1. 다음 중 닮음이 아닌 것은?

① 두 정삼각형

② 꼭지각의 크기가 같은 두 이등변삼각형

③ 밑변과 다른 변의 길이의 비가 같은 두 이등변삼각형

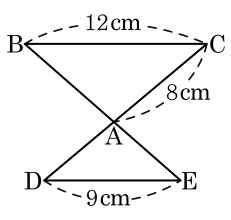
④ 한 예각의 크기가 같은 두 이등변삼각형

⑤ 두 정사각형

해설

①, ⑤정삼각형과 정사각형인 경우는 대응각의 크기(또는 각 대응변의 길이의 비)가 같으므로 AA(SSS) 닮음
②꼭지각의 크기가 같으면 다른 두 밑각의 크기가 같으므로 AA 닮음
③밑변과 다른 변의 길이의 비가 같으면 세 변의 길이의 비가 같은 것이므로 SSS 닮음

2. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ // $\overline{DE}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?

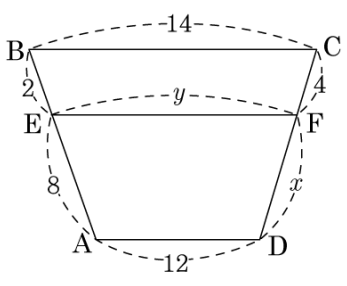


① 4cm ② 6cm ③ 8cm
④ 10cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{BC} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{AD}$
$12 : 9 = 8 : x$
$x = 6(\text{cm})$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{EF} // \overline{BC}$ 일 때, x, y 의 값을 구하면?



① $x = 15, y = 13.6$

② $x = 16, y = 13.6$

③ $x = 17, y = 14.6$

④ $x = 17, y = 15.6$

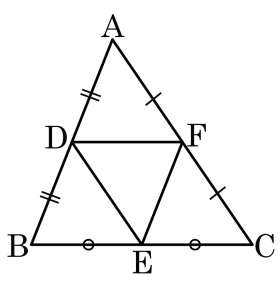
⑤ $x = 18, y = 13.6$

해설

$8 : 2 = x : 4$, $x = 16$

$y = \dfrac{14 \times 8 + 12 \times 2}{2 + 8} = \dfrac{136}{10} = 13.6$

4. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점을 각각 D, E, F 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.



보기

㉠ $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

㉡ $\overline{DE} = \overline{DF}$

㉢ 합동인 삼각형은 모두 4 개이다.

㉣ $\triangle ABC = 16$ 일 때, $\triangle DEF = 8$ 이다.

㉤ $\triangle ABC = 60$ 일 때 $\square DBCF$ 의 넓이는 45 이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

㉠ 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 이다. (○)

㉡ 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이다. 따라서 $\overline{DE} \neq \overline{DF}$ 이다. (×)

㉢ $\triangle ADF, \triangle DBE, \triangle FEC, \triangle EFD$ 의 세 쌍의 대응변의 길이가 모두 같으므로 합동인 삼각형은 4개가 된다. (○)

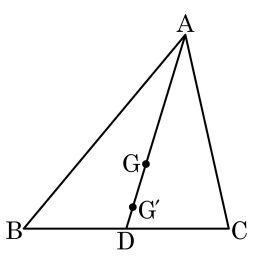
㉣ $\triangle DEF$ 의 크기는 $\triangle ABC$ 의 $\frac{1}{4}$ 이므로

$\triangle DEF = \frac{1}{4}\triangle ABC = \frac{1}{4} \times 16 = 4$ 이다. (×)

㉤ $\square DBCF$ 의 넓이는 $\triangle DBE, \triangle FEC, \triangle EFD$ 의 합으로 $\triangle ABC$ 의 $\frac{3}{4}$ 이므로

$\square DBCF = \frac{3}{4}\triangle ABC = \frac{3}{4} \times 60 = 45$ 이다. (○)

5. 다음 그림에서 점 G 는 △ABC 의 무게중심이고, 점 G′ 는 △GBC 의 무게중심이다. $\overline{AD} = 12\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{G'D}$ 의 길이는?



