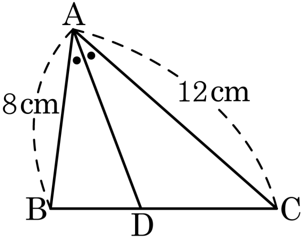
1. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 의 교점을 D 라 할 때, $\triangle ABD$ 의 넓이가 24cm^2 이면, $\triangle ADC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $36\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이므로

$\overline{BD} : \overline{DC} = 8 : 12 = 2 : 3$

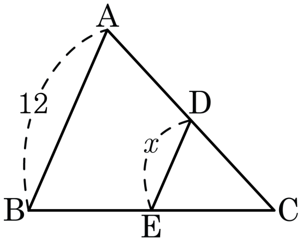
따라서 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 비는 $2 : 3$ 이다.

$\triangle ADC$ 의 넓이를 x 라 하면 $2 : 3 = 24 : x$ 이므로

$x = 36(\text{cm}^2)$ 이다.

따라서 $\triangle ADC$ 의 넓이는 $36\,\text{cm}^2$ 이다.

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 할 때, x 의 값은?

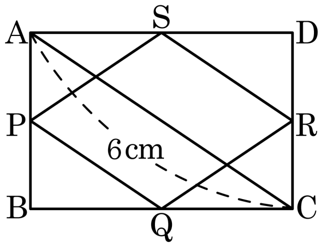


① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

중점연결정리에 의해 $x = \frac{1}{2} \times \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ 이다.

3. 다음그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 각 변의 중점을 각각 P, Q, R, S 라고 하고, 대각선 AC 의 길이가 6cm 일 때, 각 변의 중점을 차례로 이어서 만든 □PQRS 의 둘레의 길이는?



① 11cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설

△ABC 와 △ACD 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여

$\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{SR} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

△ABD 와 △BCD 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여

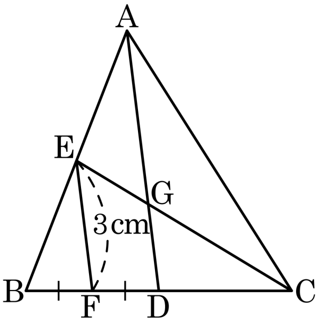
$\overline{PS} = \frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{BD}$

$\overline{AC} = \overline{BD}$ ($\because$ □ABCD가 직사각형) 이므로

$\overline{PQ} = \overline{SR} = \overline{PS} = \overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3\,(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (□PQRS의 둘레의 길이) $= 3 \times 4 = 12\,(\mathrm{cm})$

4. 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이다. 이 때, $\overline{AD} = 6\mathrm{cm}$일 때, $\overline{GD}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

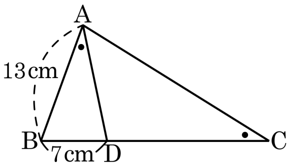
▷ 정답 : 2 cm

해설

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$

$\therefore \overline{GD} = \frac{1}{3}\overline{AD} = \frac{1}{3} \times 6 = 2\,(\mathrm{cm})$

5. 다음 그림에서 $\angle BAD = \angle ACD$ 이다. $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 비는?



① 49 : 120 ② 49 : 169

③ 45 : 169 ④ 48 : 169

⑤ 51 : 121

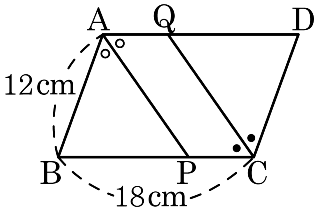
해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CBA$ 의 닮음비가 $7 : 13$ 이므로

(넓이의 비) $= 49 : 169$

$\therefore \triangle ABD : \triangle ADC = 49 : 169 - 49 = 49 : 120$

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AP}$, $\overline{CQ}$ 는 각각 $\angle A, \angle C$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 12\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 18\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AQ}+\overline{PC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

