

1. $\log_2(\log_8 x) = -1$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$\log_2(\log_8 x) = -1$ 에서

$$\log_8 x = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 8^{\frac{1}{2}} = (2^3)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}$$

2. 다현이가 1000만원을 연이율 4%의 복리로 10년간 은행에 맡겼을 때 원리합계를 구하여라. (단, $1.04^{10} = 1.48$ 로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1480만원

해설

1년후 원리합계는 $1000\text{만} \times (1.04)^1$
(10년후 원리합계)
 $= 1000\text{만} \times 1.04^{10}$
 $= 1000\text{만} \times 1.48$
 $= 1480\text{만 (원)}$

3. 첫째항부터 제 n 항까지의 합 $S_n = 3 \cdot 2^n + k$ 로 나타내어지는 수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항부터 등비수열이 되기 위한 상수 k 의 값은?

① 0 ② -1 ③ -2 ④ -3 ⑤ -4

해설

$n \geq 2$ 일 때,
 $a_n = S_n - S_{n-1}$
 $= (3 \cdot 2^n + k) - (3 \cdot 2^{n-1} + k) = 3 \cdot 2^{n-1}(2 - 1) = 3 \cdot 2^{n-1} \dots \textcircled{1}$
따라서, $n \geq 2$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항부터 등비수열이 되려면
 $\textcircled{1}$ 이 $n = 1$ 일 때에도 성립해야 하므로
 $3 = 6 + k \quad \therefore k = -3$

4. 수열 $1 \cdot 2 \cdot 4, 2 \cdot 4 \cdot 8, 3 \cdot 6 \cdot 12, 4 \cdot 8 \cdot 16, \dots$ 의 제 10 항까지의 합은?

① 400

② 1100

③ 12100

④ 24200

⑤ 48400

해설

$a_k = k \cdot 2k \cdot 4k = 8k^3$ 이므로

$$S_{10} = \sum_{k=1}^{10} 8k^3 = 8 \cdot \left(\frac{10 \cdot 11}{2} \right)^2 = 2 \cdot 10^2 \cdot 11^2 = 24200$$

5. 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2n^2 - n + 3$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에서 $\sum_{k=1}^5 a_{2k-1}$ 의 값은?

① 82

② 84

③ 86

④ 88

⑤ 90

해설

$S_n = 2n^2 - n + 3$ 이므로

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= 2n^2 - n + 3 - \{2(n-1)^2 - (n-1) + 3\} \\ &= 4n - 3 \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

$$a_1 = S_1 = 2 - 1 + 3 = 4$$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{k=1}^5 a_{2k-1} &= a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 \\ &= 4 + 9 + 17 + 25 + 33 = 88 \end{aligned}$$

6. $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+10}$ 의 값은?

- ① $\frac{9}{10}$ ② $\frac{11}{10}$ ③ $\frac{10}{11}$ ④ $\frac{20}{11}$ ⑤ $\frac{11}{20}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+2+\cdots+n} &= \frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{2}{n(n+1)} \\ \therefore \sum_{k=1}^{10} \frac{2}{k(k+1)} &= 2 \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \\ &= 2 \left\{ \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11} \right) \right\} \\ &= 2 \left(1 - \frac{1}{11} \right) = \frac{20}{11} \end{aligned}$$

7. 수열 $1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, \dots$ 에 대하여 몇 번째 항에서 처음으로 7이 나오는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

군으로 나눠 보면
1/ 1, 2/1, 2, 3/ 1, 2, 3, 4/ ...
1군은 1
2군은 1, 2
3군은 1, 2, 3이므로
7군은 1, 2, 3, ..., 7
(6까지의 항의 총수) = $1 + 2 + \dots + 6 = 21$
 $21 + 7 = 28$ (번째 항)

8. 수열 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{16}, \dots$ 에서 $\frac{5}{64}$ 는 제 몇 항인가?
- ① 제32항 ② 제33항 ③ 제34항
④ 제35항 ⑤ 제36항