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$ cm

해설

$\overline{GD} = 12 \times \frac{1}{3} = 4(\text{cm})$,

$\overline{G'D} = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}(\text{cm})$

6. 닮은 도형인 두 삼각형의 넓이의 비가 $25 : 64$ 일 때, 이 두 삼각형의 둘레의 길이의 비는?

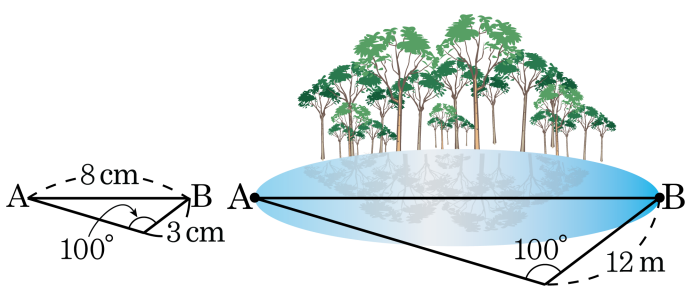
① $1 : 5$ ② $5 : 14$ ③ $2 : 5$

④ $5 : 8$ ⑤ $10 : 12$

해설

$25 : 64 = 5^2 : 8^2$ 이므로 닮음비는 $5 : 8$ 이고, 둘레의 길이의 비는 닮음비와 같다.

7. 호수의 너비를 재기 위하여 다음 그림과 같이 축도를 그렸더니 실제 12m 의 길이가 3cm 로 나타났다.



$\overline{A'B'} = 8\text{cm}$ 일 때, 실제 호수의 너비를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 32 m

해설

$\overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{AB} : \overline{A'B'}$ 이므로
$1200 : 3 = \overline{AB} : 8$
$3\overline{AB} = 9600$, $\overline{AB} = 3200(\text{cm}) = \overline{AB} = 32(\text{m})$
따라서 실제 호수의 너비는 32 m 이다.

8. $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 다음 조건을 만족할 때, $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 가 되지 않는 경우는?

① $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{FD}}$

② $\frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{FD}}$, $\angle C = \angle F$

③ $\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle F$

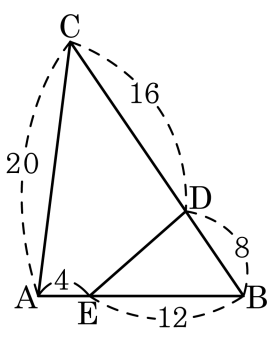
④ $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}}$, $\angle C = \angle F$

⑤ $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$

해설

④ $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 끼인각의 $\angle B$ 이고, $\overline{DE}$ 와 $\overline{EF}$ 의 끼인각은 $\angle E$ 이므로, $\angle B = \angle E$ 일 때, SAS 닮음 조건에 의해 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 이다.

9. 각 변의 길이가 다음 그림과 같을 때, $\overline{ED}$의 길이를 구하시오.



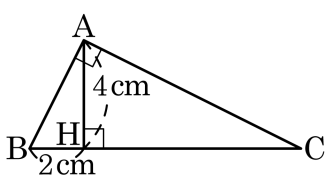
▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

△ABC와 △DBE에서
$\overline{AB} : \overline{BD} = 16 : 8 = 2 : 1$
$\overline{BC} : \overline{BE} = 24 : 12 = 2 : 1$
∠B 는 공통
∴ △ABC ∽ △DBE (SAS 닮음)
$\overline{AC} : \overline{DE} = 2 : 1$ 이므로 $20 : \overline{DE} = 2 : 1$
∴ $\overline{DE} = 10$

10. $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\triangle AHC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $16\underline{\text{cm}^2}$

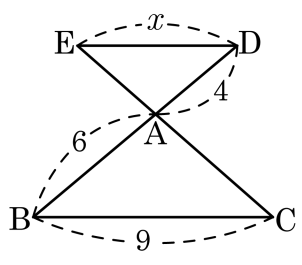
해설

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$

$16 = 2 \times \overline{CH}$, $\overline{CH} = 8(\text{cm})$

$\therefore (\triangle AHC \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 6 ② 5 ③ 4.5 ④ 4 ⑤ 3.5

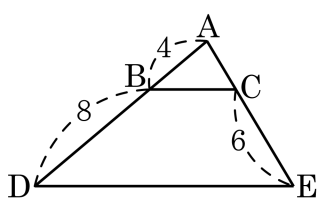
해설

$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{ED}$

$6 : 4 = 9 : x$

$6x = 36 \quad \therefore \ x = 6$

12. 다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$ 가 되도록 하려면 $\overline{AC}$ 의 길이는 얼마로 정하여야 하는가?



