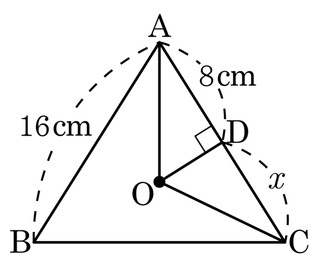
1. 다음 그림에서 점 O는 삼각형 $\triangle\mathrm{ABC}$의 외심일 때, x의 값을 구하여라.



▶ 답 :

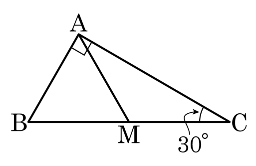
▷ 정답 : $8\,\mathrm{cm}$

해설

$\triangle\mathrm{ADO} \equiv \triangle\mathrm{CDO}$(RHS 합동)

$\therefore\ x = \overline{\mathrm{AD}} = 8\,\mathrm{cm}$

2. 다음 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점을 M, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\triangle ABM$ 은 무슨 삼각형인지 말하여라.



▶ 답 :

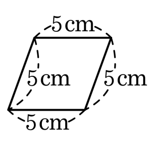
▷ 정답 : 정삼각형

해설

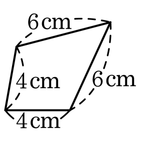
$\overline{AM} = \overline{CM}$, $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형,
$\angle MAC = \angle MCA = 30°$, $\angle BAM = 60°$
$\angle MBA = 60°$, $\angle BAM = 60°$, $\angle AMB = 60°$
이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이다.

3. 다음 사각형 중에서 평행사변형을 모두 고르면?

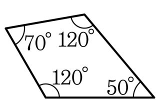
①



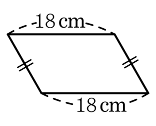
②



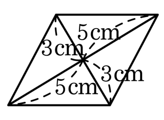
③



④



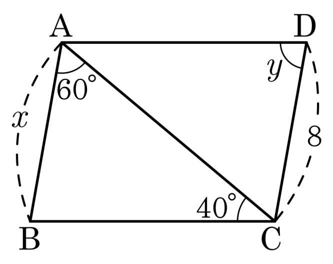
⑤



해설

①, ④두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
⑤두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : $x = 8$

▷ 정답 : $\angle y = 80$ °

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 8$, $\angle ABC = 180 - (60° + 40°) = 80°$
따라서 $x = 8$, $\angle y = 80°$

5. 다음 보기 중 평행사변형이 마름모가 되는 조건을 모두 골라라.

㉠ 한 내각이 90° 이다. ㉡ 두 대각선의 길이가 같다. ㉢ 두 대각선이 직교한다. ㉣ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

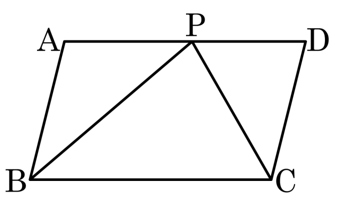
평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 두 변의 길이가 같고, 두 대각선이 서로 수직으로 만나야 한다. ㉠, ㉡ 은 직사각형이 되는 조건이다.

6. 다음 중 용어의 정의가 바르지 않은 것은?

① 평행사변형 : 두 쌍의 대변이 각각 평행인 사각형
② 직사각형 : 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형
③ 마름모 : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
④ 정사각형 : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
⑤ 등변사다리꼴 : 한 밑변의 양 끝각의 크기가 같은 사다리꼴

해설
정사각형 : 네 내각의 크기가 같고, 네 변의 길이가 같은 사각형.

7. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이다. $\square ABCD = 28\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.



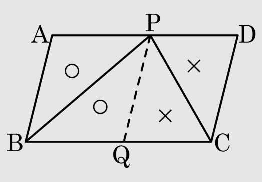
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 14 $\underline{\text{cm}^2}$

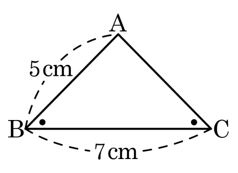
해설

그림에서와 같이 점 P 에서 $\overline{AB}$ 에 평행하도록 $\overline{PQ}$ 를 그으면,

$\triangle PBC = \frac{1}{2}\square ABCD$ 이므로 $\triangle PBC = \frac{1}{2} \times 28 = 14(\text{cm}^2)$



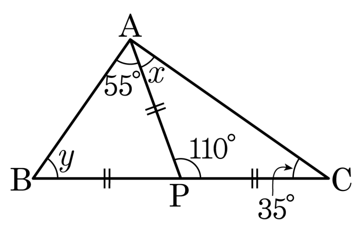
8. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 4cm　　② 4.5cm　　③ 5cm
④ 5.5cm　　⑤ 6cm

해설
$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로
$\overline{AC} = \overline{AB} = 5\text{cm}$

9. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{PC}}$ 와 길이가 같은 것을 알맞게 쓴 것은?