해설

분모가 같은 것끼리 같은 군으로 묶으면
 $(\frac{1}{2}), (\frac{1}{4}, \frac{3}{4}), (\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}), (\frac{1}{16}, \dots), \dots$
각 군의 첫째항은 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ 이므로 $\frac{1}{64}$ 는 제 6군의 첫째항이
고, 각 군의 분자는 1, 3, 5, 7, ... 이므로 $\frac{5}{64}$ 는 제 6군의 3번째
항이다.
각 군의 항수는 1, 2, 4, 8, ... 이므로 구하는 항의 수는
 $(1 + 2 + 4 + 8 + 16) + 3 = 34$

9. $a_1 = 5$, $a_{n+1} = 3a_n + 2 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_{20} 의 값은?

- ① $2 \cdot 3^{19} - 1$ ② $2 \cdot 3^{19} + 1$ ③ $2 \cdot 3^{20} - 1$
④ $2 \cdot 3^{20} + 1$ ⑤ $2 \cdot 3^{21} - 1$

해설

$a_{n+1} - \alpha = (a_n - \alpha)$ 꼴로 변형한다.

$a_{n+1} - \alpha = 3(a_n - \alpha)$ 의 꼴로 변형하면

$a_{n+1} = 3a_n - 2\alpha$ 에서

$-2\alpha = 2 \quad \therefore \alpha = -1$

즉, $a_{n+1} + 1 = 3(a_n + 1)$

따라서 수열 $\{a_n + 1\}$ 은

첫째항이 $a_1 + 1 = 5 + 1 = 6$ 이고 공비가 3인 등비수열이므로

$a_n + 1 = 6 \cdot 3^{n-1}$

$\therefore a_n = 6 \cdot 3^{n-1} - 1$

$\therefore a_{20} = 6 \cdot 3^{19} - 1 = 2 \cdot 3^{20} - 1$

10. $a_1 = 4$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 이 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $a_{n+1} = 3S_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)이 성립할 때, 제 5항은?

① 678

② 708

③ 738

④ 768

⑤ 798

해설

$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$ 이고 $a_{n+1} = 3S_n$ 이므로

$$S_{n+1} - S_n = 3S_n$$

$$\therefore S_{n+1} = 4S_n$$

이때, $a_1 = S_1 = 4$ 이므로 수열 $\{S_n\}$ 은 첫째항이 4, 공비가 4인 등비수열이다.

$$\therefore S_n = 4 \cdot 4^{n-1} = 4^n$$

$$\therefore a_n = S_n - S_{n-1} = 4^n - 4^{n-1} = 3 \cdot 4^{n-1} (n \geq 2)$$

$$\therefore a_5 = 3 \cdot 4^4 = 768$$

11. 높이가 h 인 탑을 쌓으려고 한다. 첫 번째 날에는 탑 높이의 절반을 쌓고, 두 번째 날에는 전날 쌓은 높이의 절반을 쌓는다. 이와 같은 방법으로 10일 동안 탑을 쌓았더니 탑의 높이가 $a \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{10}$ 이 되었을 때, $\frac{a}{h}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

n 번째 날의 탑의 높이를 a_n 이라 하면 $(n+1)$ 째 날 탑의 높이는 전날까지 쌓은 높이 a_n 과 그 높이의 절반인 $\frac{1}{2}a_n$ 의 합이므로

$$a_1 = \frac{h}{2} \text{이고, } a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2}a_n = \frac{3}{2}a_n$$

$$\therefore a_n = \frac{h}{2} \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore a_{10} = \frac{h}{2} \left(\frac{3}{2}\right)^9 = \frac{h}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^{10}$$

$$\therefore a = \frac{h}{3} \text{이므로 } \frac{a}{h} = \frac{1}{3}$$

12. $\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}}$ 를 $2^{\frac{q}{p}}$ 로 나타낼 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로소인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 53

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}} &= \sqrt{4\sqrt[3]{\sqrt[4]{2^4} \times 2}} \\ &= \sqrt{4\sqrt[12]{2^5}} = \sqrt{2^2 \cdot \sqrt[12]{2^5}} \\ &= \sqrt[12]{2^{24} \times 2^5} = \sqrt[12]{2^{29}} = 2^{\frac{29}{12}}\end{aligned}$$

따라서 $p = 12, q = 29$ 이므로 $p + q = 41$

13. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{\frac{b}{a}} \sqrt{\frac{a}{b}} \sqrt{\frac{b}{a}}$ 을 간단히 하면?