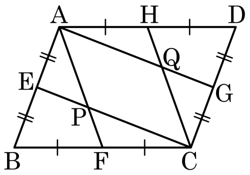
$\angle APB = \angle BAP$ 이므로

$\overline{BP} = \overline{AB} = 12(\text{cm})$

$\overline{AQ} = \overline{PC} = 18 - 12 = 6(\text{cm})$

$\overline{AQ} + \overline{PC} = 6 + 6 = 12(\text{cm})$

7. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하고 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$ 의 교점을 P , $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 Q 라 할 때, 다음 중 □APCQ 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AE} = \overline{EB}$, $\overline{AD} // \overline{CB}$

② $\overline{AF} = \overline{CH}$, $\overline{AH} // \overline{FC}$

③ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AQ} = \overline{PC}$

④ $\overline{AP} // \overline{QC}$, $\overline{AQ} // \overline{PC}$

⑤ $\overline{AP} = \overline{QC}$, $\overline{AQ} = \overline{PC}$

해설

$\overline{AE} // \overline{CG}$, $\overline{AE} = \overline{CG}$ 이므로

□AECG 는 평행사변형

$\therefore$ $\overline{AG} // \overline{EC}$, 즉 $\overline{AQ} // \overline{PC} \cdots$ ①

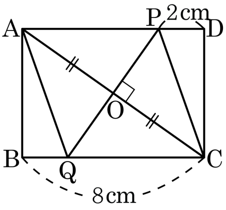
$\overline{AH} // \overline{FC}$, $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이므로

□AFCH 는 평행사변형

$\therefore$ $\overline{AF} // \overline{CH}$, 즉 $\overline{AP} // \overline{QC}$ ⋯②

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □APCQ 는 평행사변형이다.

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC}\perp\overline{PQ}$, $\overline{AO}=\overline{CO}$ 일 때, □AQCP 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 24 cm

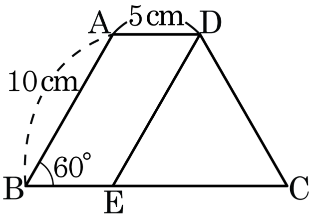
해설

$\overline{AQ}=\overline{AP}=\overline{PC}=\overline{QC}$

$\overline{AP}=8-2=6$

따라서 24 cm 이다.

9. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} \,//\, \overline{DE}$일 때, △DEC의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 30 cm

해설

$\overline{AB} \,//\, \overline{DE}$이므로 $\angle ABE = \angle DEC = 60°$이고,
□ABCD는 등변사다리꼴이므로 $\angle ABE = \angle DCE = 60°$이다.
따라서 △DEC는 정삼각형이다.
$\overline{DC} = \overline{AB} = 10$이므로 둘레의 길이는 $10 + 10 + 10 = 30(\text{cm})$이다.

10. 다음 중 옳은 것은?

① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 인 평행사변형 ABCD는 직사각형이다.

② $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 평행사변형 ABCD는 직사각형이다.

③ $\angle A = 90°$ 인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.

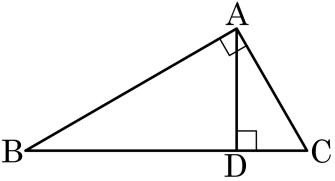
④ $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$ 인 평행사변형 ABCD는 정사각형이다.

⑤ $\angle B + \angle D = 180°$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.

해설

① 마름모
② 마름모
③ 직사각형
⑤ 정사각형

11. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$인 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A에서 빗변에 내린 수선의 발을 D라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$

② $\overline{AC}^2 = \overline{AD} \times \overline{BC}$

③ $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC}$

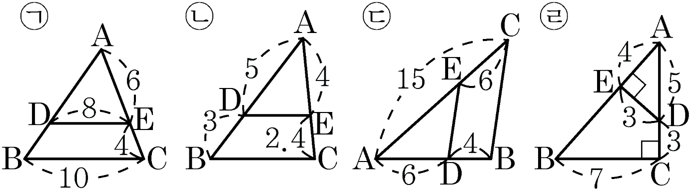
④ $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{BC} \times \overline{AD}$