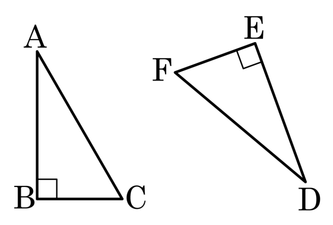


① $\overline{\mathrm{PA}}$, $\overline{\mathrm{AB}}$　② $\overline{\mathrm{PB}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$　③ $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{PA}}$
④ $\overline{\mathrm{PA}}$, $\overline{\mathrm{PB}}$　⑤ $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$

해설

$\angle\mathrm{PAC} = 35°$
따라서 $\triangle\mathrm{APC}$ 는 $\overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{PC}}$ 인 이등변삼각형
$\angle\mathrm{BPA} = 180° - 110° = 70°$
$\angle y = 180° - (70° + 55°) = 55°$
따라서 $\triangle\mathrm{ABP}$ 는 $\overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{PB}}$ 인 이등변삼각형
$\therefore \overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{PB}} = \overline{\mathrm{PC}}$

10. 다음 중 두 직각삼각형 ABC , DEF 가 서로 합동이 되는 조건이 아닌 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$ ② $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle A = \angle D$

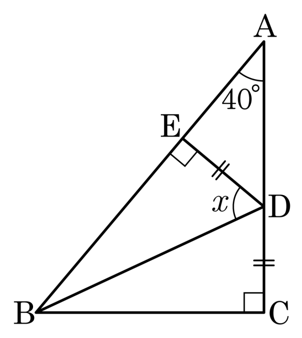
③ $\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle F$ ④ $\angle A = \angle D$, $\overline{AC} = \overline{DF}$

⑤ $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

해설

세 내각이 같다고 해서 합동이라 말할 수는 없다.

11. $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = \angle E = 90°$, $\angle A = 40°$, $\overline{CD} = \overline{ED}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

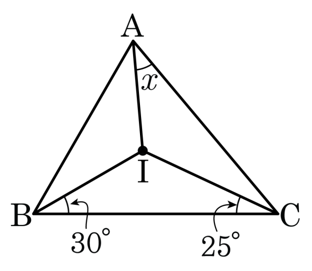


① 45° ② 50° ③ 65° ④ 70° ⑤ 75°

해설

$\triangle BDE \equiv \triangle BDC$(RHS합동) 이므로,
$\angle EBD = \angle CBD = 25°$, $\triangle BDE$ 에서 $\angle x = 65°$

12. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심 일 때, $\angle x$의 크기는?



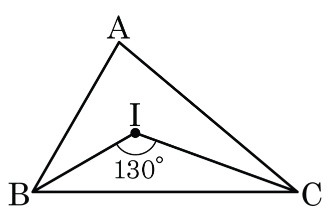
① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

$30^\circ + 25^\circ + \angle x = 90^\circ$

$\therefore \angle x = 35^\circ$

13. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle BIC = 130°$일 때, $\angle A$의 크기는?



① $80°$　② $70°$　③ $60°$　④ $50°$　⑤ $75°$

해설

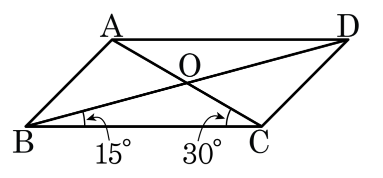
점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle BIC = 130° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle A = 80°$

14. 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, $\angle ACB = 30°$, $\angle CBD = 15°$ 라고 할 때, $\angle AOB$ 의 크기는?



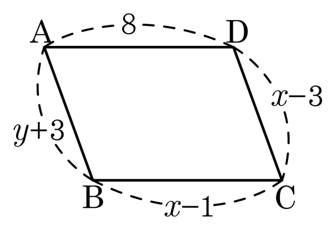
① 25° ② 30° ③ 35° ④ 40° ⑤ 45°

해설

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle ADO = \angle DBC = 15°$, $\angle DAO = \angle OCB = 30°$

$\angle AOB = \angle DAO + \angle ADO = 15° + 30° = 45°$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



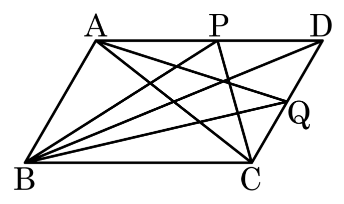
① $x=9,\ y=3$ ② $x=3,\ y=9$ ③ $x=9,\ y=5$

④ $x=5,\ y=3$ ⑤ $x=6,\ y=9$

해설

$x-1=8$에서 $x=9$,
$y+3=x-3=6$에서 $y=3$

16. 다음 그림에서 □ABCD는 평행사변형이다. 이 때, △ACP와 넓이가 같은 삼각형은?

