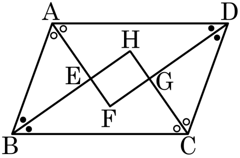
1. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ 의 이등분선을 그어 그 교점을 각각 E, F, G, H 라 하면 $\angle HEF$ 의 크기는?



① $100°$ ② $90°$ ③ $80°$

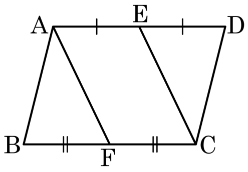
④ $45°$ ⑤ $30°$

해설

$\angle A + \angle B = 180°$

$\angle HEF = \dfrac{1}{2} \times (\angle A + \angle B) = 90°$

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD , 변 BC 의 중점을 각각 점 E, F 라 할 때, □AFCE 는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형　② 마름모

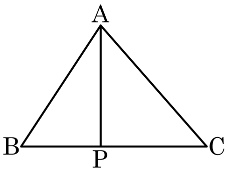
③ 직사각형　④ 정사각형

⑤ 사다리꼴

해설

$\overline{AE} = \overline{FC}$ 이고 $\overline{AE} // \overline{FC}$ 이므로
사각형 AFCE 는 평행사변형이다.

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{BP} : \overline{PC} = 3 : 4$ 이고, $\triangle ABC$의 넓이가 $49\,cm^2$ 일 때, $\triangle APC$의 넓이는?



① $14\,cm^2$ ② $21\,cm^2$ ③ $28\,cm^2$

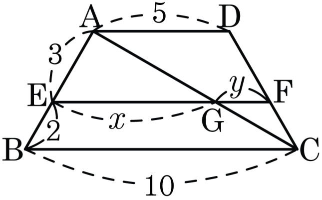
④ $30\,cm^2$ ⑤ $42\,cm^2$

해설

$\triangle ABP$와 $\triangle APC$의 높이는 같으므로

$$\triangle APC = 49(cm^2) \times \frac{4}{7} = 28(cm^2)$$

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{EF}//\overline{BC}$ 일 때, x, y 의 값을 각각 구하면?



① $x=8,\ y=2$ ② $x=6,\ y=2$ ③ $x=6,\ y=4$

④ $x=4,\ y=3$ ⑤ $x=5,\ y=2$

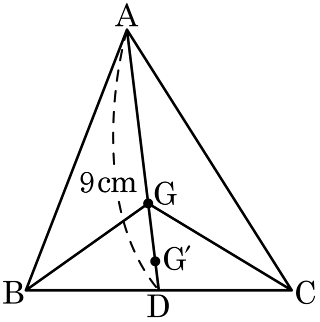
해설

$\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{EG}$ 이므로 $5:3=10:x,\ x=6$

$\overline{CD}:\overline{CF}=\overline{AD}:\overline{GF}$ 이므로 $5:2=5:y,\ y=2$

$\therefore\ x=6,\ y=2$

5. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 점 G'은 $\triangle GBC$의 무게중심이다.
$\overline{AD} = 9\text{cm}$일 때, $\overline{G'D}$의 길이는?



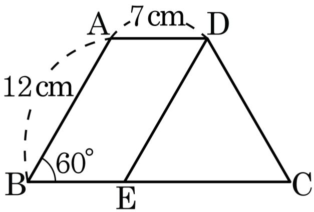
① 1cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$이므로 $\overline{GD} = \frac{1}{3}\overline{AD} = \frac{1}{3} \times 9 = 3\,(\text{cm})$

$\overline{GG'} : \overline{G'D} = 2 : 1$이므로 $\overline{G'D} = \frac{1}{3}\,\overline{GD} = \frac{1}{3} \times 3 = 1\,(\text{cm})$

6. 다음 그림의 $\square ABCD$는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{DE} = 12\text{cm}$

② $\overline{BC} = 19\text{cm}$

③ $\triangle DEC$는 정삼각형

④ $\triangle DEC$의 둘레의 길이는 21cm

⑤ $\square ABCD$의 둘레의 길이는 50cm

해설

$\angle B = \angle C = 60°$, $\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{DE} = 12\text{cm}$이므로 $\triangle DEC$는 이등변삼각형이다.

