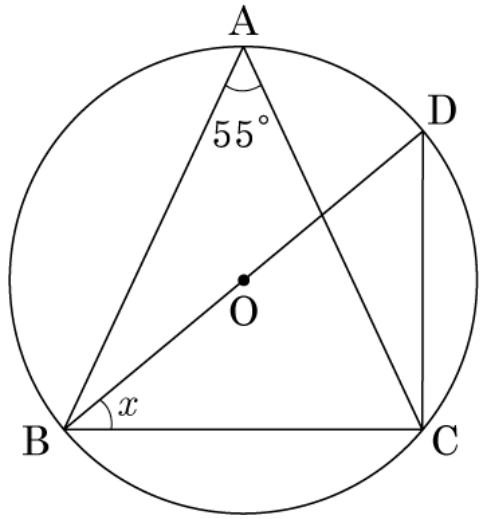
1. 다음 그림에서 $\overline{BD}$ 는 원 O 의 지름이고 $\angle BAC = 55°$ 일 때, x 의 값은?



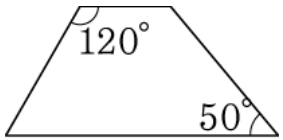
① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

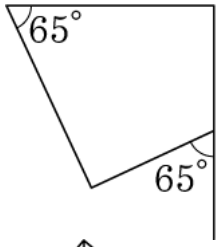
해설

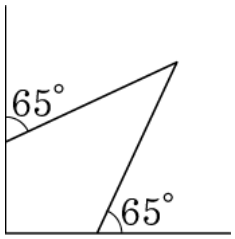
$\angle BAC = \angle BDC = 55°$, $\angle BCD = 90°$ 이므로

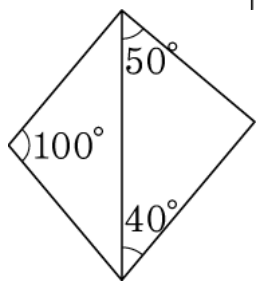
$\angle x = 90° - 55° = 35°$ 이다.

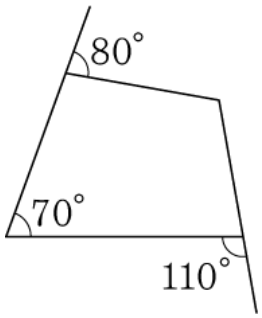
2. 다음 중 원에 내접하는 사각형은?

① 

② 

③ 

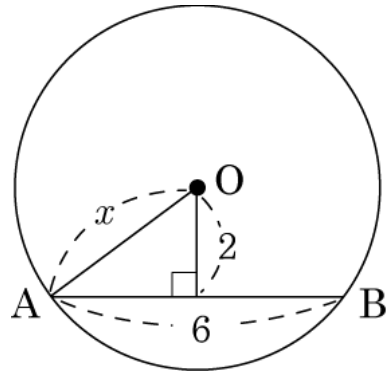
④ 

⑤ 

해설

$115° + 65° = 180°$

3. 다음 그림에서 x 의 길이는 ?



① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{13}$

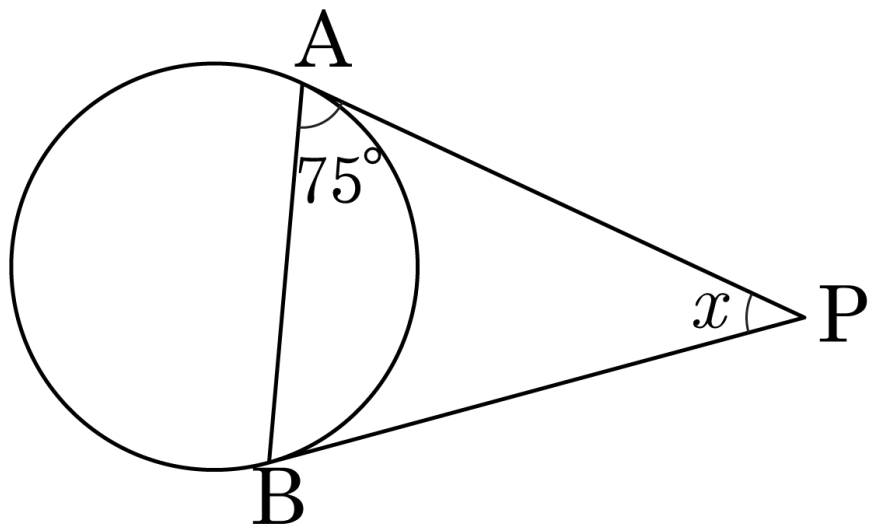
해설

점 O 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\overline{AH} = \overline{BH} = 3$

$x^2 = 3^2 + 2^2 \quad \therefore x = \sqrt{13}$

4. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 는 점 A, B 를 각각 접점으로 하는 원 O 의 접선이다. $\angle BAP$ 의 크기가 75° 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