⑤ $\triangle ABD \backsim \triangle CAD$

해설

② $\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{BC}$

12. 다음 그림 중 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 인 것을 모두 골라라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

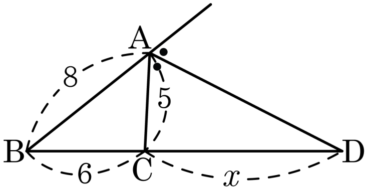
해설

$\overline{BC}//\overline{DE}$ 이므로 꼭짓점 A 를 기준으로 대응하는 변의 길이가 같아야 한다.

㉡ : $5 : 3 = 4 : 2.4$ 가 성립하므로 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 이다.

㉢ : $15 : 6 = 10 : 4$ 가 성립하므로 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 D 라 할 때, $\triangle ABC : \triangle ACD$ 는?



① 8 : 5 ② 5 : 8 ③ 3 : 5 ④ 5 : 3 ⑤ 8 : 3

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로 $8 : 5 = (6 + x) : x$

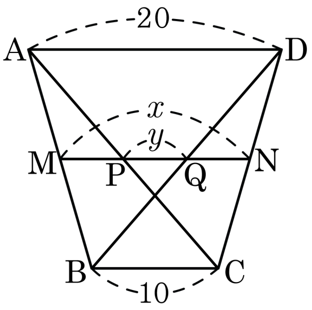
$3x = 30$

$\therefore\ x = 10$

$\triangle ABC,\ \triangle ACD$ 는 높이가 같으므로 밑변의 비가 넓이의 비가 된다.

따라서 밑변의 비는 6 : 10 이므로 넓이의 비는 3 : 5 이다.

14. 다음 그림과 같은 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 두 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점 일 때, x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

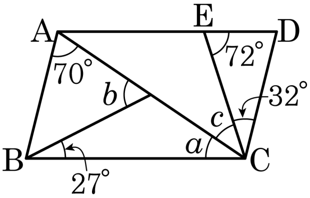
▷ 정답 : $x = 15$

▷ 정답 : $y = 5$

해설

$x = \frac{1}{2}(20 + 10) = 15$ 이다. $y = \frac{1}{2}(20 - 10) = 5$ 이다.

15. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle a+\angle b+\angle c$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\ ^\circ}$

▷ 정답 : 133 $\underline{^\circ}$

해설

$\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{ACD}$ (엇각), $\angle c = 70^\circ - 32^\circ = 38^\circ$

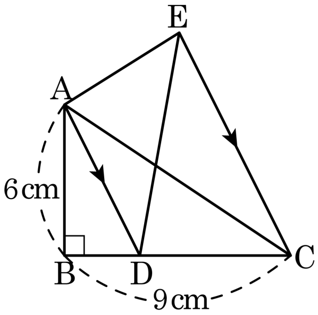
$\angle\mathrm{EDC} = 180^\circ - 72^\circ - 32^\circ = 76^\circ = \angle\mathrm{ABC}$

$\angle a = 180^\circ - 70^\circ - 76^\circ = 34^\circ$

$\angle b = \angle a + 27^\circ = 34^\circ + 27^\circ = 61^\circ$ (삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않은 두 각의 크기의 합과 같다.)

$\therefore\ \angle a + \angle b + \angle c = 34^\circ + 61^\circ + 38^\circ = 133^\circ$

16. 다음 그림에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{EC}$, $\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 2$ 이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $18\,\text{cm}^2$

해설

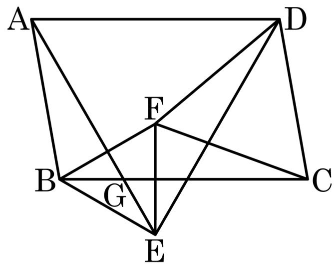
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 에서 높이는 같고 밑변은 $1 : 2$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 1 : 2$

$\triangle ADC = \triangle ABC \times \dfrac{2}{1+2} = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 9 \times \dfrac{2}{3} = 18(\text{cm}^2)$

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{EC}$ 이므로 $\triangle ADE \triangle ADC$ 의 밑변과 높이가 같다.