$\angle C = \angle DEC = 60°$

따라서 $\triangle DEC$는 내각이 모두 $60°$이므로 정삼각형이다. $\therefore \overline{EC} = 12(\text{cm})$

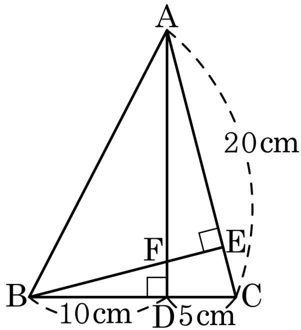
$\angle B = \angle DEC$이므로 $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$이고, $\overline{AB} = \overline{DE} = 12\text{cm}$이므로 $\square ABED$는 평행사변형이다.

$\overline{AD} = \overline{BE} = 7\text{cm}$

$\therefore \ \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 7 + 12 = 19$

따라서 $\square ABCD$ 둘레의 길이는 $7 + 12 \times 2 + 19 = 50(\text{cm})$이다.

7. $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A, B 에서 변 BC, CA 에 내린 수선의 발을 각각 D, E, $\overline{BE}$ 와 $\overline{AD}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?



① $\frac{15}{4}$ cm ② 4 cm ③ $\frac{17}{4}$ cm
④ $\frac{9}{2}$ cm ⑤ $\frac{19}{4}$ cm

해설

$\triangle BCE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음) 이므로

$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{CE} : \overline{CD}$

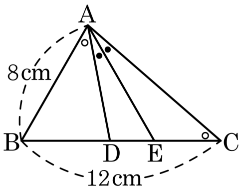
$(10+5) : 20 = \overline{CE} : 5$

$3 : 4 = \overline{CE} : 5$

$4\overline{CE} = 15$

$\therefore \ \overline{CE} = \frac{15}{4}$ (cm)

8. 다음 그림에서 $\angle BAD = \angle ACB$, $\angle DAE = \angle EAC$ 일 때, $\overline{DE}$ 와 $\overline{EC}$ 의 길이의 차를 구하여라.



① 0.5 cm ② $\frac{4}{3}$ cm ③ 1.5 cm

④ 2 cm ⑤ 2.5 cm

해설

$\triangle ABD \backsim \triangle CBA$

$\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{CB} : \overline{BA}$

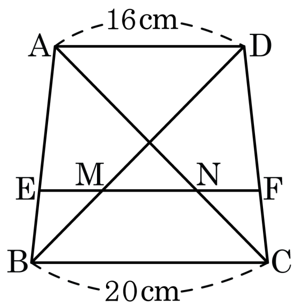
$8 : \overline{BD} = 12 : 8,\ \overline{BD} = \frac{64}{12} = \frac{16}{3}(\text{cm})$

$\overline{AD} : \overline{AC} = 2 : 3$ 이므로

$\overline{DE} : \overline{EC} = 2 : 3,\ \overline{DE} = \frac{8}{3}\text{cm},\ \overline{EC} = \frac{12}{3}\text{cm}$

$\therefore \overline{EC} - \overline{DE} = \frac{12}{3} - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}(\text{cm})$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AE} : \overline{EB} = 2 : 1$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?



① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

ⅰ) △BEM, △BAD 에서 ∠B 는 공통, ∠BEM = ∠BAD

따라서 △BEM ∽ △BAD (AA 닮음)

닮음비로 $\overline{EM} : \overline{AD} = \overline{BE} : \overline{BA} \Leftrightarrow \overline{EM} : 16 = 1 : 3$

$\therefore \ \overline{EM} = \dfrac{16}{3}\text{cm}$

ⅱ) △AEN, △ABC 에서 ∠A 는 공통, ∠AEN = ∠ABC

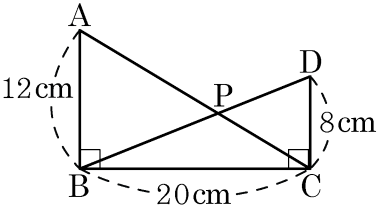
따라서 △AEN ∽ △ABC (AA 닮음)