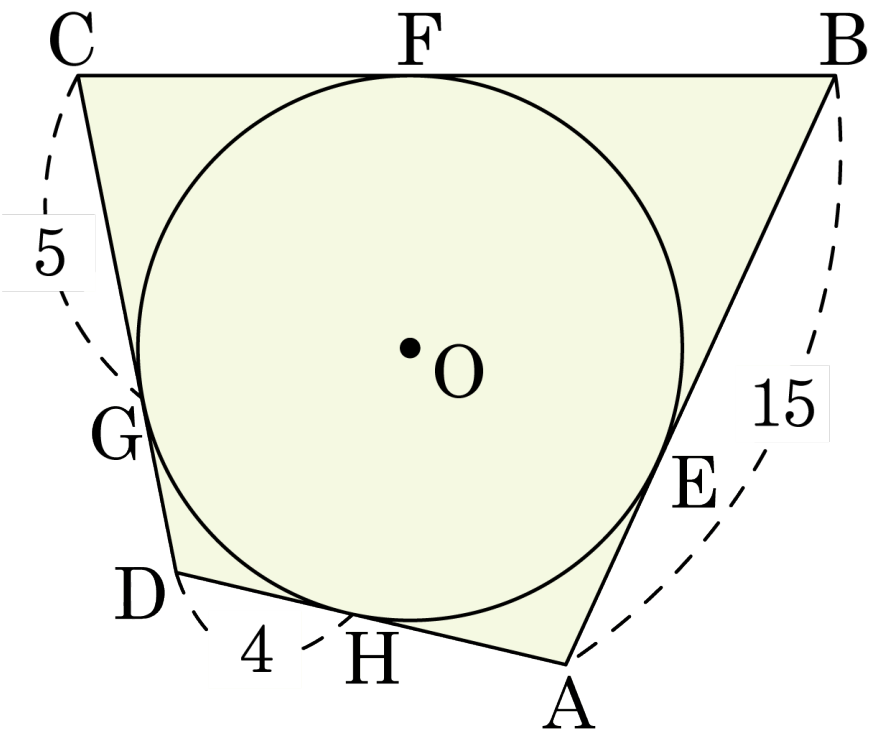
▷ 정답 : 30°

해설

$\triangle ABP$ 는 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 인 이등변삼각형이다.

$\angle x = 180^\circ - 75^\circ \times 2 = 30^\circ$

5. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD는 원 O의 외접사각형이고 점 E, F, G, H는 접점이다. 이때, □ABCD 의 둘레를 구하여라.



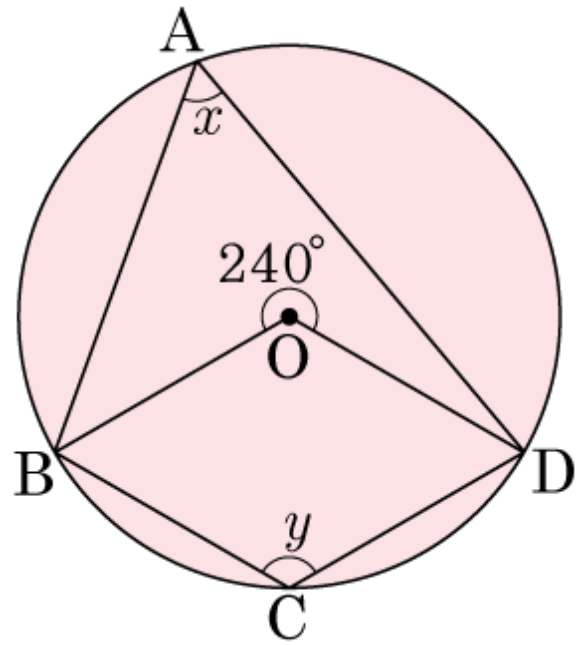
▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$\overline{DH} = \overline{DG} = 4$ 이고,
외접사각형의 성질에 의해서
$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD} = 24$
따라서 둘레는 $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{BC} + \overline{AD} = 48$ 이다.

6. 다음 그림에서 $\angle x+\angle y$ 의 값을 구하면?



① $150\,^\circ$ ② $160\,^\circ$ ③ $170\,^\circ$

④ $180\,^\circ$ ⑤ $190\,^\circ$

해설

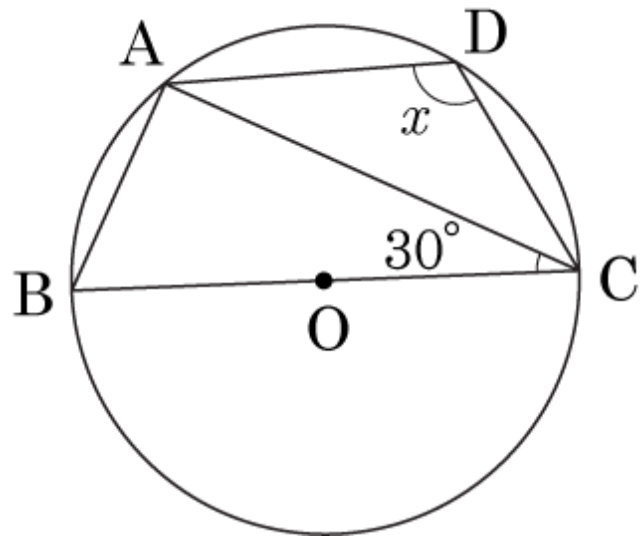
$$\angle y = \frac{1}{2} \times 240\,^\circ = 120\,^\circ$$

$$\angle \mathrm{BOD} = 360\,^\circ - 240\,^\circ = 120\,^\circ$$

$$\angle x = \frac{1}{2} \times 120\,^\circ = 60\,^\circ$$

$$\therefore\ \angle x + \angle y = 60\,^\circ + 120\,^\circ = 180\,^\circ$$

7. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\angle ACB = 30°$ 이고 $\angle ADC = x°$ 라 할 때, x 의 값을 구하여라.