① 2 ② 2.5 ③ 3 ④ 3.5 ⑤ 4

해설

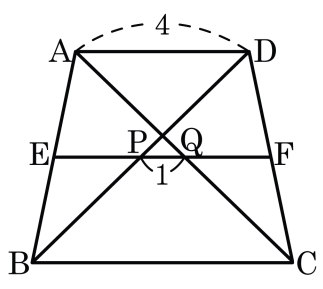
$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$ 가 되려면 $\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{AC} : \overline{CE}$ 이다.

$4 : 8 = x : 6$

$8x = 24$

$\therefore\ x = 3$

13. $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{DC}$ 의 중점이 각각 E , F 이고, $\overline{AD}=4$, $\overline{PQ}=1$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

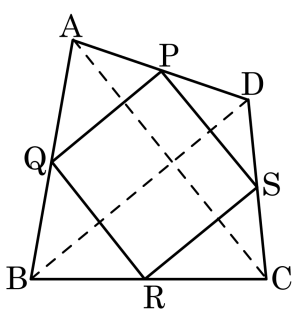


① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

점 E 와 F 가 중점이므로
$\overline{QF}:\overline{AD}=1:2$, $\overline{QF}=\overline{EP}=2$ 이다.
$\overline{EQ}:\overline{BC}=1:2$ 이므로
$3:x=1:2$
$\therefore\ x=6$
따라서 $\overline{BC}=6$ 이다.

14. 다음은 사각형 ABCD 에서 각 변의 중점들을 연결한 사각형이 평행사변형임을 증명하는 과정이다. (ㄱ) ~ (ㅁ)에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



△ABC 와 △ACD 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{QS} = \frac{1}{2}$ [(ㄱ)] , $\overline{PR} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ △ABD 와 △BCD 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 [(ㄴ)] $= \frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{RS} = \frac{1}{2}$ [(ㄷ)] 대응하는 두 [(ㄹ)]가 같으므로 □PQRS 는 [(ㅁ)] 이다.

① (ㄱ) - $\overline{AC}$
② (ㄴ) - $\overline{PQ}$
③ (ㄷ) - $\overline{BD}$
④ (ㄹ) - 각의 크기
⑤ (ㅁ) - 평행사변형

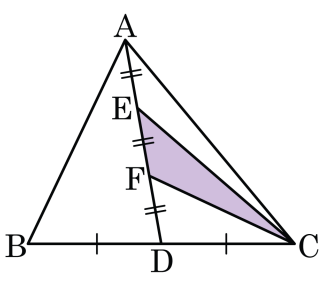
해설

△ABC 와 △ACD 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{QS} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{PR} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

△ABD 와 △BCD 에서 삼각형의 중점연결정리에 의하여 $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{RS} = \frac{1}{2}\overline{BD}$

대응하는 두 쌍의 대변의 길이가 같으므로 □PQRS 는 평행사변형이다.

15. 다음 그림에서 점 E, F 는 $\overline{AD}$ 의 삼등분점이고 $\overline{AD}$ 는 $\triangle ABC$ 의 중선이다. $\triangle CEF = 5$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



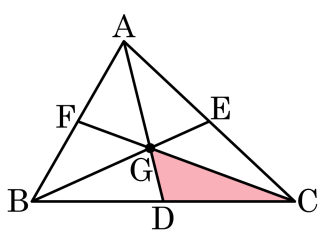
▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

점 E, F 가 $\overline{AD}$ 의 삼등분점이므로 $\triangle ACD = 3\triangle CEF$ 이고, $\triangle ABC = 2\triangle ACD = 6\triangle CEF$ 이다. 따라서 $\triangle ABC = 6\triangle CEF = 6 \times 5 = 30$ 이다.

16. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC에서 점 G가 무게중심이고 어두운 부분의 넓이가 10cm^2 일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하면?



① 15cm^2 ② 20cm^2 ③ 30cm^2

④ 40cm^2 ⑤ 60cm^2

해설

무게중심 G에 의해 나뉘어진 6개의 작은 삼각형은 넓이가 모두 같다.

$\therefore \triangle ABC = 10 \times 6 = 60(\text{cm}^2)$

17. △ABC와 △DEF는 닮음비가 3 : 5인 닮은 도형이다. △ABC = 27cm²일 때, △DEF의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad cm^2}$

▷ 정답 : $\underline{75cm^2}$

해설

△ABC와 △DEF의 넓이의 비는
$3^2 : 5^2 = 9 : 25$
△DEF의 넓이를 $x cm^2$ 라 하면
$9 : 25 = 27 : x$
$\therefore\ x = 75cm^2$

18. 닮은 두 직육면체 A와 B의 닮음비가 3 : 2이고 B의 겉넓이가 16 일 때, A의 겉넓이는?

① 12 ② 18 ③ 24 ④ 27 ⑤ 36

해설

닮은 도형의 넓이의 비는 닮음비의 제곱이다.
닮음비가 3 : 2 이므로, 겉넓이의 비는 $3^2 : 2^2 = 9 : 4$
$9 : 4 = x : 16$
$\therefore\ x = 36$

19. 닮음인 두 직육면체의 겉넓이의 비가 16 : 25 이고, 큰 직육면체의 부피가 1000cm^3 일 때, 작은 직육면체의 부피는?

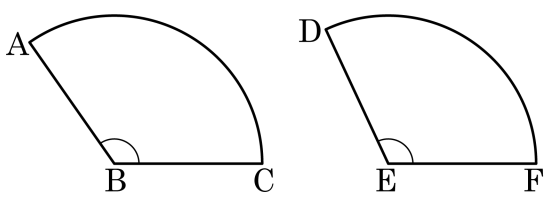
① 350cm^3 ② 456cm^3 ③ 512cm^3

④ 584cm^3 ⑤ 640cm^3

해설

닮음인 도형의 길이 비가 $a : b$ 라면, 넓이의 비는 $a^2 : b^2$ 이고 부피의 비는 $a^3 : b^3$ 이다.
겉넓이의 비가 16 : 25 이므로 닮음비는 4 : 5 , 부피의 비는 64 : 125 이다
작은 정육면체의 부피를 $V\ \text{cm}^3$ 라 하면, $V : 1000 = 64 : 125$
$\therefore V = 512(\text{cm}^3)$

20. 다음 두 부채꼴에서 하나의 조건을 더 만족하면 두 부채꼴은 항상 닮음이 된다. 그 조건을 보기에서 골라라.



㉠ $\overline{AB} = \overline{DE}$	㉡ $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AC} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{DF}$
㉢ $\angle ABC = \angle DEF$	

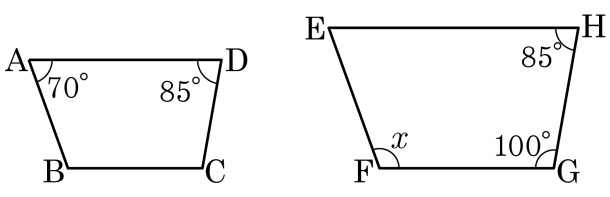
▶ 답:

▷ 정답: ㉢

해설

두 부채꼴이 중심각의 크기가 같으면 확대, 축소했을 때 반지름의 길이와 호의 길이가 일정한 비율로 변하므로 $\angle ABC = \angle DEF$가 답이다.

