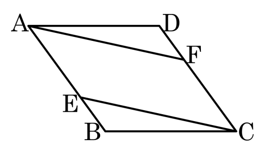
1. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



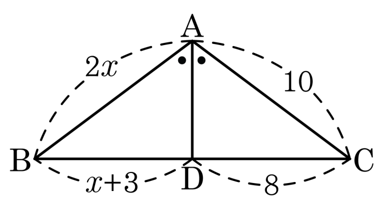
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선일 때, x 의 값은 ?



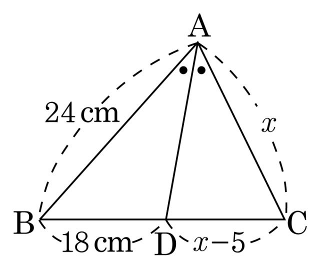
① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

$2x : 10 = x + 3 : 8$, $x = 5$

3. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



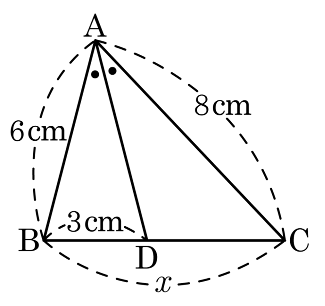
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 20 cm

해설

$24 : x = 18 : (x-5)$
$24x - 120 = 18x$
$6x = 120$
$\therefore\ x = 20(\text{cm})$

4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad \text{cm}}$

▷ 정답 : $7\,\underline{\text{cm}}$

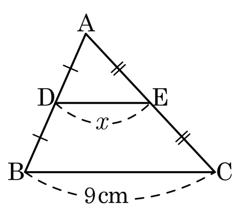
해설

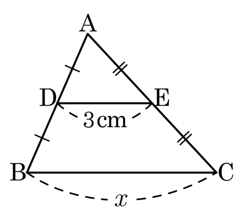
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

$6 : 8 = 3 : (x - 3)$, $6x = 42$, $x = 7$

$\therefore x = \overline{BC} = 7(\text{cm})$

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 x 의 길이를 구하여라.

(1)


(2)


▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $\frac{9}{2}$ cm

▷ 정답 : (2) 6 cm

해설

(1) 삼각형의 중점연결정리에 의하여

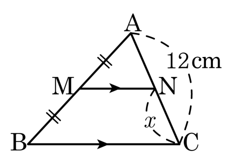
$x = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \cdot 9 = \frac{9}{2}(\text{cm})$

(2) 삼각형의 중점연결정리에 의하여

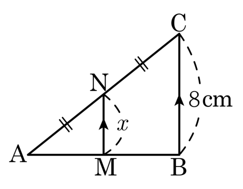
$x = 2\overline{DE} = 2 \cdot 3 = 6(\text{cm})$

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 x의 길이를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 6 cm

▷ 정답 : (2) 4 cm

해설

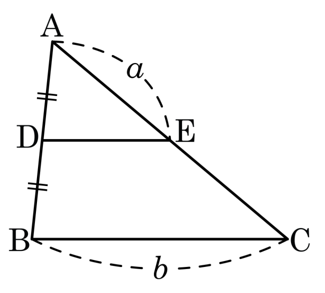
(1) 삼각형의 중점연결정리의 역에 의하여 점 N은 $\overline{AC}$의 중점이므로

$$x = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6(\text{cm})$$

(2) 삼각형의 중점연결정리의 역에 의하여

$$x = \frac{1}{2}\overline{CB} = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4(\text{cm})$$

7. 다음 그림에서 점 D 는 변 AB 의 중점이고, $\overline{BC}//\overline{DE}$ 이다. $\overline{AC}=12$, $\overline{DE}=5$ 일 때, $b-a$ 의 값은?



