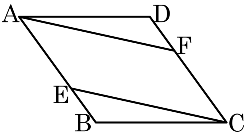
1. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



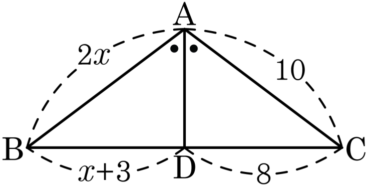
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선일 때, x 의 값은 ?



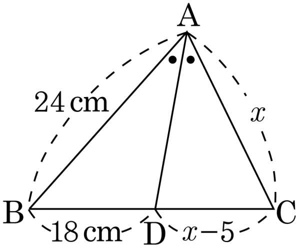
① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

$2x : 10 = x + 3 : 8$, $x = 5$

3. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 20 cm

해설

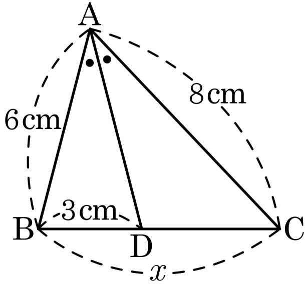
$24 : x = 18 : (x - 5)$

$24x - 120 = 18x$

$6x = 120$

$\therefore \ x = 20(\text{cm})$

4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 7 cm

해설

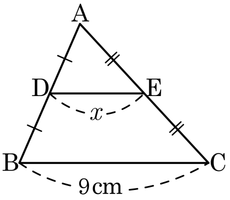
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

$6 : 8 = 3 : (x - 3)$, $6x = 42$, $x = 7$

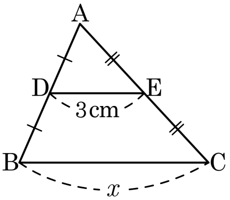
$\therefore x = \overline{BC} = 7(\mathrm{cm})$

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 x의 길이를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $\frac{9}{2}$ cm

▷ 정답 : (2) 6 cm

해설

(1) 삼각형의 중점연결정리에 의하여

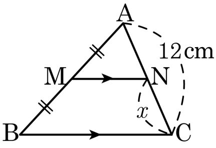
$$x = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \cdot 9 = \frac{9}{2}(\text{cm})$$

(2) 삼각형의 중점연결정리에 의하여

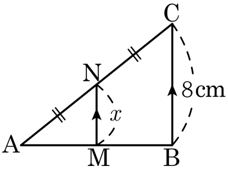
$$x = 2\overline{DE} = 2 \cdot 3 = 6(\text{cm})$$

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 x의 길이를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 6 cm

▷ 정답 : (2) 4 cm

해설

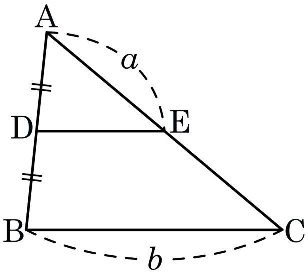
(1) 삼각형의 중점연결정리의 역에 의하여 점 N은 $\overline{AC}$의 중점이므로

$$x = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6(\mathrm{cm})$$

(2) 삼각형의 중점연결정리의 역에 의하여

$$x = \frac{1}{2}\overline{CB} = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4(\mathrm{cm})$$

7. 다음 그림에서 점 D 는 변 AB 의 중점이고, $\overline{BC}//\overline{DE}$ 이다. $\overline{AC} = 12$, $\overline{DE} = 5$ 일 때, $b - a$ 의 값은?



① 4 ② 8 ③ 10 ④ 16 ⑤ 18

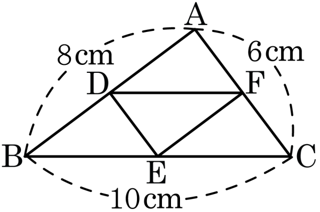
해설

$\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 6,\ a = 6$

$\overline{BC} = 2\overline{DE} = 10,\ b = 10$

따라서 $b - a = 10 - 6 = 4$

8. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 세 점 D, E, F는 각각 변 AB, BC, CA의 중점일 때, $\triangle DEF$의 둘레의 길이는?



① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

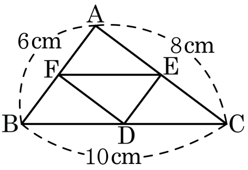
해설

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}\overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD} &= \frac{1}{2}\overline{AC} + \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{BC} \\ &= \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AB} + \overline{BC}) \\ &= \frac{1}{2}(6 + 8 + 10) \\ &= 12(\text{cm})\text{이다.}\end{aligned}$$

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 세 변의 중점을 D, E, F 라고 할 때, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



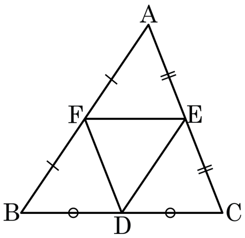
▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 12 cm

해설

$$\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{FD}=\frac{1}{2}\overline{AB}+\frac{1}{2}\overline{BC}+\frac{1}{2}\overline{CA}$$
$$=3+5+4=12\ (\mathrm{cm})$$

10. 다음 그림에서 점 D, E, F는 각각 $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$의 중점이다. $\triangle ABC$의 둘레의 길이가 36 cm일 때, $\triangle DEF$의 둘레의 길이는?



① 16 cm ② 18 cm ③ 20 cm ④ 22 cm ⑤ 24 cm

해설

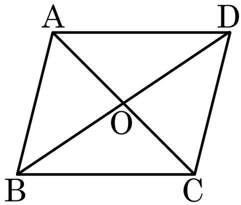
$\overline{FE} = \frac{1}{2}\overline{BC}, \overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{AC}, \overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AB}$ 이므로

($\triangle DEF$의 둘레의 길이)

$= \frac{1}{2}$($\triangle ABC$의 둘레의 길이)

$= \frac{1}{2} \times 36 = 18(\text{cm})$

11. 다음은 '평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.'를 증명하는 과정이다.
$\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



가정 : □ABCD 에서
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}, \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, 점 O는 두 대각선의 교점
결론 : $\overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OB} = \overline{OD}$
증명 : △OAB 와 △OCD 에서
∠BAO = ∠DCO(엇각)$\cdots$ ㉠
∠ABO = $\boxed{}$(엇각)$\cdots$ ㉡
평행사변형의 대변이므로 $\overline{AB} = \boxed{}\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 △OAB ≡ △OCD ($\boxed{}$ 합동)
$\overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OB} = \boxed{}$

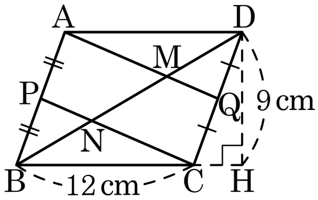
▶ 답 :

▷ 정답 : ∠CDO, $\overline{CD}$, ASA, $\overline{OD}$

해설

가정 : □ABCD 에서
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}, \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, 점 O는 두 대각선의 교점
결론 : $\overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OB} = \overline{OD}$
증명 : △OAB 와 △OCD 에서
∠BAO = ∠DCO(엇각)$\cdots$ ㉠
∠ABO = ∠CDO(엇각)$\cdots$ ㉠
평행사변형의 대변이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 △OAB ≡ △OCD (ASA 합동)
$\overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OB} = \overline{OD}$

12. 다음 평행사변형 ABCD 에서 점 P, Q 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점이다. $\overline{AQ}$, $\overline{PC}$ 가 대각선 BD 와 만나는 점을 각각 M, N 이라 할 때, □APNM 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\text{cm}^2}$

▷ **정답 :** $27\,\underline{\text{cm}^2}$

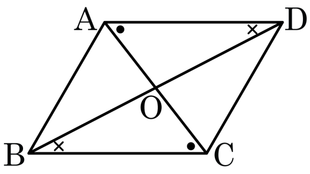
해설

$\overline{AC}$ 를 그어 $\overline{BD}$와의 교점을 점 O 라고 하면

$\triangle AOM \equiv \triangle CON$

$$\begin{aligned}\therefore \square APNM &= \triangle APC \\ &= \frac{1}{4}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4}\times 12\times 9 = 27(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

13. □ABCD 가 평행사변형일 때, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 설명하는 과정이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



□ABCD 에서 $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$, 점 O는 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 교점
$\triangle$ABO 와 $\triangle$CDO 에서
평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
① $\underline{\overline{AB} = \overline{CD}}$ $\cdots$ ㉠
$\overline{AB}//\overline{DC}$ 이므로
② $\angle ABO = \angle CDO$ (<u>엇각관계</u>) $\cdots$ ㉡
③ $\angle BAO = \angle DCO$ (<u>엇각관계</u>) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서
$\triangle ABO \equiv \triangle CDO$ (④ <u>SAS 합동</u>)
$\therefore$ $\overline{OA} = \overline{OC}$, ⑤ $\underline{\overline{OB} = \overline{OD}}$
따라서, 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

① $\underline{\overline{AB} = \overline{CD}}$

② $\angle ABO = \angle CDO$ (<u>엇각관계</u>)

③ $\angle BAO = \angle DCO$ (<u>엇각관계</u>)

④ (<u>SAS 합동</u>)

⑤ $\underline{\overline{OB} = \overline{OD}}$

해설

④ SAS 합동 → ASA 합동

14. 다음 중 평행사변형이 직사각형이 되는 조건인 것을 보기에서 모두 골라라.