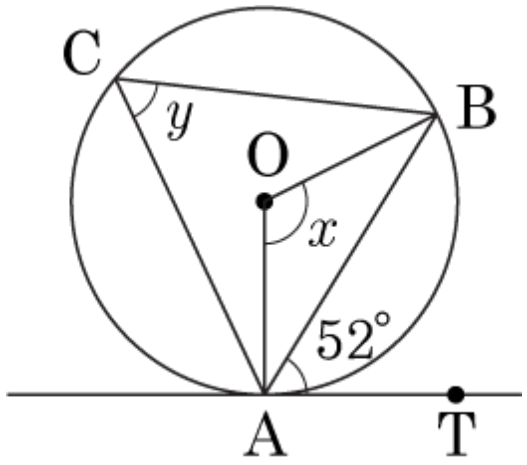
▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

반원에 대한 원주각은 $90°$ 이므로 $\angle BAC = 90° \rightarrow \angle ABC = 60°$ 이다.
따라서, 대각의 합은 $180°$ 이므로 $x° = 120°$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 A 가 원 O 의 접점이고 $\angle BAT = 52°$ 이다. $\angle x - \angle y = (\quad\quad)°$ 에서 ( ) 에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 52

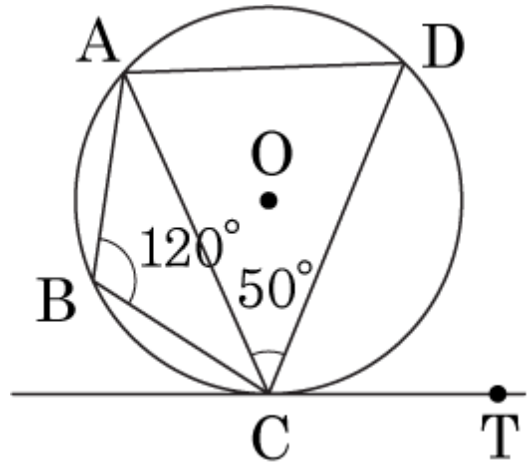
해설

$\angle y = 52°$

$\angle x = 2 \times \angle y = 2 \times 52° = 104°$

$\therefore\ x - y = 104° - 52° = 52°$

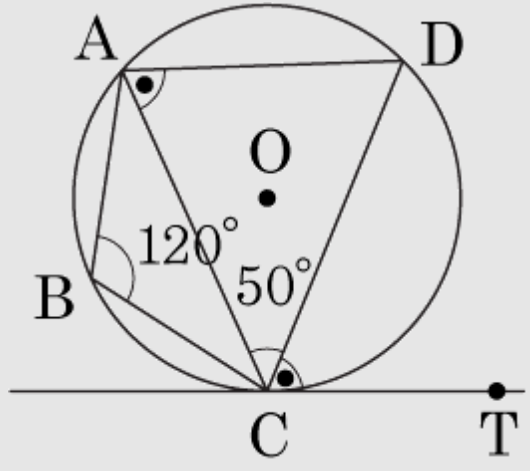
9. 다음 그림과 같이 □ABCD 가 원 O 에 내접한다. $\overleftrightarrow{CT}$ 가 원 O 의 접선일 때, ∠DCT 의 크기는?



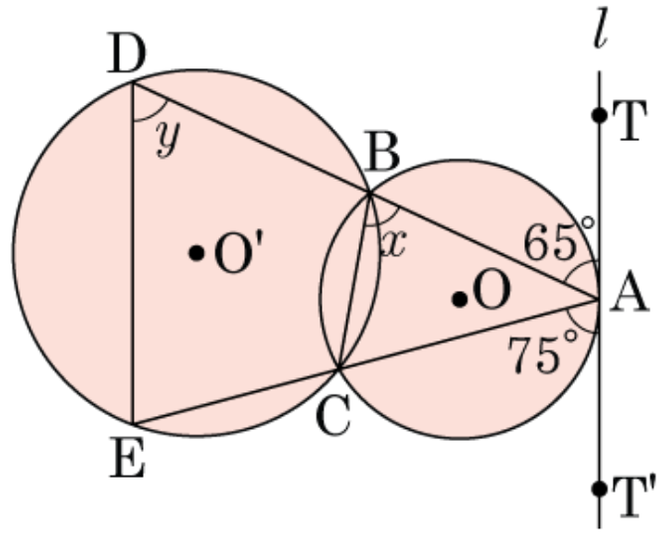
① 40° ② 50° ③ 60° ④ 70° ⑤ 80°

해설

내접사각형 ABCD 에서
∠ADC = 60° 이므로 ∠CAD = 70°
∴ ∠DCT = ∠CAD = 70°



10. 다음 그림에서 직선 l 은 점 A 를 접점으로 하는 원 O 의 접선이다. $\overline{BC}$ 가 두 원 O, O′ 의 공통현이고 $\angle TAB = 65°$, $\angle T'AC = 75°$ 일 때, $\angle x - \angle y$ 의 크기는?