- ① $\sqrt[8]{\frac{b^3}{a^3}}$ ② $\sqrt[8]{\frac{a^3}{b^3}}$ ③ $\sqrt[8]{\frac{b^3}{a^5}}$ ④ $\sqrt[8]{\frac{b^5}{a^3}}$ ⑤ $\sqrt[8]{\frac{a^5}{b^3}}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{b}{a}} \sqrt{\frac{a}{b}} \sqrt{\frac{b}{a}} \\ &= \sqrt{\frac{b}{a}} \times \sqrt[4]{\frac{a}{b}} \times \sqrt[8]{\frac{b}{a}} \\ &= \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}} \times \frac{a^{\frac{1}{4}}}{b^{\frac{1}{4}}} \times \frac{b^{\frac{1}{8}}}{a^{\frac{1}{8}}} \\ &= a^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{8}} \times b^{\frac{1}{2} + \frac{1}{8} - \frac{1}{4}} = a^{-\frac{3}{8}} \times b^{\frac{3}{8}} \\ &= \frac{b^{\frac{3}{8}}}{a^{\frac{3}{8}}} = \frac{\sqrt[8]{b^3}}{\sqrt[8]{a^3}} = \sqrt[8]{\frac{b^3}{a^3}} \end{aligned}$$

14. $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = \frac{5}{2}$ 일 때, $a - \frac{1}{a}$ 의 값은? (단, $a > 1$)

- ① $\frac{15}{4}$ ② 5 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 15 ⑤ 1

해설

곱셈 공식의 변형 $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$ 에 의하여

$$\left(a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}\right)^2 - 4 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - 4 = \frac{9}{4}$$

$$\therefore a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} (\because a > 1)$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = \left(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}\right) \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}\right) = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{4}$$

15. $x > 0$ 이고 $x^2 + x^{-2} = 7$ 일 때, $(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})(x + x^{-1})$ 의 값은?

- ① $\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $3\sqrt{7}$ ⑤ $7\sqrt{3}$

해설

곱셈 공식을 써서 식을 변형한다.

$$x^2 + x^{-2} = 7$$

$$(x + x^{-1})^2 = x^2 + x^{-2} + 2 \text{에서}$$

$$(x + x^{-1})^2 = 7 + 2 = 9$$

$$x + x^{-1} > 0 \text{이므로 } x + x^{-1} = 3$$

$$(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})^2 = x + x^{-1} + 2 \text{에서}$$

$$(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})^2 = 3 + 2 = 5$$

$$x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} > 0 \text{이므로 } x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore (x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})(x + x^{-1}) = 3\sqrt{5}$$

16. $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ 을 이용하여 $\log_{10} 2.25$ 의 값을 계산하면?

① 0.1661

② 0.1761

③ 0.1771

④ 0.3522

⑤ 0.5283

해설

$$\begin{aligned}\log_{10} 2.25 &= \log_{10} (3^2 \times 5^2 \div 100) \\ &= 2\log 3 + 2(1 - \log 2) - 2 \\ &= 0.3522\end{aligned}$$

17. $\log \frac{x}{4.71} = 1.9812$ 를 만족하는 양수 x 의 값을 다음 상용로그표를 이용하여 구하여라.

수	0	1	1	3	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
4.5	.6532	.6542	.6551	.6561	...
4.6	.6628	.6737	.6647	.6656	...
4.7	.6721	.6730	.6739	.6749	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

▶ 답 :

▷ 정답 : 451

해설

$\log x$ 의 가수를 구하고, 가수가 같은 로그의 진수를 상용로그표에서 찾는다.