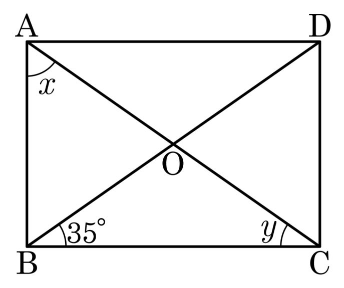


① △ABC　② △ACQ　③ △ABP
④ △PBC　⑤ △PCD

해설

△ACP와 △ABP는 밑변을 공통으로 하고, 높이가 같으므로 넓이가 같다.

17. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\angle DBC = 35°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



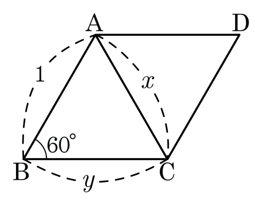
① 55° ② 65° ③ 90° ④ 100° ⑤ 120°

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 므로 $\angle ACB = \angle CAD = \angle y$

$\therefore \angle x + \angle y = 90°$

18. □ABCD 가 마름모일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AB} = \overline{BC}$

$\angle BAC = \angle BCA = 60°$

따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형, $x = y = 1,\ x + y = 2$

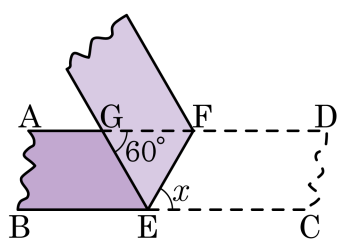
19. 다음 중 두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 사각형을 모두 고르면?

① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모
④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분한다.
정사각형은 직사각형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다.

20. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었다. $\angle \mathrm{FGE} = 60°$ 일 때, $\angle x$ 크기는?

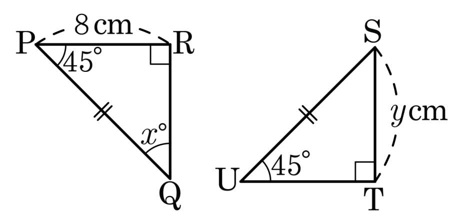


① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 80°

해설

$\angle \mathrm{GFE} = \angle \mathrm{FEC} = \angle x$ (엇각), 종이를 접었으므로 $\angle \mathrm{GEF} = \angle \mathrm{FEC} = \angle x$ 이다.
따라서 $\triangle \mathrm{GEF}$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이고 $60° + \angle x + \angle x = 180°$, $\angle x = 60°$ 이다.

21. 두 직각삼각형 PRQ, STU 가 다음 그림과 같을 때, $x-y$ 의 값은?



① 35　　② 37　　③ 40　　④ 45　　⑤ 48

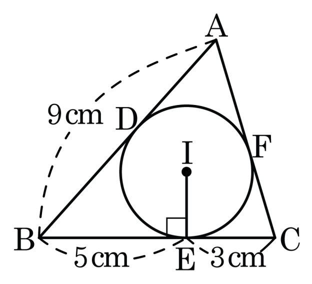
해설

$\triangle$PRQ, $\triangle$STU 는 RHA 합동 (두 삼각형은 모두 직각이등변삼각형) 이므로

$\angle x = 90° - 45° = 45°$, $\overline{ST} = \overline{PR} = 8\text{cm} = y$ cm

$\therefore x - y = 45 - 8 = 37$

22. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, $\triangle$ABC 의 넓이는?



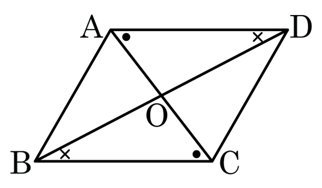
① 22cm^2　　② 23cm^2　　③ 24cm^2
④ 25cm^2　　⑤ 26cm^2

해설

$\overline{AF} = \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = \overline{AB} - \overline{BE} = 9 - 5 = 4$(cm) 이므로
$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 4 + 3 = 7$(cm) 이다.