① 0° ② 5° ③ 10° ④ 15° ⑤ 20°

해설

$\overleftrightarrow{TT'}$ 은 원 O 의 접선이므로

$\angle x = \angle CAT' = 75°$

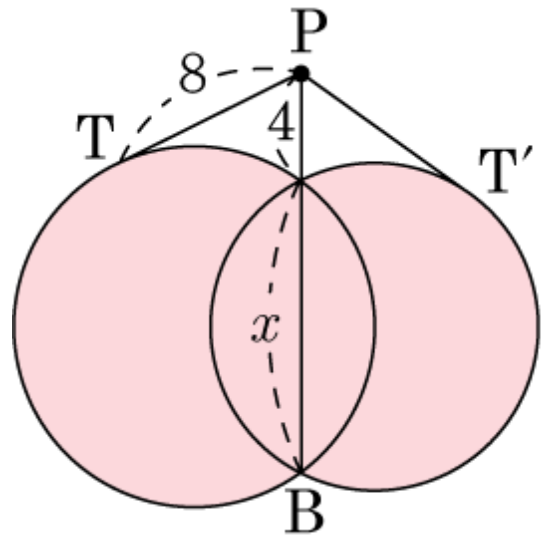
$\angle ACB = \angle BAT = 65°$

또, $\square BDEC$ 는 원 O 에 내접하므로

$\angle y = \angle ACB = 65°$

$\therefore\ \angle x - \angle y = 75° - 65° = 10°$

11. 다음 그림에서 $\overline{PT}, \overline{PT'}$ 이 접선일 때, x 의 값을 구하여라.



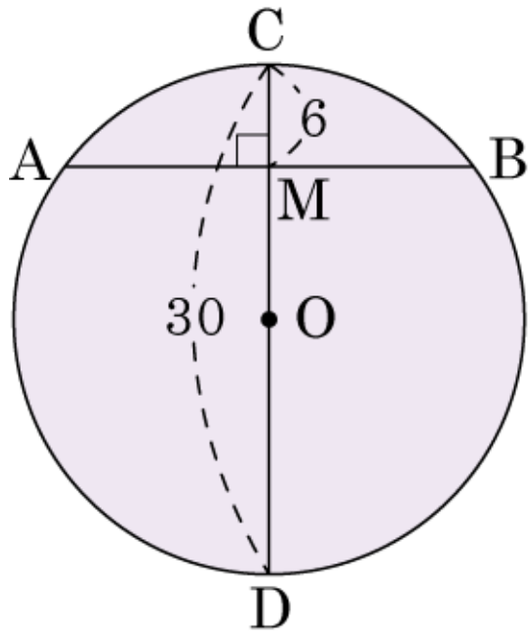
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로 $8^2 = 4(4+x), 64 = 4(4+x), 4+x = 16, x = 12$ 이다.

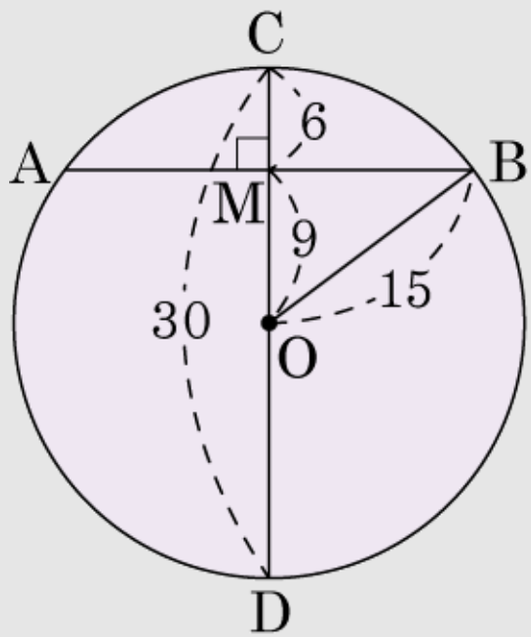
12. 다음 그림과 같이 지름의 길이가 30 인 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{CM}$, $\overline{CM} = 6$ 일 때, 현 AB 의 길이는?



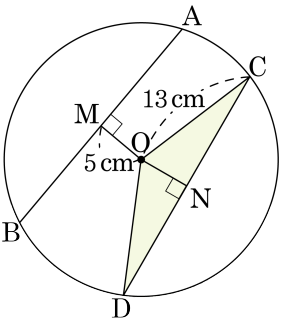
① 12 ② 16 ③ 24 ④ 34 ⑤ 36

해설

$\overline{OB} = 15, \overline{OM} = 9$ 이므로
$\triangle OBM$ 에서 $\overline{BM} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$
$\overline{BM} = \overline{AM}$ 이므로 $\overline{AB} = 2 \times 12 = 24$
이다.