21. 다음 두 도형이 닮은 도형일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 105 °

해설

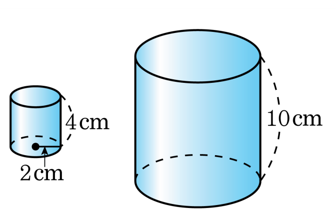
□ABCD ∽ □EFGH 이므로 $\angle E = \angle A = 70°$

$\therefore \angle x = 360° - (70° + 85° + 100°)$

$= 360° - 255°$

$= 105°$

22. 다음 그림의 두 원기둥이 닮은 도형일 때, 큰 원기둥의 밑넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ $\underline{cm^2}$

▷ 정답: $25\pi\ \underline{cm^2}$

해설

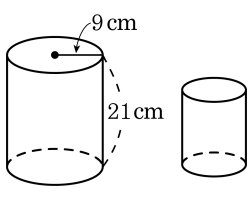
$4:10=2:x$

$x=5\,cm$

그러므로 큰 원기둥의 밑넓이는

$5\times5\times\pi=25\pi\ (cm^2)$

23. 다음 그림에서 작은 원기둥은 큰 원기둥을 $\frac{2}{3}$ 로 축소한 것이다. 작은 원기둥의 옆면의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $168\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

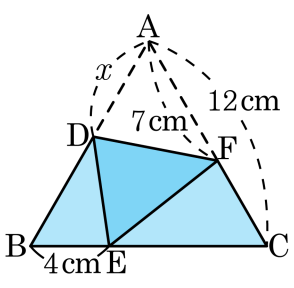
해설

작은 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r , 높이를 h 라고 하면

$r = 9 \times \frac{2}{3} = 6(\text{cm})$, $h = 21 \times \frac{2}{3} = 14(\text{cm})$

(옆면의 넓이) $= 2\pi rh = 2\pi \times 6 \times 14 = 168\pi(\text{cm}^2)$

24. 다음 그림에서 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 위의 점 E 에 오도록 접었다. $\overline{AF} = 7\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 12\,\text{cm}$, $\overline{BE} = 4\,\text{cm}$ 일 때, x의 길이를 구하여라.

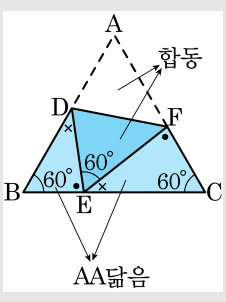


▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{28}{5}$ cm

해설

다음 그림의 △DBE와 △ECF에서 $\angle B = \angle C = 60°$, ×+· = 120° 이다.



△DBE ∽ △ECF(AA닮음)

$\overline{AD} = x$이므로 $\overline{BD} = 12 - x$이다.

$(12 - x) : 8 = 4 : 5$

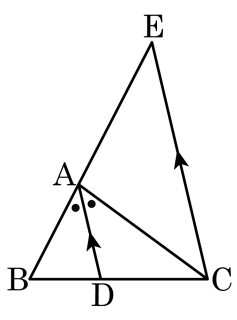
$5(12 - x) = 32$

$60 - 5x = 32$

$5x = 28$

$\therefore x = \frac{28}{5}(\text{cm})$

25. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD = \angle CAD$, $\overline{AD} // \overline{CE}$ 일 때, 옳지 않은 것은?



① $\overline{AC} = \overline{AE}$

② $\angle ACE = \angle AEC$

③ $\overline{AB} : \overline{BE} = \overline{BD} : \overline{BC}$

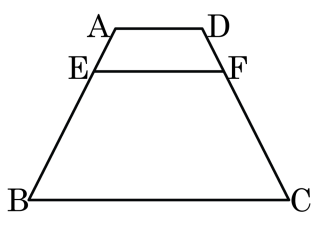
④ $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

⑤ $\overline{AD} : \overline{EC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

해설

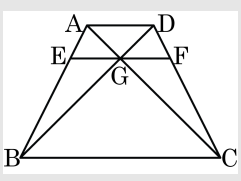
⑤ $\triangle BDA$ 와 $\triangle BCE$ 는 닮음이다.
따라서 $\overline{AB} : \overline{BE} = \overline{BD} : \overline{BC}$ 이고 $\overline{AD} : \overline{EC} = \overline{BD} : \overline{BC}$ 이다.