㉠ 두 대각선이 직교한다.
㉡ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
㉢ 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.
㉣ 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 $180°$ 이다.
㉤ 두 대각선의 길이가 같다.

▶ 답 :

▶ 답 :

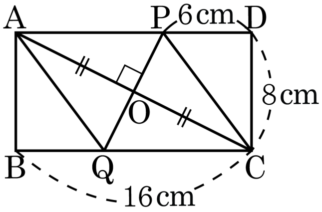
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건은
두 대각선의 길이가 서로 같다.
한 내각이 직각이다.

15. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PQ}$ 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. □AQCP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 80 cm^2

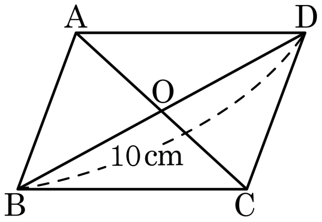
해설

□AQCP 는 마름모이므로

△ABQ ≡ △CDP (RHS)

$$\square AQCP = \square ABCD - 2\triangle ABQ$$
$$= 16 \times 8 - 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 8$$
$$= 128 - 48 = 80(\text{cm}^2)$$

16. 다음 그림은 $\overline{BD} = 10\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 이다. 평행사변형 ABCD 가 직사각형이 되도록 하는 $\overline{OA}$ 의 길이는? (단, O 는 대각선의 교점이다.)



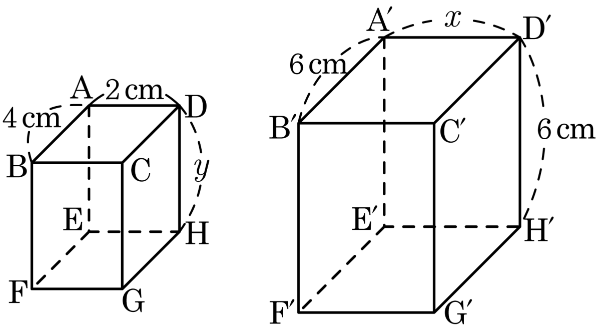
① 2cm ② 5cm ③ 7cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

평행사변형이 직사각형이 되는 조건은 두 대각선의 길이가 서로 같아야 한다.

따라서 $\overline{BD} = \overline{AC} = 10\text{cm}$, $\overline{OA} = \dfrac{\overline{AC}}{2} = \dfrac{10}{2} = 5\text{cm}$ 이다.

17. 다음 두 사각기둥이 닮음일 때, 다음을 구하여라.



(1) 두 사각기둥의 닮음비
(2) x의 길이
(3) y의 길이

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $2 : 3$

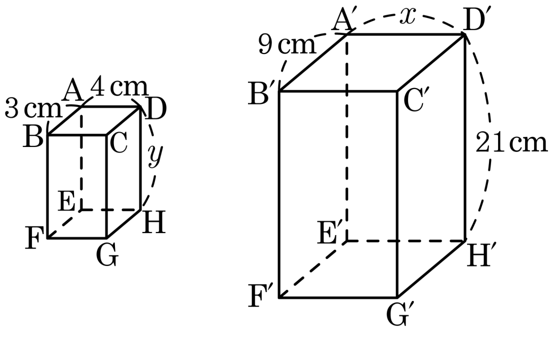
▷ 정답 : (2) $3\,\mathrm{cm}$

▷ 정답 : (3) $4\,\mathrm{cm}$

해설

(1) $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{A'B'}} = 4 : 6 = 2 : 3$이므로 두 사각기둥의 닮음비는 $2 : 3$이다.
(2) $2 : 3 = \overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{A'D'}} = 2 : x$이므로 $x = 3\,\mathrm{cm}$
(3) $2 : 3 = \overline{\mathrm{DH}} : \overline{\mathrm{D'H'}} = y : 6$이므로 $y = 4\,\mathrm{cm}$

18. 다음 두 사각기둥이 닮음일 때, 다음을 구하여라.