$\log \frac{x}{4.71} = \log x - \log 4.71 = \log x - 0.6730 = 1.9812$ 이므로

$\log x = 2.6542 = 2 + 0.6542$

로그표에서 $\log 4.51 = 0.6542$ 이므로 $x = 451$

18. $\lfloor \log 1 \rfloor + \lfloor \log 2 \rfloor + \lfloor \log 3 \rfloor + \cdots + \lfloor \log 2014 \rfloor$ 의 값은? (단, $\lfloor x \rfloor$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 2007 ② 3515 ③ 4914 ④ 4935 ⑤ 7826

해설

(i) $1 \leq n < 10$ 일 때, $0 \leq \log n < 1$ 이므로 $\lfloor \log n \rfloor = 0$
(ii) $10 \leq n < 100$ 일 때, $1 \leq \log n < 2$ 이므로 $\lfloor \log n \rfloor = 1$
(iii) $100 \leq n < 1000$ 일 때, $2 \leq \log n < 3$ 이므로 $\lfloor \log n \rfloor = 2$
(iv) $1000 \leq n < 10000$ 일 때, $3 \leq \log n < 4$ 이므로 $\lfloor \log n \rfloor = 3$
(i), (ii), (iii), (iv) 에서
 $\lfloor \log 1 \rfloor + \lfloor \log 2 \rfloor + \lfloor \log 3 \rfloor + \cdots + \lfloor \log 2014 \rfloor$
 $= 0 \times 9 + 1 \times 90 + 2 \times 900 + 3 \times 1015 = 4935$

19. 한 은행은 고객으로부터 100만원을 연이율 5%의 5년 만기 정기예금으로 받으면 그 중에서 90만원을 연이율 $r\%$ 로 5년 동안 대출하고 나머지 10만원은 예비비로 보관한다. 5년 후 은행은 대출금을 이자와 함께 회수하고 고객에게 정기예금을 이자와 함께 지불하여 20만원의 수익을 얻으려고 한다. 이때, 대출 이율 r 을 구하는 식은? (단, 모든 이자는 1년마다의 복리로 계산한다.)

- ① $10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 - 9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 = 10^5$
② $10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 - 9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 = 2 \times 10^5$
③ $10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 - 9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 = 3 \times 10^5$
④ $9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 - 10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 = 10^5$
⑤ $9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 - 10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^6 = 2 \times 10^5$

해설

연이율 5%의 5년 만기 정기예금 100만원에 대한 5년 후의 원리함계는 $10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5$

대출 이율이 $r\%$ 인 대출금 90만원에 대한 5년 후의 원리함계는 $9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5$

이 은행은 100만원의 정기예금에서 90만원을 대출하고 10만원의 예비비를 보관하고 있으므로 5년 후 20만원의 수익을 얻으려면 정기예금의 원리함계와 대출금의 원리함계의 차가 10만원이면 된다.

$$\therefore 9 \times 10^5 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 - 10^6 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 = 10^5$$

20. 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 3^n - 1$ 인 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 a 이고 공비가 r 인 등비수열이다. 이때, $a + r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$S_n = 3^n - 1$$

$$S_{n-1} = 3^{n-1} - 1$$

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= 3^n - 1 - 3^{n-1} + 1 \\ &= 3^n - 3^{n-1} = 2 \cdot 3^{n-1} \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

$$a_1 = S_1 = 2$$

$$\therefore a = 2, \quad r = 3$$

$$\therefore a + r = 2 + 3 = 5$$

21. $a_1 = 8$, $a_4 = 1$ 이고 각 항이 실수인 등비수열 a_n 에 대하여 수열 b_n 을 $b_n = \log_2 a_{2n}^2$ 으로 정의하면 수열 b_n 은 첫째항이 c 이고 공차가 d 인 등차수열이다. 이때, $c - d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$a_4 = 8 \times r^3 = 1 \text{에서 } r^3 = \frac{1}{8}, r = \frac{1}{2}$$

$$a_n = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \text{이므로 } a_{2n} = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1}$$

$$\therefore b_n = \log_2 \left\{ 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1} \right\}^2 = 2 \log_2 2^{-2n+4}$$

$$= 2(-2n+4) = -4n+8$$

따라서 수열 $\{b_n\}$ 은 첫째항이 4이고 공차가 -4인 등차수열이다.

$$\therefore c - d = 8$$

22. 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라 할 때, $b_2 + b_3 + b_4 + \cdots + b_{20}$ 과 같은 것은?

