같이 이었을 때, 가운데에 생기는 팔각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설



넓이가 36 인 정사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 6 이다.
위쪽 그림과 같이 정사각형의 두 대각선 AC 와 BD 의 교점을 O 라 하고, $\overline{AG}$ 와 $\overline{DE}$ 의 교점을 P , $\overline{HC}$ 와 $\overline{DF}$ 의 교점을 Q , $\overline{AG}$ 와 $\overline{HC}$ 의 교점을 R 이라 하면

$\triangle ROP$ 와 $\triangle ROQ$ 에서

$\overline{RO}$ 는 공통, $\angle POR = \angle QOR = 45$,

$\overline{OP} = \frac{1}{2}\overline{OH} = \frac{1}{2}\overline{OG} = \frac{1}{2}\overline{OQ}$ 이므로

$\triangle ROP \equiv \triangle ROQ$ (SAS 합동)

$\therefore \ \triangle ROP = \triangle ROQ \cdots$ ㉠

$\overline{OQ} = \overline{QG}$ 이므로 $\triangle ROQ = \triangle RQG \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서

$\triangle ROP = \triangle ROQ = \triangle RQG = \frac{1}{3}\triangle POG$

$$\begin{aligned} \therefore \square POQR &= \triangle ROP + \triangle ROQ \\ &= \frac{2}{3}\triangle POG \\ &= \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\overline{OH} \times \overline{OG}\right) \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 3 = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

따라서 구하는 팔각형의 넓이는 $4\square POQR = 6$ 이다.