(1) 두 사각기둥의 닮음비
(2) x의 길이
(3) y의 길이

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 1 : 3

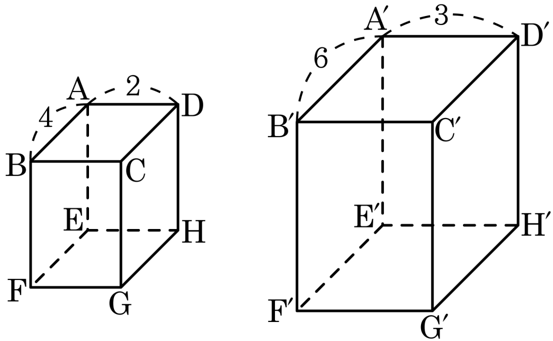
▷ 정답 : (2) 12 cm

▷ 정답 : (3) 7 cm

해설

(1) $\overline{AB} : \overline{A'B'} = 3 : 9 = 1 : 3$이므로 두 사각기둥의 닮음비는 $1 : 3$이다.
(2) $1 : 3 = \overline{AD} : \overline{A'D'} = 4 : x$이므로 $x = 12\,\text{cm}$
(3) $1 : 3 = \overline{DH} : \overline{D'H'} = y : 21$이므로 $y = 7\,\text{cm}$

19. 다음 그림에서 두 직육면체는 서로 닮은 도형일 때, 닮음비가 나머지 넷과 다른 하나는?



① $\overline{AD}$ 와 $\overline{A'D'}$ 의 길이의 비

② $\overline{EF}$ 와 $\overline{E'F'}$ 의 길이의 비

③ 사각형 ABFE 와 사각형 A′B′F′E′ 의 둘레의 길이의 비

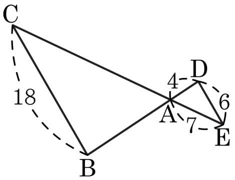
④ 두 직육면체의 높이의 비

⑤ 사각형 EFGH 와 사각형 E′F′G′H′ 의 넓이의 비

해설

닮음인 두 도형에서 대응하는 변의 길이의 비와 둘레의 비가 닮음비이고, 넓이의 비는 아니므로 ⑤가 답이다.

20. 다음과 같은 그림에서 $\overline{DE}$ // $\overline{BC}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



① 49 ② 50 ③ 51

④ 52 ⑤ 53

해설

$\overline{AB} : 4 = 18 : 6$

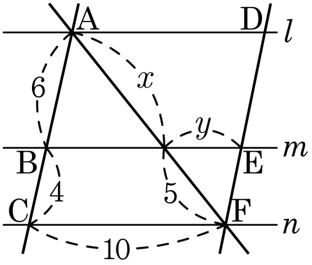
$\overline{AB} = 12$

$\overline{AC} : 7 = 18 : 6$

$\overline{AC} = 21$

$\therefore$ ($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)$= 12 + 18 + 21 = 51$

21. 다음 그림에서 $l \,/\!/\, m \,/\!/\, n$이고 직선 AC와 직선 DF가 평행일 때, xy의 값은?



① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

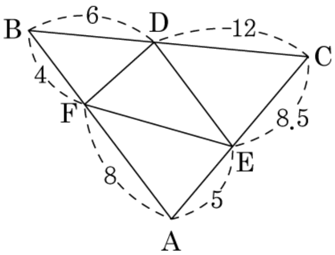
해설

$l \,/\!/\, m \,/\!/\, n$이므로 $6:4 = x:5,\ x = \dfrac{15}{2}$이다.

$\overline{\mathrm{CF}} = 10$ 이므로 $y:10 = 4:10,\ y = 4$이다.

$\therefore\ xy = \dfrac{15}{2} \times 4 = 30$

22. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 변과 평행한 선분을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{\mathrm{FD}}$

해설

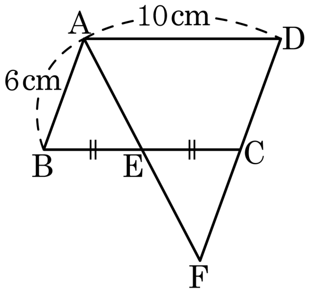
$4 : 8 \neq 8.5 : 5$

$5 : 8.5 \neq 6 : 12$

$4 : 8 = 6 : 12$

$\therefore \overline{\mathrm{AC}} \ // \ \overline{\mathrm{FD}}$

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$이고 $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$일 때, $\overline{DF}$의 길이를 구하면 ?