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (9 + 8 + 7) = 24(cm^2)$ 이다.

23. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?

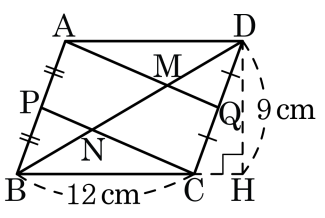


평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D, 점 A와 점 C를 이으면
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$(ASA 합동)이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

① 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설
평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명하는 과정이다.

24. 다음 평행사변형 ABCD 에서 점 P, Q 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점이다. $\overline{AQ}$, $\overline{PC}$ 가 대각선 BD 와 만나는 점을 각각 M, N 이라 할 때, □APNM 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $27\ \text{cm}^2$

해설

$\overline{AC}$ 를 그어 $\overline{BD}$ 와의 교점을 점 O 라고 하면

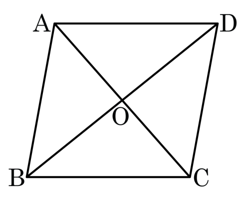
$\triangle AOM \equiv \triangle CON$

$\therefore$ □APNM $= \triangle APC$

$= \frac{1}{4}$□ABCD

$= \frac{1}{4} \times 12 \times 9 = 27(\text{cm}^2)$

25. 다음 보기 중 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건이 아닌 것을 모두 고르면?



보기

㉠ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

㉡ $\overline{BO} = \overline{CO}$, $\angle ABC = 90°$

㉢ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

㉣ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

㉤ $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

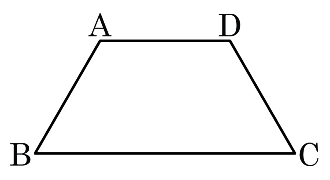
① ㉠, ㉣　　② ㉢, ㉣　　③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉤　　⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

평행사변형이 정사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분하면 된다. 그리고 네 변의 길이가 같고 네 각의 크기가 모두 같으면 된다. 따라서 $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$ 또는 $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$ 또는 $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$이면 된다.

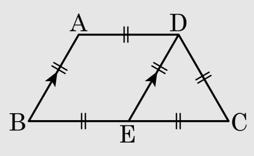
26. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$인 사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = 2\overline{AD}$일 때, $\angle B$의 크기는?



① 45°　② 50°　③ 55°　④ 60°　⑤ 70°

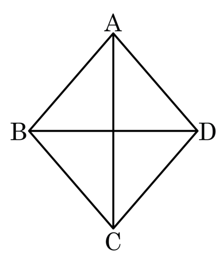
해설

점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선과 $\overline{BC}$가 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BE}$, $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DE}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.
$\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AD} = \overline{BE}$
$\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{EC}$이므로 △DEC는 정삼각형이고, $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DE}$이므로 $\angle B = \angle DEC = 60°$이다.

27. 다음 그림의 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 서로 같다.
㉡ 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
㉢ 네 변의 길이가 모두 같다.
㉣ 네 각의 크기가 모두 직각이다.
㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

▶ 답 :

▶ 답 :

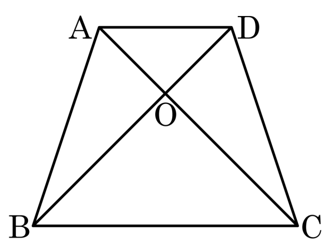
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이 된다.
두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것과 네 변의 길이가 모두 같은 것은 마름모의 성질이다.

28. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. $\triangle AOD = 48\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?

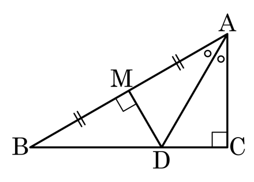


① 432cm^2 ② 480cm^2 ③ 562cm^2
④ 600cm^2 ⑤ 642cm^2

해설

$\triangle AOD : \triangle COD = 1 : 2$ 이므로
$48 : \triangle COD = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COD = 96\,\text{cm}^2$
이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로
$\triangle ABO = \triangle COD = 96\,\text{cm}^2$
또, $\triangle ABO : \triangle COB = 1 : 2$ 이므로
$96 : \triangle COB = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COB = 192\,\text{cm}^2$
$\therefore \square ABCD = 48 + 96 + 96 + 192 = 432(\text{cm}^2)$

29. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D 에서 만날 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



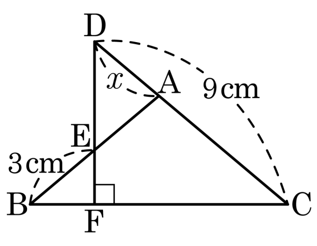
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 30°

해설

$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA 합동), $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle B = \angle MAD$ 이다.
$\angle B + \angle A = 90°$ 이고
$\angle A = 2\angle MAD = 2\angle B$ 이므로
$3\angle B = 90°$, 따라서 $\angle B = 30°$ 이다.