26. 다음 그림에서 $\overline{AD} // \overline{EF} // \overline{BC}$ 이고 $\overline{AD} = 8$, $\overline{BC} = 24$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?(단, $\overline{EF}$ 는 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 지난다.)



① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 16

해설



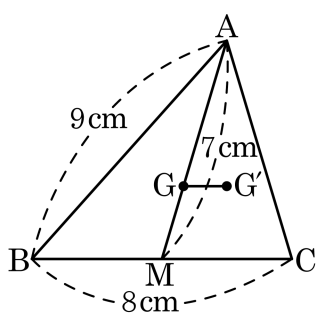
$\overline{AC}$ 와 $\overline{DB}$ 의 교점을 G 라고 하자.

$\overline{AG} : \overline{GC} = 8 : 24 = 1 : 3$ 이므로

$\overline{EG} = \frac{1}{4} \times 24 = 6$, $\overline{GF} = \frac{3}{4} \times 8 = 6$ 이다.

따라서 $\overline{EF} = 12$ 이다.

27. 다음 그림에서 점 G, G′ 가 각각 △ABC, △AMC 의 무게중심이고 $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$,$\overline{AM} = 7\text{cm}$ 일 때, △GMG′ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $\frac{20}{3}$ cm

해설

$\overline{GM} = \frac{1}{3}\overline{AM} = \frac{7}{3}(\text{cm})$

$\overline{MC}$ 의 중점을 D 라 하면

$\overline{MD} : \overline{BD} = 1 : 3$

$\overline{MG'} = \frac{1}{3}\overline{AB} = 3(\text{cm})$

$\overline{GG'} = \frac{2}{3}\overline{MD} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\overline{MC}$

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\overline{BC}$

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 8 = \frac{4}{3}(\text{cm})$

(△GMG′ 의 둘레의 길이)$= \frac{7}{3} + 3 + \frac{4}{3} = \frac{20}{3}(\text{cm})$

28. 닮음비가 $4:5$인 두 정사각형이 있다. 이 두 정사각형의 둘레의 합이 72cm일 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 $a\,\text{cm}$, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 $b\,\text{cm}$라고 하자. $a+b$의 값은?

① 8 ② 10 ③ 18 ④ 32 ⑤ 40

해설

두 정사각형의 둘레의 합이 72cm 이므로 작은 정사각형의 둘레는 $72\times\frac{4}{9}=32(\text{cm})$, 큰 정사각형의 둘레는 $72\times\frac{5}{9}=40(\text{cm})$ 이다. 따라서 한 변의 길이는 각각 $a=8$, $b=10$ 이다.

$\therefore a+b=8+10=18$

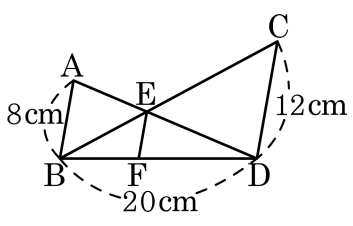
29. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=4$, $\overline{CA}=3$이고, $\angle BAE=\angle CBF=\angle ACD$ 일 때, $\overline{DE}:\overline{EF}$는?

① 2 : 3 ② 3 : 2 ③ 4 : 3 ④ 3 : 4 ⑤ 1 : 2

해설

$\angle DAC=x$, $\angle FCB=y$, $\angle EBA=z$ 라 하면,
$\angle EDF=x+\angle ACD=x+\angle BAE=\angle A$
$\angle DFE=y+\angle CBF=y+\angle ACD=\angle C$
$\angle FED=z+\angle BAE=z+\angle CBF=\angle B$
$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle DEF$이므로 $\overline{DE}:\overline{EF}=\overline{AB}:\overline{BC}=1:2$

30. 다음 그림에서 $\overline{AB} // \overline{EF} // \overline{CD}$ 일 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