닮음비로 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EN} : \overline{BC} \Leftrightarrow 2 : 3 = \overline{EN} : 20$

$\therefore \ \overline{EN} = \dfrac{40}{3}\text{cm}$

$\therefore \ \overline{MN} = \overline{EN} - \overline{EM} = \dfrac{40}{3} - \dfrac{16}{3} = 8(\text{cm})$

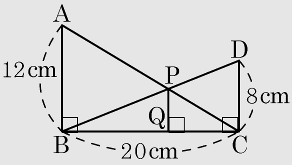
10. 다음 그림에서 $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $48\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

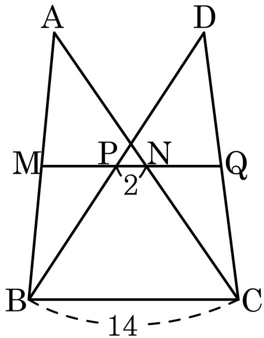
해설



$$\overline{PQ} = \frac{\overline{AB} \times \overline{CD}}{\overline{AB} + \overline{CD}} = \frac{96}{20} = 4.8$$

$(\triangle PBC$의 넓이$) = 20 \times 4.8 \div 2 = 48\ (\mathrm{cm}^2)$

11. 다음 그림에서 점 M, N은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점이고, P, Q는 각각 $\overline{DB}$, $\overline{DC}$의 중점일 때, $\overline{MQ}$의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점이므로

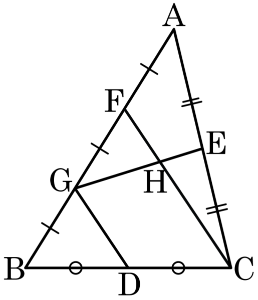
$\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7$

점 P, Q가 각각 $\overline{DB}$, $\overline{DC}$의 중점이므로

$\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7$

$\therefore\ \overline{MQ} = \overline{PQ} + \overline{MN} - \overline{PN} = 7 + 7 - 2 = 12$

12. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 가 주어졌을 때, 길이의 비가 다른 하나를 고르면?



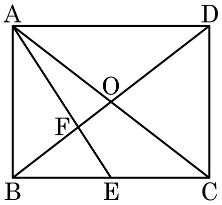
① $\overline{AF} : \overline{FG}$ ② $\overline{GF} : \overline{GB}$ ③ $\overline{GH} : \overline{HE}$

④ $\overline{AE} : \overline{EC}$ ⑤ $\overline{BD} : \overline{DC}$

해설

③ $\triangle AGC$ 에서 점 H 는 무게중심이므로 $\overline{GH} : \overline{HE} = 2 : 1$ 이다.
①, ②, ④, ⑤는 모두 길이의 비가 $1 : 1$ 이다.

13. 직사각형 ABCD 에서 점 O는 $\overline{BD}$의 중점이고, 점 E는 $\overline{BC}$의 중점이다. $\triangle FBE = 6$ 일 때, 다음 중 바른 것을 모두 고르면?

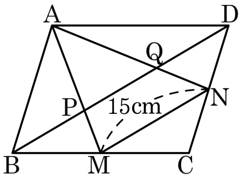


① $\triangle ABF = 12$
② $\square OFEC = 12$
③ $\triangle FAO = 3$
④ $\triangle OCD = 16$
⑤ $\square ABCD = 72$

해설

$\triangle ABC$ 에서 점 F 는 무게중심이므로,
③ $\triangle FBE = \triangle FAO = 6$
④ $\triangle OCD = 12 + 6 = 18$

14. 평행사변형 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$ 의 중점이고 $\overline{MN} = 15\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하면?