① 4 ② 8 ③ 10 ④ 16 ⑤ 18

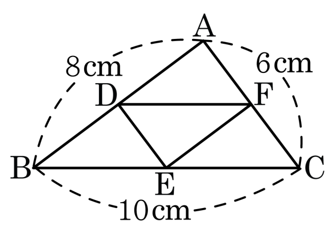
해설

$\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=6,\ a=6$

$\overline{BC}=2\overline{DE}=10,\ b=10$

따라서 $b-a=10-6=4$

8. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 세 점 D, E, F 는 각각 변 AB, BC, CA 의 중점일 때, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는?



① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

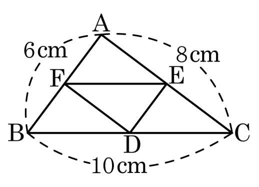
$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}\overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD} &= \frac{1}{2}\overline{AC} + \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{BC} \\ &= \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AB} + \overline{BC}) \\ &= \frac{1}{2}(6 + 8 + 10) \\ &= 12(\text{cm})\end{aligned}$$

이다.

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 세 변의 중점을 D, E, F 라고 할 때, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



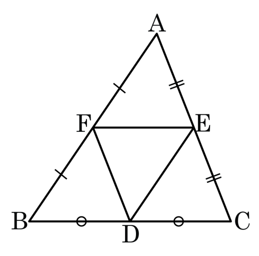
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 12 cm

해설

$$\overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{BC} + \frac{1}{2}\overline{CA}$$
$$= 3 + 5 + 4 = 12\ (\mathrm{cm})$$

10. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 각각 $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$ 의 중점이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 $36\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는?



① 16 cm ② 18 cm ③ 20 cm ④ 22 cm ⑤ 24 cm

해설

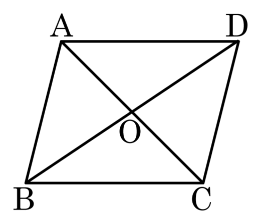
$\overline{FE} = \frac{1}{2}\overline{BC}, \overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{AC}, \overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AB}$ 이므로

($\triangle$DEF의 둘레의 길이)

$= \frac{1}{2}$($\triangle$ABC의 둘레의 길이)

$= \frac{1}{2} \times 36 = 18(\text{cm})$

11. 다음은 '평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.'를 증명하는 과정이다.
$\boxed{}$안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



가정 : □ABCD 에서
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}, \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, 점 O는 두 대각선의 교점
결론 : $\overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OB} = \overline{OD}$
증명 : $\triangle OAB$와 $\triangle OCD$에서
$\angle BAO = \angle DCO$(엇각)⋯㉠
$\angle ABO = \boxed{}$(엇각)⋯㉡
평행사변형의 대변이므로 $\overline{AB} = \boxed{}$⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ ($\boxed{}$ 합동)
$\overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OB} = \boxed{}$

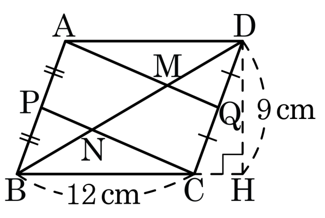
▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle CDO, \overline{CD}$, ASA, $\overline{OD}$

해설

가정 : □ABCD 에서
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}, \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, 점 O는 두 대각선의 교점
결론 : $\overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OB} = \overline{OD}$
증명 : $\triangle OAB$와 $\triangle OCD$에서
$\angle BAO = \angle DCO$(엇각)⋯㉠
$\angle ABO = \angle CDO$(엇각)⋯㉠
평행사변형의 대변이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ (ASA 합동)
$\overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OB} = \overline{OD}$

12. 다음 평행사변형 ABCD 에서 점 P, Q 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점이다. $\overline{AQ}$, $\overline{PC}$ 가 대각선 BD 와 만나는 점을 각각 M, N 이라 할 때, □APNM 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 27 cm^2