13. 다음 그림의 원 O 에서 색칠한 부분의 넓이는? (단, $\overline{AB} = \overline{CD}$)



① 35cm^2 ② 40cm^2 ③ 52cm^2

④ 60cm^2 ⑤ 72cm^2

해설

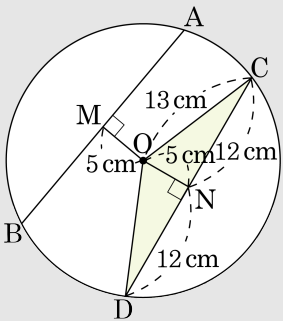
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = 5\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

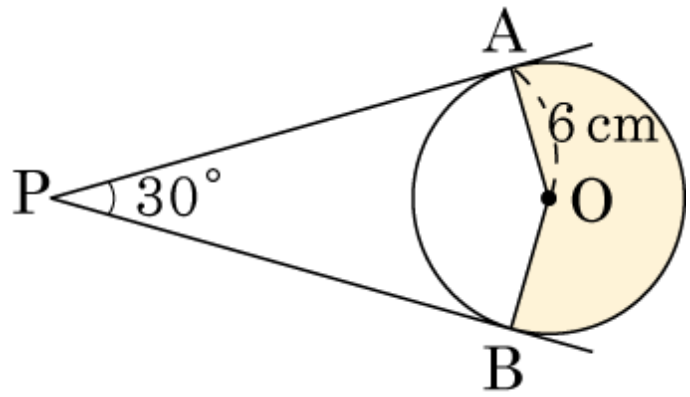
$\overline{CN} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

또한, $\overline{CN} = \overline{DN} = 12\text{cm}$

$\therefore \triangle OCD = \frac{1}{2} \times 24 \times 5 = 60(\text{cm}^2)$



14. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① $\frac{27}{8}\pi\text{cm}^2$ ② $\frac{9}{4}\pi\text{cm}^2$ ③ $\frac{21}{8}\pi\text{cm}^2$

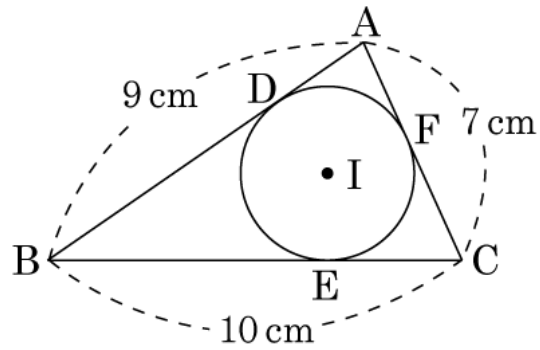
④ $\frac{27}{4}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $21\pi\text{cm}^2$

해설

작은 부채꼴에서 $\angle\text{AOB} = 150°$ 이므로
색칠한 부채꼴의 중심각 $\angle\text{AOB} = 210°$

$\therefore\ \pi \times 6^2 \times \frac{210°}{360°} = 21\pi(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내접원 I 가 $\triangle ABC$ 의 각 변과 점 D, E, F 에서 접할 때, $\overline{AF} + \overline{BD} + \overline{CE}$ 를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

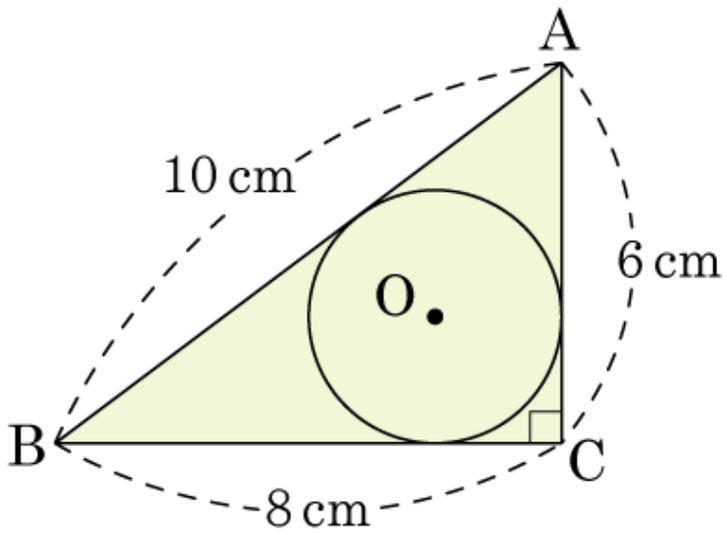
▷ 정답 : 13 cm

해설

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 2(\overline{AF} + \overline{BD} + \overline{CE})$ 이므로

$\overline{AF} + \overline{BD} + \overline{CE} = \frac{1}{2} \times (9 + 10 + 7) = 13(\text{cm})$ 이다.

16. 다음 그림의 원 O 는 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형에 내접하고 있다. 내접원 O 의 반지름의 길이는?