① $a_{20} - a_{19}$

② $a_{20} - a_2$

③ $a_{21} - a_{20}$

④ $a_{21} - a_2$

⑤ $a_{21} - a_1$

해설

$b_n = a_{n+1} - a_n$ 이므로

$$b_2 + b_3 + b_4 + \cdots + b_{20}$$

$$= (a_3 - a_2) + (a_4 - a_3) + \cdots + (a_{21} - a_{20})$$

$$= -a_2 + a_{21} = a_{21} - a_2$$

23. 모든 실수 x 에 대하여 $\log_{|a-3|}(3ax^2 - ax + 1)$ 이 정의되기 위한 정수 a 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

(i) 밑의 조건에서 $|a-3| > 0$ 이고 $|a-3| \neq 1$
 $\therefore a \neq 3, a \neq 2, a \neq 4 \cdots \cdots \textcircled{1}$

(ii) 진수조건에서 $3ax^2 - ax + 1 > 0$

① $a = 0$ 일 때, $1 > 0$ 이므로 성립

② $a > 0$ 일 때, 방정식 $3ax^2 - ax + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = a^2 - 12a < 0, a(a-12) < 0$$

$$\therefore 0 < a < 12$$

①, ②에서 $0 \leq a < 12 \cdots \cdots \textcircled{2}$

①, ②을 동시에 만족하는 정수는 0, 1, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11의 9개다.

24. 2.4^n 의 정수부분이 네 자리가 되도록 하는 최소의 정수 n 의 값은? (단, $\log 2 = 0.3, \log 3 = 0.48$ 로 계산한다.)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

2.4^n 의 정수부분이 4자리이므로 $\log 2.4^n$ 의 지표는 3이다.

$$3 \leq \log 2.4 < 4$$

$$\frac{3}{\log 2.4} \leq n < \frac{4}{\log 2.4}$$

$$\text{이때, } \log 2.4 = \log \frac{24}{10} = \log 24 - \log 10$$

$$= \log(2^3 \times 3) - \log 10$$

$$= 3 \log 2 + \log 3 - 1$$

$$= 3 \times 0.3 + 0.48 - 1 = 0.38$$

$$\text{이므로 } \frac{3}{0.38} \leq n < \frac{4}{0.38}$$

$$\therefore 7.89 \times \times \times \leq n < 10.52 \times \times \times$$

따라서 위의 범위를 만족하는 최소의 정수 n 의 값은 8이다.

25. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하면 $\log_4(S_n+p) = n-1$ 을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 a 이고, 공비가 r 인 등비수열이다. 이때, 세 상수 a, r, p 의 합 $a+r+p$ 의 값은?

- ① 1
- ② $\frac{5}{4}$
- ③ $\frac{5}{3}$
- ④ $\frac{5}{2}$
- ⑤ 5

해설

$\log_4(S_n+p) = n-1$ 에서 $S_n+p = 4^{n-1}$ 이므로
 $S_n = 4^{n-1} - p$
이때,
 $a_1 = S_1 = 4^{1-1} - p = 1 - p \cdots \textcircled{1}$
 $a_n = S_n - S_{n-1} = (4^{n-1} - p) - (4^{n-2} - p)$
 $= (4-1)4^{n-2}$
 $= 3 \cdot 4^{n-2}$ (단, $n \geq 2$) $\cdots \textcircled{2}$
이때, $\textcircled{2}$ 은 $a_2 = 3$, 공비 $r = 4$ 인 등비수열을 이루므로 수열 $\{a_n\}$
이 첫째항부터 등비수열을 이루려면
 $a = a_1 = \frac{a_2}{4} = \frac{3}{4}$ 이어야 한다.
따라서, $1 - p = \frac{3}{4}$ 이어야 한다.
 $\therefore p = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$
 $\therefore a + r + p = \frac{3}{4} + 4 + \frac{1}{4} = 5$