해설

$\overline{AC}$ 를 그어 $\overline{BD}$ 와의 교점을 점 O 라고 하면

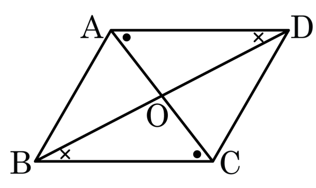
$\triangle AOM \equiv \triangle CON$

$\therefore \square APNM = \triangle APC$

$= \frac{1}{4}\square ABCD$

$= \frac{1}{4} \times 12 \times 9 = 27(cm^2)$

13. □ABCD 가 평행사변형일 때, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 설명하는 과정이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



□ABCD 에서 $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$, 점 O 는 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 교점
△ABO 와 △CDO 에서
평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
① $\underline{\overline{AB} = \overline{CD}}$ ⋯ ㉠
$\overline{AB}//\overline{DC}$ 이므로
②∠ABO = ∠CDO (<u>엇각관계</u>) ⋯ ㉡
③∠BAO = ∠DCO (<u>엇각관계</u>) ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서
△ABO ≡ △CDO (④ <u>SAS 합동</u>)
∴ $\overline{OA} = \overline{OC}$, ⑤ $\underline{\overline{OB} = \overline{OD}}$
따라서, 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

① $\underline{\overline{AB} = \overline{CD}}$

② ∠ABO = ∠CDO (<u>엇각관계</u>)

③ ∠BAO = ∠DCO (<u>엇각관계</u>)

④ (<u>SAS 합동</u>)

⑤ $\underline{\overline{OB} = \overline{OD}}$

해설
④ SAS 합동 → ASA 합동

14. 다음 중 평행사변형이 직사각형이 되는 조건인 것을 보기에서 모두 골라라.

㉠ 두 대각선이 직교한다. ㉡ 이웃하는 두 변의 길이가 같다. ㉢ 한 내각의 크기가 $90°$ 이다. ㉣ 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 $180°$ 이다. ㉤ 두 대각선의 길이가 같다.

▶ 답 :

▶ 답 :

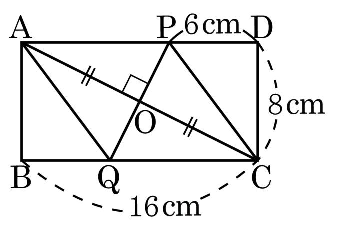
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건은
두 대각선의 길이가 서로 같다.
한 내각이 직각이다.

15. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PQ}$ 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. □AQCP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 80 cm^2

해설

□AQCP 는 마름모이므로

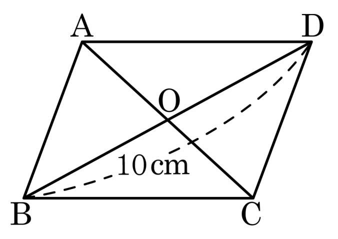
$\triangle ABQ \equiv \triangle CDP$ (RHS)

$\square AQCP = \square ABCD - 2\triangle ABQ$

$= 16 \times 8 - 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 8$

$= 128 - 48 = 80(cm^2)$

16. 다음 그림은 $\overline{BD}=10\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 이다. 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되도록 하는 $\overline{OA}$ 의 길이는? (단, O 는 대각선의 교점이다.)



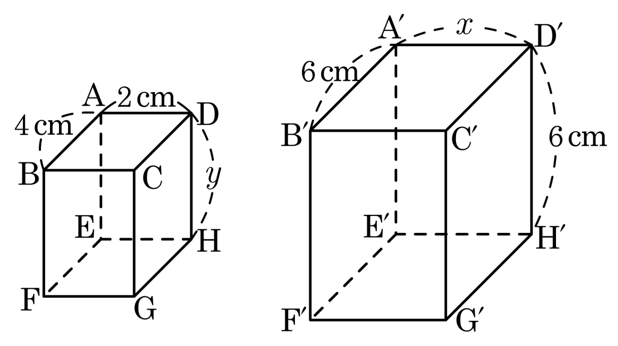
① 2cm ② 5cm ③ 7cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

평행사변형이 직사각형이 되는 조건은 두 대각선의 길이가 서로 같아야 한다.