① 1cm ② $\frac{3}{2}cm$ ③ 2cm ④ $\frac{5}{2}cm$ ⑤ 3cm

해설

원 O 와 직각삼각형 ABC 의 접점을 각각 D, E, F 라고 하고, 원의 반지름을 r 라고 하자.

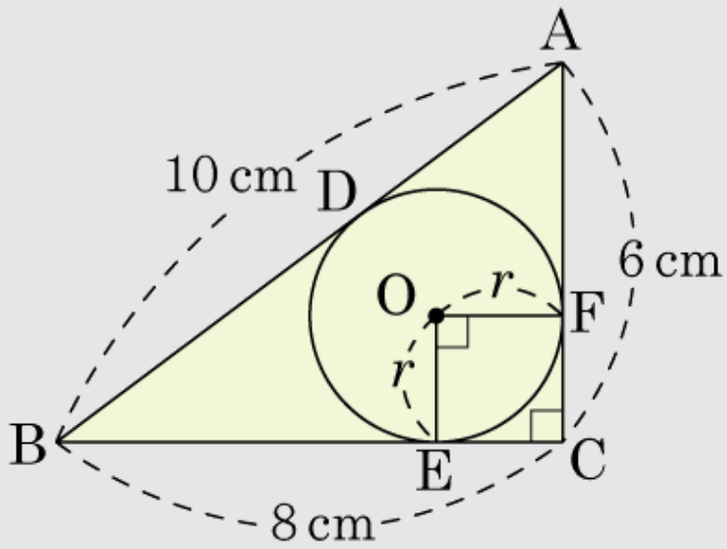
□CFOE 가 정사각형이므로

$\overline{CF} = \overline{CE} = r\ (\text{cm})$

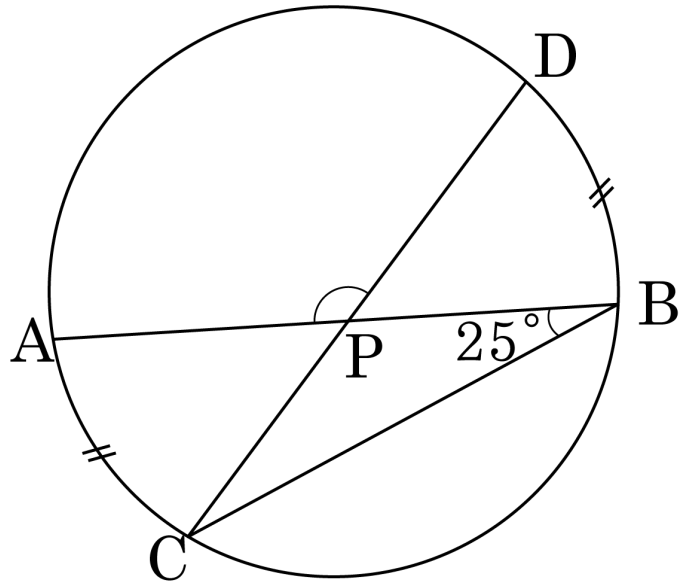
$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 8 - r(\text{cm})$, $\overline{AD} = \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 6 - r(\text{cm})$, $\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD}$

$10 = (8 - r) + (6 - r)$, $2r = 4$,

$\therefore r = 2(\text{cm})$



17. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AC} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BD}$ 이고 $\angle ABC = 25°$ 일 때, $\angle APD$ 의 크기는?



① $100°$ ② $110°$ ③ $120°$ ④ $130°$ ⑤ $140°$

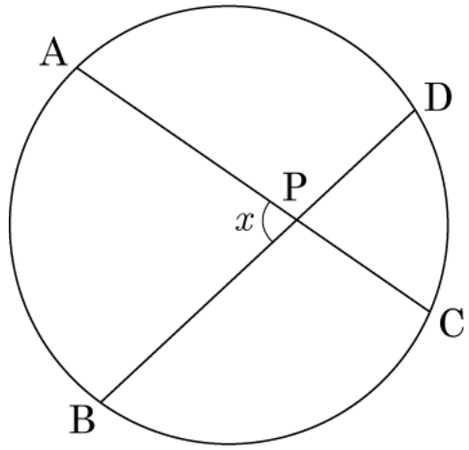
해설

호의 길이가 같으므로 $\angle ABC = \angle BCD = 25°$

$\angle BPD = 50°$ ($\triangle PBC$의 외각)

$\therefore\ \angle APD = 130°$

18. 다음 그림에서 호 AB 의 길이는 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{4}$ 이고 호 CD 의 길이는 호 AB 의 $\frac{1}{3}$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는 x 이다. x 의 값을 구하면?