$\therefore \triangle ADE = \triangle ADC = 18(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 위에, 변 AD 를 공유하는 정삼각형 ADE 와 변 CD 를 공유하는 정삼각형 CDF 를 그렸다. $\angle ABE = 130°$ 일 때, $\angle ABF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 70°

해설

$\overline{DE} = \overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{CF} = \overline{CD} = \overline{AB}$

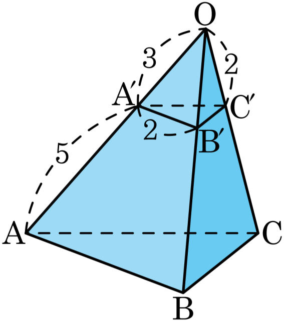
$\angle BAE = \angle BAD - 60° = \angle DCB - 60° = \angle BCF$

$\therefore\ \triangle BAE \equiv \triangle FCB$ (SAS 합동)

$$\begin{aligned}\angle EBF &= \angle EBC + \angle FBC \\ &= \angle EBC + \angle BEA \\ &= \angle EGC \\ &= \angle EAD = 60°\end{aligned}$$

$\therefore\ \angle ABF = \angle ABE - \angle EBF = 130° - 60° = 70°$

18. 다음 그림의 삼각뿔 O – ABC 에서 △A′B′C′ 을 포함하는 평면과 △ABC 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, O – ABC 와 O – A′B′C′ 의 닮음비는?

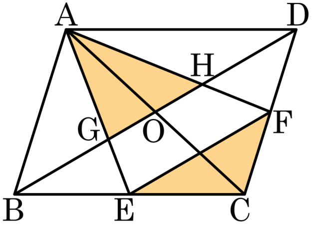


① 3 : 5　② 5 : 2　③ 8 : 3　④ 5 : 3　⑤ 3 : 8

해설

두 입체도형 O – ABC 와 O – A′B′C′ 이 닮음이므로 닮음비는 $\overline{OA} : \overline{OP} = 8 : 3$ 이다.

19. 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 변 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점이고 점 G, H 는 각각 대각선 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AE}, \overline{AF}$ 의 교점이다. $\triangle AGH$ 의 넓이가 10 일 때, $\triangle CFE$ 의 넓이를 구하면?



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 7.5 ⑤ 10

해설

점 G, H 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 무게중심이므로

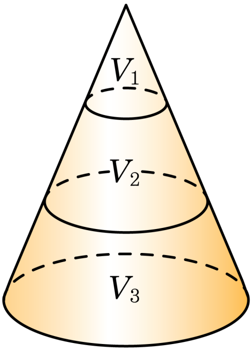
$\triangle AGH = \dfrac{1}{3}\triangle ABD$

$\triangle ABD = 10$ 이므로

$\triangle ABD = 30$ 이다.

따라서 $\triangle CFE = \dfrac{1}{4}\triangle BCD = \dfrac{1}{4}\triangle ABD = 7.5$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 원뿔을 밑면에 평행하게 자르면 모선의 길이가 3 등분된다고 할 때, 두 원뿔대의 부피의 비 $V_2 : V_3$ 를 구하면?

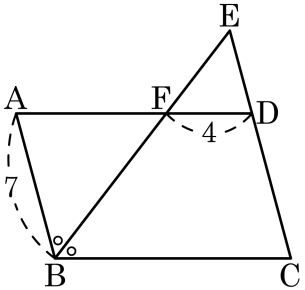


① 4 : 9 ② 19 : 7 ③ 12 : 7 ④ 7 : 12 ⑤ 7 : 19

해설

세 원뿔의 부피의 비가 1 : 8 : 27 이므로 $V_2 : V_3 = (8-1) : (27-8)$
$\therefore V_2 : V_3 = 7 : 19$

21. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABE = \angle CBE$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이를 구하면 ?