따라서 $\overline{BD}=\overline{AC}=10\text{cm}$, $\overline{OA}=\frac{\overline{AC}}{2}=\frac{10}{2}=5\text{cm}$ 이다.

17. 다음 두 사각기둥이 닮음일 때, 다음을 구하여라.



(1) 두 사각기둥의 닮음비
(2) x의 길이
(3) y의 길이

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $2:3$

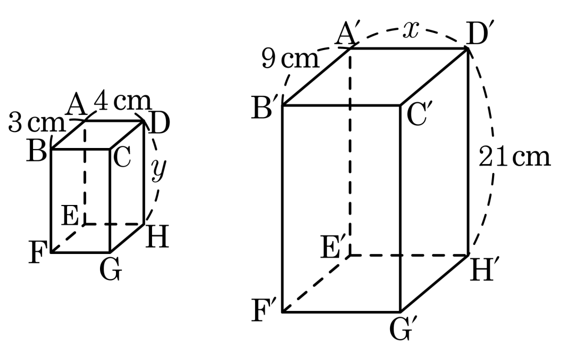
▷ 정답 : (2) $3\,\text{cm}$

▷ 정답 : (3) $4\,\text{cm}$

해설

(1) $\overline{AB}:\overline{A'B'}=4:6=2:3$이므로 두 사각기둥의 닮음비는 $2:3$이다.
(2) $2:3=\overline{AD}:\overline{A'D'}=2:x$이므로 $x=3\,\text{cm}$
(3) $2:3=\overline{DH}:\overline{D'H'}=y:6$이므로 $y=4\,\text{cm}$

18. 다음 두 사각기둥이 닮음일 때, 다음을 구하여라.



(1) 두 사각기둥의 닮음비
(2) x의 길이
(3) y의 길이

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

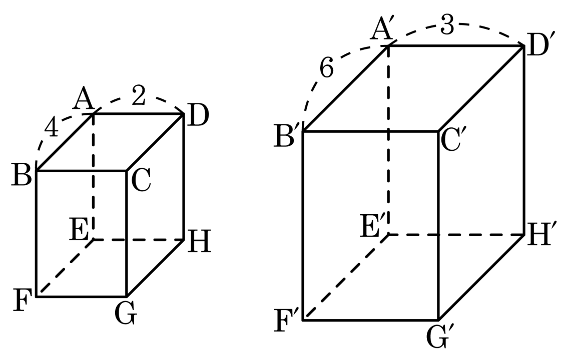
▷ 정답 : (1) $1 : 3$

▷ 정답 : (2) $12\,\text{cm}$

▷ 정답 : (3) $7\,\text{cm}$

해설
(1) $\overline{AB} : \overline{A'B'} = 3 : 9 = 1 : 3$이므로 두 사각기둥의 닮음비는 $1 : 3$이다.
(2) $1 : 3 = \overline{AD} : \overline{A'D'} = 4 : x$이므로 $x = 12\,\text{cm}$
(3) $1 : 3 = \overline{DH} : \overline{D'H'} = y : 21$이므로 $y = 7\,\text{cm}$

19. 다음 그림에서 두 직육면체는 서로 닮은 도형일 때, 닮음비가 나머지 넷과 다른 하나는?



① $\overline{AD}$ 와 $\overline{A'D'}$ 의 길이의 비

② $\overline{EF}$ 와 $\overline{E'F'}$ 의 길이의 비

③ 사각형 ABFE 와 사각형 A′B′F′E′ 의 둘레의 길이의 비

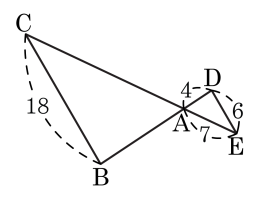
④ 두 직육면체의 높이의 비

⑤ 사각형 EFGH 와 사각형 E′F′G′H′ 의 넓이의 비

해설

닮음인 두 도형에서 대응하는 변의 길이의 비와 둘레의 비가 닮음비이고, 넓이의 비는 아니므로 ⑤가 답이다.