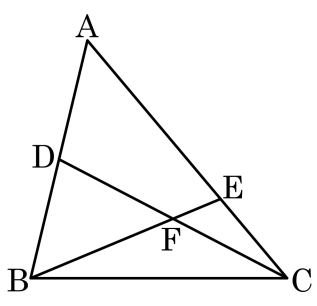
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\overline{AE} : \overline{ED} = 2 : 3$ 이므로
$\overline{BF} : \overline{FD} = 2 : 3$
$\overline{BF} : \overline{BD} = 2 : 5$
$\overline{BF} : 20 = 2 : 5$
$\overline{BF} = 8\text{cm}$

31. 다음 그림에서 점 D 가 $\overline{AB}$ 의 중점이고 $\overline{AE} = 2 \times \overline{EC}$ 일 때, $\overline{EF} : \overline{FB}$ 의 비가 $a : b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오. (단 a, b 는 서로소)



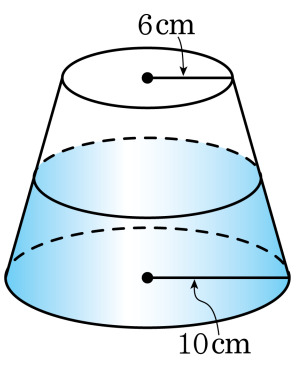
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

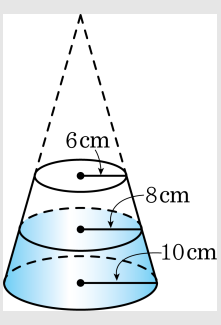
$\overline{AE}$ 의 중점을 G 라하고, $\overline{EF}$ 의 길이를 x 라 하면, $\overline{DG} = 2x$, $\overline{BE} = 4x$ 이고, $\overline{BF} = 4x - x = 3x$ 이므로, $\overline{EF} : \overline{FB} = x : 3x = 1 : 3$ 이다.
따라서 $a + b = 4$ 이다.

32. 다음 그림과 같은 원뿔대 모양의 그릇에 물을 채운다. 전체높이의 $\frac{1}{2}$ 만큼을 채우는데 244 분이 걸렸다면, 나머지 부분을 채우는데 걸리는 시간을 구하면?



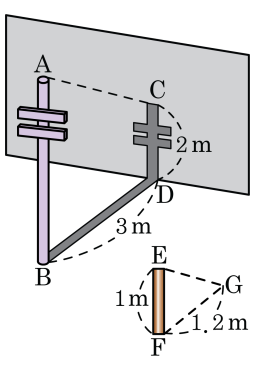
① 148 분 ② 180 분 ③ 244 분
④ 345 분 ⑤ 392 분

해설



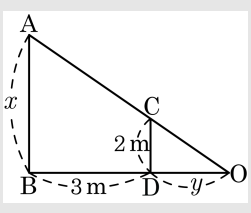
전체높이의 $\frac{1}{2}$ 되는 지점의 반지름은 $\frac{1}{2}(6+10) = 8\text{cm}$ 이고, 세 개의 원뿔의 닮음비는 $6 : 8 : 10 = 3 : 4 : 5$ 이므로
부피의 비는 $3^3 : 4^3 : 5^3 = 27 : 64 : 125$ 가 되어 나뉘는 원뿔, 원뿔대의 부피의 비는 $27 : 37 : 61$
이때, $\frac{1}{2}$ 만큼을 채우는데 244 분이 걸렸으므로, $37 : 61 = x : 244$
$\therefore\ x = 148$
따라서 나머지를 채우는데 걸리는 시간은 148분이다.

33. 평지에 서 있는 전신주의 그림자가 다음 그림과 같을 때, 길이 1 m의 막대를 지면에 수직으로 세우면 그림자의 길이는 1.2 m이다. $\overline{BD} = 3\,\text{m}$, $\overline{CD} = 2\,\text{m}$일 때, 전신주의 높이를 구하면?



① 3.5 m ② 3.7 m ③ 4 m ④ 4.5 m ⑤ 5 m

해설



△ABO ∽ △CDO 이므로

$5 : 6 = x : (3+y) = 2 : y$에서

$5 : 6 = 2 : y \quad \therefore y = 2.4(\text{m})$

$5 : 6 = x : 5.4 \quad \therefore x = 4.5(\text{m})$

따라서 전신주의 높이는 $4.5(\text{m})$