① 15° ② 30° ③ 40° ④ 45° ⑤ 60°

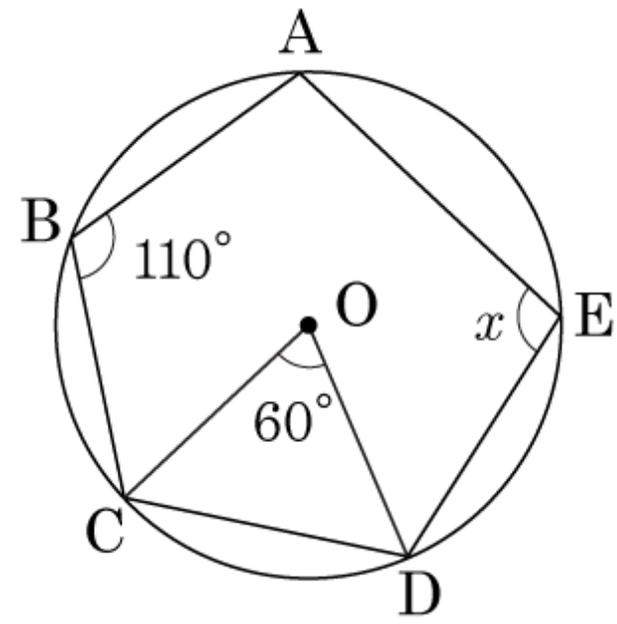
해설

$\angle ADB = \frac{1}{4} \times 180 = 45°$

$\angle CAD = \frac{1}{12} \times 180 = 15°$

$\therefore \angle APB = 60°$

19. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 오각형 ABCDE 에서 $\angle ABC = 110°$, $\angle COD = 60°$, $\angle AED = x°$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

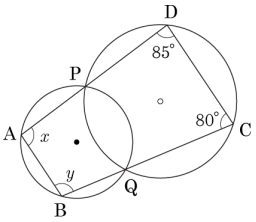
보조선 $\overline{CE}$ 를 그으면 □ABCE 는 내접하므로 대각의 합 $\angle ABC + \angle AEC = 180°$

$\therefore \angle AEC = 70°$

또한, 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ 의 원주각이므로 $\angle CED = 30°$

$\therefore x° = \angle AEC + \angle CED = 70° + 30° = 100°$

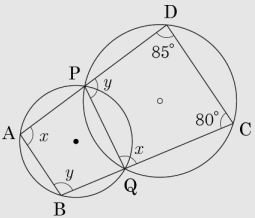
20. 다음 그림에서 $\angle PAB = x°, \angle ABQ = y°$ 라 할 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

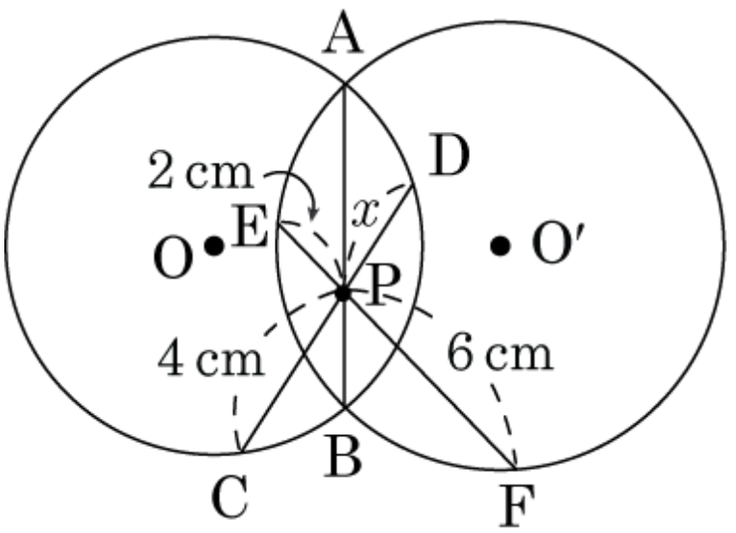


보조선 $\overline{PQ}$ 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해 $\angle PAB = \angle PQC$, $\angle ABQ = \angle PDQ$

대각의 합 $x° + 85° = 180°$, $y° + 80° = 180°$ 이다.

$x° = 95°$, $y° = 100°$ $\therefore y - x = 100 - 95 = 5$

21. 점 A, B 에서 만나는 두 원에서 공통현 $\overline{AB}$ 위의 점 P 를 지나는 두 현을 각각 $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 라 한다. $\overline{PC} = 4cm$, $\overline{PE} = 2cm$, $\overline{PF} = 6cm$ 일 때. $\overline{PD}$ 의 길이를 구하면?



① 1cm ② 1.5cm ③ 2cm

④ 2.5cm ⑤ 3cm

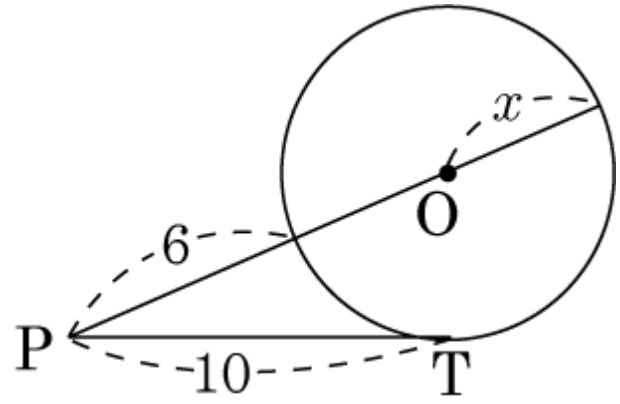
해설

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로 $\overline{PA} \times \overline{PB} = 4 \times \overline{PD}$