20. 다음과 같은 그림에서 $\overline{DE} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?

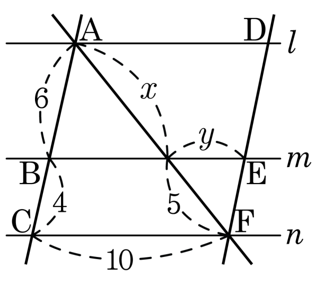


① 49　② 50　③ 51
④ 52　⑤ 53

해설

$\overline{AB} : 4 = 18 : 6$
$\overline{AB} = 12$
$\overline{AC} : 7 = 18 : 6$
$\overline{AC} = 21$
$\therefore$ ($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)$= 12 + 18 + 21 = 51$

21. 다음 그림에서 $l \;/\!/\; m \;/\!/\; n$이고 직선 AC와 직선 DF가 평행일 때, xy의 값은?



① 26　　② 27　　③ 28　　④ 29　　⑤ 30

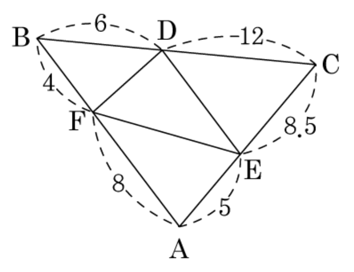
해설

$l \;/\!/\; m \;/\!/\; n$이므로 $6 : 4 = x : 5,\ x = \frac{15}{2}$이다.

$\overline{\mathrm{CF}} = 10$ 이므로 $y : 10 = 4 : 10,\ y = 4$이다.

$\therefore xy = \frac{15}{2} \times 4 = 30$

22. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 변과 평행한 선분을 구하여라.



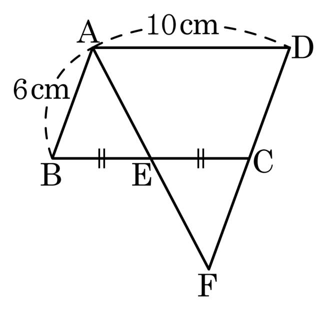
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{\mathrm{FD}}$

해설

$4 : 8 \neq 8.5 : 5$
$5 : 8.5 \neq 6 : 12$
$4 : 8 = 6 : 12$
$\therefore \overline{\mathrm{AC}} \mathbin{/\!/} \overline{\mathrm{FD}}$

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}} = 10\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AB}} = 6\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 길이를 구하면 ?

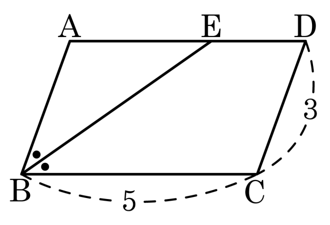


① 10cm ② 11cm ③ 12cm ④ 13cm ⑤ 14cm

해설

$\triangle\mathrm{EAB}$ 와 $\triangle\mathrm{EFC}$ 에서
$\angle\mathrm{BEA} = \angle\mathrm{CEF}$ ($\because$ 맞꼭지각)
$\angle\mathrm{EAB} = \angle\mathrm{EFC}$ ($\because$ 엇각)
$\overline{\mathrm{EB}} = \overline{\mathrm{EC}}$ ($\because$ 가정) 이므로
$\triangle\mathrm{EAB} \equiv \triangle\mathrm{EFC}$ (ASA 합동)
합동인 두 도형의 대응변의 길이는 같으므로
$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{FC}} = 6\mathrm{cm}$ 이고, $\square\mathrm{ABCD}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}} = 6\mathrm{cm}$ 이다.
$\therefore\ \overline{\mathrm{DF}} = \overline{\mathrm{DC}} + \overline{\mathrm{CF}} = 6 + 6 = 12(\mathrm{cm})$

24. $\square$ABCD가 평행사변형일 때, $\overline{ED}$의 길이를 닮음도형의 성질을 이용하여 구하면 ?