① 8 cm ② 10 cm ③ 11 cm

④ 12 cm ⑤ 14 cm

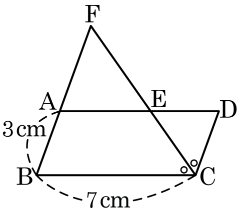
해설

점 P, Q 는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 무게중심이므로 $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD}$ 이고

$\overline{BD} = 2\overline{MN} = 30\,\text{cm}$ 이므로

따라서 $\overline{PQ} = \dfrac{1}{3}\overline{BD} = 10\,\text{cm}$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BA}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 3\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 7\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



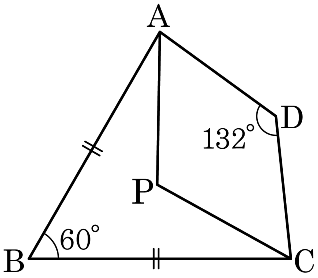
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{BF} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle AFE = \angle ECD$ (엇각)
$\triangle FBC$ 에서 $\angle BFC = \angle BCF$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 $\overline{BF} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BF} = \overline{BC} = 7(\mathrm{cm})$ 이므로
$\overline{AF} = \overline{BF} - \overline{AB} = 7 - 3 = 4(\mathrm{cm})$

16. 다음 그림에서 □APCD는 마름모이다. $\overline{AB} = \overline{BC}$일 때, ∠BAD의 크기를 구하여라.



① 84° ② 89° ③ 91° ④ 93° ⑤ 95°

해설

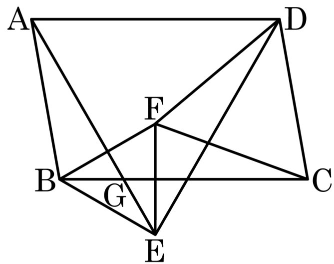
$\overline{AC}$를 그으면

$\angle DAC = (180° - 132°) \div 2 = 24°$

$\angle BAC = (180° - 60°) \div 2 = 60°$

$\therefore\ \angle BAD = 60° + 24° = 84°$

17. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 위에, 변 AD 를 공유하는 정삼각형 ADE 와 변 CD 를 공유하는 정삼각형 CDF 를 그렸다. $\angle\mathrm{ABE} = 130°$ 일 때, $\angle\mathrm{ABF}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 70 °

해설

$\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{CF}} = \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{AB}}$

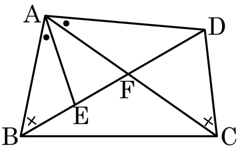
$\angle\mathrm{BAE} = \angle\mathrm{BAD} - 60° = \angle\mathrm{DCB} - 60° = \angle\mathrm{BCF}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{BAE} \equiv \triangle\mathrm{FCB}$ (SAS 합동)

$$\begin{aligned}\angle\mathrm{EBF} &= \angle\mathrm{EBC} + \angle\mathrm{FBC}\\ &= \angle\mathrm{EBC} + \angle\mathrm{BEA}\\ &= \angle\mathrm{EGC}\\ &= \angle\mathrm{EAD} = 60°\end{aligned}$$

$\therefore\ \angle\mathrm{ABF} = \angle\mathrm{ABE} - \angle\mathrm{EBF} = 130° - 60° = 70°$

18. 다음 그림에서 $\angle BAE = \angle CAD$, $\angle ABE = \angle ACD$ 일 때, 다음 중 $\triangle ABC$ 와 닮은 도형인 것은?



① $\triangle ABE$ ② $\triangle ADC$ ③ $\triangle BCF$

④ $\triangle AED$ ⑤ $\triangle CDF$

해설

$\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 이므로

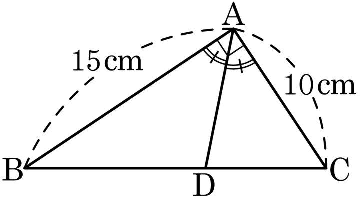
$\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)

$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서 $\angle BAC = \angle EAD$, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$

($\because$ $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$) 이므로 SAS 닮음이다.