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF}$ 이므로 $\overline{PA} \times \overline{PB} = 2 \times 6 = 12$

$\therefore \overline{PA} \times \overline{PB} = 4 \times \overline{PD} = 12$ 이므로 $\overline{PD} = 3(cm)$

22. 다음 그림에서 $\overline{PT}$는 원의 접선이고 점 T는 접점일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{3}$

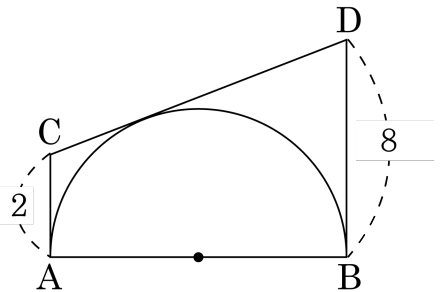
해설

$10^2 = 6(6+2x)$, $100 = 36 + 12x$

$64 = 12x$

$\therefore\ x = \frac{64}{12} = \frac{16}{3}$

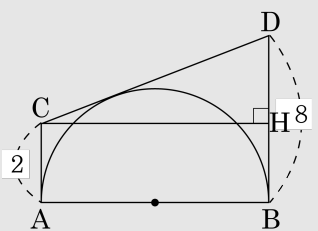
23. 다음 그림에서 $\overline{AC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DB}$ 는 반원 O 의 접선이고 $\overline{CA} = 2$ cm, $\overline{DB} = 8$ cm 일 때, 반원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

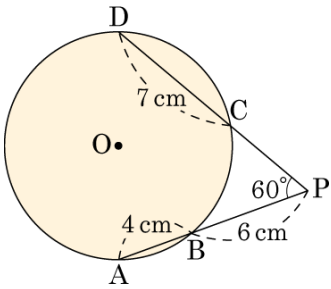
▷ 정답 : 4 cm

해설



점 C 에서 선분 BD 에 수선의 발 H 를 내린다.
직각삼각형 CDH 에서 $\overline{DC} = 2 + 8 = 10$ (cm) 이다.
따라서 $\overline{DH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$ (cm) 이므로 반지름은 4 (cm) 이다.

24. 다음 그림과 같이 원 O 밖의 한 점 P 에서 원에 그은 두 직선이 원과 만나서 생기는 현을 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 라고 하자. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 7\text{cm}$, $\overline{PB} = 6\text{cm}$, $\angle APD = 60°$ 일 때, 원 O 의 넓이는?

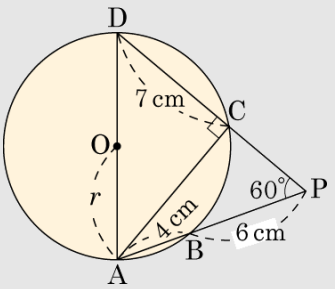


① $21\pi\,\text{cm}^2$ ② $21\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^2$ ③ $31\pi\,\text{cm}^2$

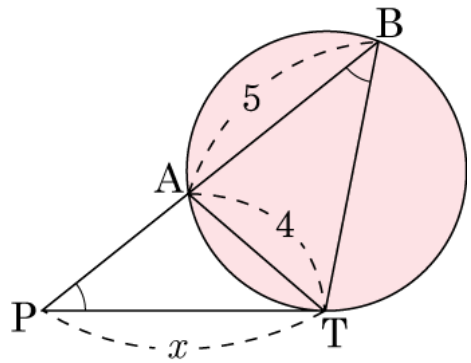
④ $31\sqrt{2}\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $41\pi\,\text{cm}^2$

해설

원에서의 비례 관계에 의하여
$\overline{PD}\cdot\overline{PC} = \overline{PA}\cdot\overline{PB}$ ($\overline{PC} = x$)
이므로
$(x+7)\times x = 10\times 6$
$x^2 + 7x - 60 = 0$
$(x+12)(x-5) = 0$
$\therefore\ x = 5\,\text{cm} = \overline{PC}$
$\overline{AC}$, $\overline{AD}$ 를 그으면 $\overline{AP} = 2\overline{PC}$,
$\angle APC = 60°$ 이므로 $\angle ACP = 90°$ ($\because$ 특수각의 성질)
즉, $\overline{AD}$ 가 원의 지름이다.
$\overline{AC} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}(\,\text{cm})$ 이므로
$\triangle ACD$ 에서 $\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2$
$4r^2 = 75 + 49$
$\therefore\ r = \sqrt{31}\,\text{cm}$
따라서, 원의 넓이는 $\pi r^2 = 31\pi(\,\text{cm}^2)$ 이다.



25. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, 점 T 는 접점이다. $\angle P = \angle B$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\angle ABT = \angle ATP = \angle APT$ 이므로

$\overline{PA} = 4$

$x^2 = 4 \times (4 + 5) = 36$

$\therefore\ x = 6$