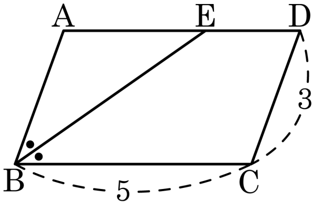


① 10cm ② 11cm ③ 12cm ④ 13cm ⑤ 14cm

해설

$\triangle EAB$와 $\triangle EFC$에서
$\angle BEA = \angle CEF$ ($\because$ 맞꼭지각)
$\angle EAB = \angle EFC$ ($\because$ 엇각)
$\overline{EB} = \overline{EC}$ ($\because$ 가정)이므로
$\triangle EAB \equiv \triangle EFC$ (ASA 합동)
합동인 두 도형의 대응변의 길이는 같으므로
$\overline{AB} = \overline{FC} = 6\text{cm}$이고, $\square ABCD$에서 $\overline{AB} = \overline{DC} = 6\text{cm}$이다.
$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{CF} = 6 + 6 = 12(\text{cm})$

24. □ABCD가 평행사변형일 때, $\overline{ED}$의 길이를 닮음도형의 성질을 이용하여 구하면 ?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$이므로 $\angle CBE = \angle AEB$(엇각)

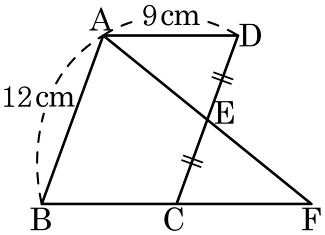
$\angle ABE = \angle AEB$ 이므로

$\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.

$\overline{AB} = \overline{AE} = 3$

$\therefore\ \overline{AD} - \overline{AE} = 5 - 3 = 2$

25. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E 는 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점이다. $\overline{\mathrm{AE}}$ 의 연장선과 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 연장선의 교점을 F 라고 할 때, $\overline{\mathrm{BF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

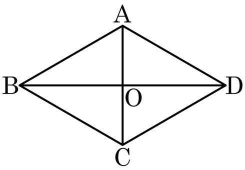
$\triangle\mathrm{EAD} \equiv \triangle\mathrm{EFC}$ (ASA합동)

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{CF}} = 9\,\mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = 9\,\mathrm{cm}$

$\therefore \overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{BC}} + \overline{\mathrm{CF}} = 18(\mathrm{cm})$

26. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 마름모일 때, 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AO}$ 와 $\overline{OD}$ 는 직교한다.

② $\angle ABO = \angle OBC$

③ $\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 의 길이는 같다.

④ $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$

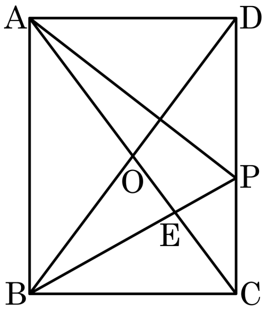
⑤ $\overline{OA}$ 와 $\overline{OC}$ 의 길이는 같다.

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 두 대각선이 직교하거나 이웃하는 두변의 길이가 같아야 한다.

③ $\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 의 길이는 같다는 것은 직사각형이 될 조건이다.

27. 다음 그림과 같이 가로, 세로, 한 대각선의 길이가 각각 3, 4, 5 인 직사각형 ABCD 의 변 CD 위에 한 점 P 를 잡고 선분 PB 와 대각선 AC 와의 교점을 E 라 할 때, 삼각형 PBD 와 삼각형 PAC 의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

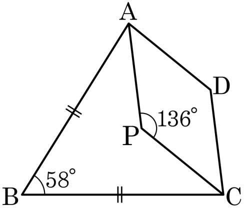
▷ 정답 : 6

해설

밑변 $\overline{PC}$ 가 공통이므로 $\triangle PAC = \triangle PBC$

$$
\begin{aligned}
\triangle PBD + \triangle PAC &= \triangle PBD + \triangle PBC \\
&= \triangle BCD \\
&= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6
\end{aligned}
$$

28. 다음 그림에서 □APCD 는 마름모이다. $\overline{AB} = \overline{CB}$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** ________ °

▷ **정답 :** 83°

해설

$\overline{AC}$ 를 이으면

$\angle BCA = (180° - 58°) \div 2 = 61°$

$\angle ACD = (180° - 136°) \div 2 = 22°$

$\therefore \angle BCD = \angle BCA + \angle ACD = 83°$