$\therefore$ $\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)

19. 다음 그림과 같이 $\angle BAD = \angle CAD = 45°$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



① $80\mathrm{cm}^2$ ② $90\mathrm{cm}^2$ ③ $40\mathrm{cm}^2$

④ $45\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\dfrac{75}{2}\mathrm{cm}^2$

해설

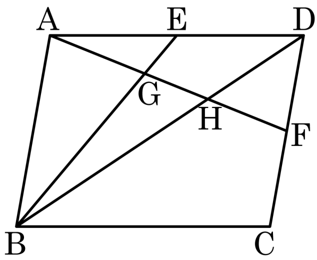
$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\triangle ABC = 15 \times 10 \times \dfrac{1}{2} = 75(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$ 이므로

$\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$

$\therefore\ \triangle ABD = \dfrac{3}{5}\triangle ABC = \dfrac{3}{5} \times 75 = 45(\mathrm{cm}^2)$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD 와 변 CD 의 중점을 각각 E, F 이라 할 때, 선분 AF 의 길이는 30 이다. 이때 선분 GH 의 값을 구하여라.

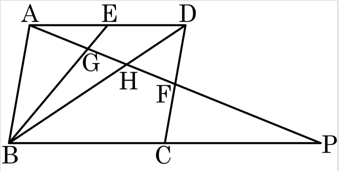


▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

그림과 같이 선분 AF 와 BC 의 연장선이 만나는 점을 P 라 하자.



점 H 는 삼각형 ACD 의 무게중심이므로

$\overline{AH} = \frac{2}{3}\overline{AF}$

삼각형 PAB 와 PCF 은 닮음비 2 : 1 로 닮은 도형이므로 $\overline{BP} = 2\overline{CP} = 2\overline{BC}$

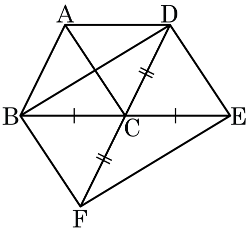
또 선분 AE 와 BP 는 평행하고

$\overline{AG} : \overline{PG} = \frac{1}{2}\overline{BC} : 2\overline{BC} = 1 : 4$

$\therefore\ \overline{AG} = \frac{2}{5}\overline{AF}$

따라서 $\overline{HG} = \overline{AH} - \overline{AG} = \frac{4}{15}\overline{AF} = 8$ 이다.

21. □ABCD 는 평행사변형이고 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 일 때, □ABFC 도 평행사변형이 된다. 무슨 조건에 의하여 평행사변형이 되는가?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행한다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

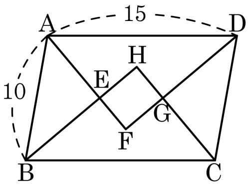
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같다.

해설

$\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$ 이므로
$\overline{AB} \,//\, \overline{CF}$
$\overline{AB} = \overline{CD}, \overline{CD} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CF}$
따라서 □ABCD 는 평행사변형이다.

22. 평행사변형 ABCD 의 네 각의 이등분선으로 만들어진 □EFGH 에서 $\overline{AB} = 10$, $\overline{AD} = 15$, $\overline{EG} = 5$ 일 때, $\overline{HF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\angle A + \angle B = 180°$, $\angle C + \angle D = 180°$, $\frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = 90°$, $\frac{1}{2}(\angle C + \angle D) = 90°$

$\angle AEB = \angle CGD = 90°$

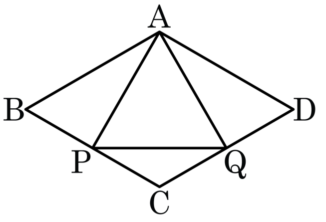
맞꼭지각으로 $\angle FEH = \angle FGH = 90°$

마찬가지의 방법으로 $\angle EHG = \angle EFG = 90°$

□EFGH 는 직사각형이다.