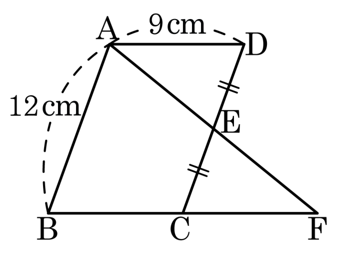


① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle CBE = \angle AEB$(엇각)
$\angle ABE = \angle AEB$ 이므로
$\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.
$\overline{AB} = \overline{AE} = 3$
$\therefore\ \overline{AD} - \overline{AE} = 5 - 3 = 2$

25. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E 는 $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라고 할 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



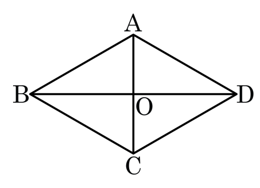
▶ 답: cm

▷ 정답: 18 cm

해설

$\triangle EAD \equiv \triangle EFC$ (ASA합동)
$\overline{AD} = \overline{CF} = 9\,\text{cm}$
$\overline{AD} = \overline{BC} = 9\,\text{cm}$
$\therefore \overline{BF} = \overline{BC} + \overline{CF} = 18(\text{cm})$

26. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 마름모일 때, 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{\mathrm{AO}}$ 와 $\overline{\mathrm{OD}}$ 는 직교한다.

② $\angle \mathrm{ABO} = \angle \mathrm{OBC}$

③ $\overline{\mathrm{OA}}$ 와 $\overline{\mathrm{OB}}$ 의 길이는 같다.

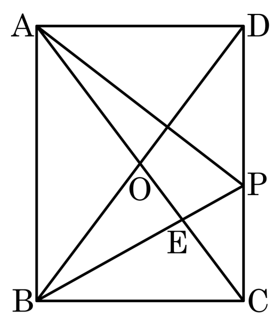
④ $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{DA}}$

⑤ $\overline{\mathrm{OA}}$ 와 $\overline{\mathrm{OC}}$ 의 길이는 같다.

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 두 대각선이 직교하거나 이웃하는 두변의 길이가 같아야 한다.
③ $\overline{\mathrm{OA}}$ 와 $\overline{\mathrm{OB}}$ 의 길이는 같다는 것은 직사각형이 될 조건이다.

27. 다음 그림과 같이 가로, 세로, 한 대각선의 길이가 각각 3, 4, 5 인 직사각형 ABCD 의 변 CD 위에 한 점 P 를 잡고 선분 PB 와 대각선 AC 와의 교점을 E 라 할 때, 삼각형 PBD 와 삼각형 PAC 의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답:

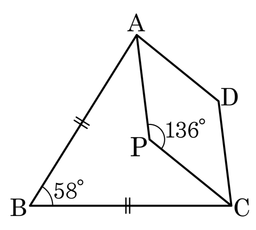
▷ 정답: 6

해설

밑변 $\overline{PC}$ 가 공통이므로 $\triangle PAC = \triangle PBC$

$$\begin{aligned}\triangle PBD + \triangle PAC &= \triangle PBD + \triangle PBC \\ &= \triangle BCD \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6\end{aligned}$$

28. 다음 그림에서 □APCD 는 마름모이다. $\overline{AB} = \overline{CB}$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답: $83°$

해설

$\overline{AC}$ 를 이으면
$\angle BCA = (180° - 58°) \div 2 = 61°$
$\angle ACD = (180° - 136°) \div 2 = 22°$
$\therefore \angle BCD = \angle BCA + \angle ACD = 83°$