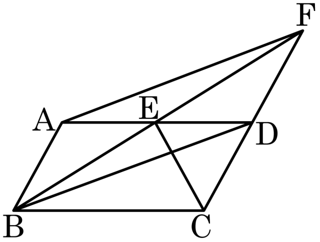


① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$\angle ABF = \angle EFD = \angle AFB = \angle FED$
□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{DE} = 4$
□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{CD} = 7$
$\therefore\ \overline{EC} = \overline{CD} + \overline{DE} = 11$

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 꼭지점 B를 지나는 직선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 E, $\overline{DC}$의 연장선과 만나는 점을 F라고 한다. $\triangle FEC = 60\,cm^2$, $\triangle EDF = 40\,cm^2$일 때, $\triangle FEA$의 넓이로 알맞은 것은?



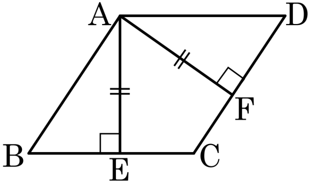
① $10\,cm^2$　② $20\,cm^2$　③ $30\,cm^2$
④ $40\,cm^2$　⑤ $50\,cm^2$

해설

$\triangle ADF = \triangle BDF$이므로

$$\begin{aligned}\triangle FEA &= \triangle BED = \triangle ECD \\ &= \triangle FEC - \triangle EDF \\ &= 60 - 40 = 20\,(cm^2)\end{aligned}$$

23. 다음 그림에서 평행사변형ABCE의 점 A에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고 $\overline{AE} = \overline{AF}$일 때, □ABCD는 어떤 사각형인가?



① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형

④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설

$\triangle ABE$와 $\triangle ADF$에서 $\angle B = \angle D$이고, $\angle AEB = \angle AFD = 90°$, $\overline{AE} = \overline{AF}$이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$이다.

따라서 $\overline{AB} = \overline{AD}$이므로 □ABCD는 마름모이다.

24. □ABCD가 다음 조건을 만족할 때, 이 사각형은 어떤 사각형인가?

$$\overline{AB}//\overline{DC},\ \overline{AB}=\overline{BC},\ \overline{AC}\perp\overline{BD}$$

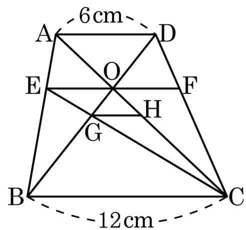
① 사다리꼴　② 평행사변형　③ 마름모

④ 직사각형　⑤ 정사각형

해설

마름모는 이웃하는 두변의 길이가 같고, 대각선이 수직이다.

25. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\,\text{cm}$, $\overline{EF} \,/\!/\, \overline{AD}$, $\overline{GH} \,/\!/\, \overline{AD}$ 이다. $\triangle AOD = 9\,\text{cm}^2$ 일 때, 사다리꼴 ABCD 의 넓이는?



① $72\,\text{cm}^2$　② $81\,\text{cm}^2$　③ $90\,\text{cm}^2$

④ $99\,\text{cm}^2$　⑤ $108\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AD} : \overline{BC} = 6 : 12 = 1 : 2$

$\triangle AOD : \triangle OBC = 1 : 4 = 9 : \triangle OBC$

$\therefore\ \triangle OBC = 36\,\text{cm}^2$

$\triangle OBC$ 의 높이를 h 라고 하면

$36 = \frac{1}{2} \times 12 \times h \qquad \therefore\ 6\ (\text{cm})$

$\triangle OAD$ 의 높이를 h 라고 하면

$9 = \frac{1}{2} \times 6 \times h' \qquad \therefore\ h' = 3\ (\text{cm})$

사다리꼴 ABCD 의 높이는 $h + h' = 9\ (\text{cm})$ 이므로

따라서 구하는 사다리꼴 ABCD 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times (6 + 12) \times 9 = 81\ (\text{cm}^2)$