$\therefore\ \overline{EG} = \overline{HF} = 5$

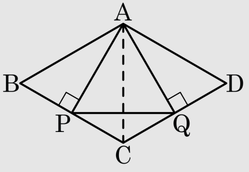
23. 다음 그림과 같이 $\angle B = 60°$ 인 마름모 ABCD 에서 변 BC와 CD 위에 $\overline{PC} = \overline{QD}$ 를 만족하는 점 P, Q 를 각각 잡을 때, $\angle APQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

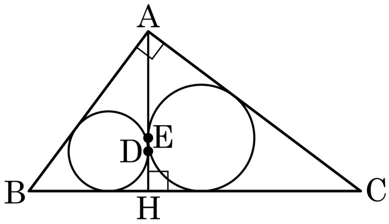
▷ 정답 : $\underline{60°}$

해설



□ABCD 는 마름모이고 $\angle B = 60°$ 이므로 $\angle CAB = \angle ACB = 60°$
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고 $\overline{BC} = \overline{CD}$, $\overline{PC} = \overline{QD}$ 이므로 $\overline{BP} = \overline{CQ}$ 이다.
또 $\angle ABP = \angle ACQ = 60°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\triangle ABP \equiv \triangle ACQ$ (SAS 합동)
$\therefore \overline{AP} = \overline{AQ}$, $\angle BAP = \angle CAQ$
이때, 정삼각형 ABC 에서 $\angle BAC = 60°$ 이므로
$\angle BAC = \angle BAP + \angle PAC = \angle CAQ + \angle PAC = 60°$
따라서 $\triangle APQ$ 는 $\overline{AP} = \overline{AQ}$ 이므로 정삼각형이다.
$\therefore \angle APQ = 60°$

24. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하고 $\triangle ABH$ 의 내접원이 $\overline{AH}$ 에 접하는 점을 D , $\triangle AHC$ 의 내접원이 $\overline{AH}$ 에 접하는 점을 E 라 하자. $\overline{AB} = 10$, $\overline{AH} = 8$, $\overline{BH} = 6$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$\triangle ABH \backsim \triangle CAH$ 이므로 $\overline{AH} : \overline{CH} = \overline{BH} : \overline{AH}$

$\overline{CH} \cdot \overline{BH} = \overline{AH}^2 \rightarrow \overline{CH} = \frac{64}{6} = \frac{32}{3}$

$\overline{AB} : \overline{CA} = \overline{AH} : \overline{CH} \rightarrow 10 : \overline{CA} = 8 : \frac{32}{3}$

$\therefore\ \overline{AC} = \frac{40}{3}$

$\triangle ABH$ 에 내접하는 원의 반지름을 r , $\triangle CAH$ 에 내접하는 원의 반지름을 R 이라 하고,
삼각형의 넓이를 이용하여 R 과 r 을 구한다.

$\triangle ABH$ 의 넓이를 이용하면 $\frac{1}{2} \times (10 + 8 + 6) \times r = \frac{1}{2} \times 6 \times 8$

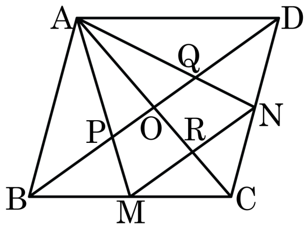
$\therefore\ r = 2$

$\triangle CAH$ 의 넓이를 이용하면 $\frac{1}{2} \times \left(8 + \frac{32}{3} + \frac{40}{3}\right) \times R = \frac{1}{2} \times \frac{32}{3} \times 8$

$\therefore\ R = \frac{8}{3}$

따라서 $\overline{DE} = R - r = \frac{8}{3} - 2 = \frac{2}{3}$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 넓이가 120 인 평행사변형 ABCD 에서 변 BC, CD 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, 사각형 OPMR 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{2}$

해설

두 점 P, Q 는 각각 삼각형 ABC, ACD 의 무게중심이므로

$\overline{BP} = 2\overline{OP}$, $\overline{DQ} = 2\overline{OQ}$ 또 $\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ 이므로

$\therefore \overline{PQ} = \frac{1}{3}\overline{BD}$, $\triangle APQ = \frac{1}{6} \times 120 = 20$

$\overline{MN} : \overline{PQ} = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 3 : 2$

따라서 삼각형 APQ 와 삼각형 AMN 은 닮음비가 2 : 3 이고, 넓이비는 4 : 9

$\triangle AMN = \frac{9}{4}\triangle APQ = \frac{9}{4} \times 20 = 45$

따라서 사각형 PQNM 의 넓이는 45 − 20 = 25 이므로

사각형 OPMR 의 넓이는 $\frac{25}{2}$