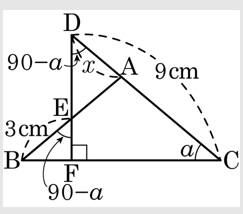
30. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle DFC = 90°$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

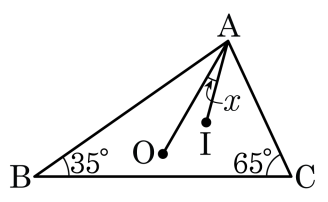
▷ 정답 : 3 cm

해설



$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = a$ 라 하면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = a$ 이다.
따라서 $\triangle BEF$ 에서 $\angle BEF = 90° - a$ 이고 마찬가지로 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF = 90° - a$ 이다. 즉, $\angle BEF = \angle CDF$, $\angle BEF = \angle AED$ (맞꼭지각) 이다.
따라서 $\angle CDF = \angle AED$ 이므로 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AD} = \overline{AE} = x(\text{cm})$, $\overline{AB} = x+3(\text{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{AC} = \overline{AB} = 9 - x(\text{cm})$ 이므로 $x + 3 = 9 - x$, $x = 3(\text{cm})$ 이다.

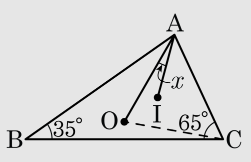
31. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35°$, $\angle C = 65°$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① $10°$ ② $12°$ ③ $15°$ ④ $18°$ ⑤ $20°$

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,

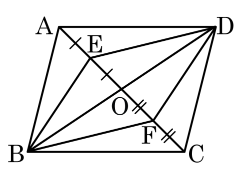


i) $\angle B = 35°$ 이므로 $\angle AOC = 70°$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ $\therefore \angle OAC = 55°$

ii) $\angle A = 180° - (35° + 65°) = 80°$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

$\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55° - 40° = 15°$ $\therefore$ $\angle x = 15°$

32. 평행사변형 ABCD 의 대각선 AC 위에 두 점 E , F 를 각각 $\overline{AE} = \overline{EO}$, $\overline{OF} = \overline{FC}$ 가 되게 잡을 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 평행사변형 EBFD 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



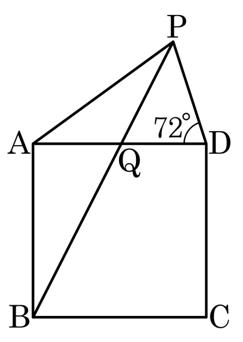
▶ 답 : ______ 배

▷ 정답 : 2 배

해설

$\triangle AOB \equiv \triangle DOC$ 이고 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$
$\overline{AO} = 2\overline{EO}$ 이므로 $\triangle AOD = 2\triangle EOD$ 가 된다.
같은 방법으로 $\triangle DOC = 2\triangle DOF$, $\triangle OBC = 2\triangle OBF$, $\triangle AOB = 2\triangle EOB$ 가 된다.
따라서 전체 평행사변형 ABCD 의 넓이는 평행사변형 EBFD 의 넓이의 2 배가 된다.

33. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이다. $\overline{AD} = \overline{AP}$이고 $\angle ADP = 72°$일 때, $\angle AQB$의 크기를 구하여라.



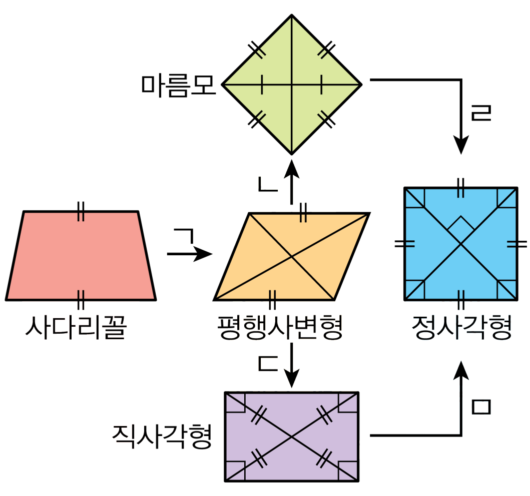
▶ 답: $\underline{\qquad}°$

▷ 정답: $\underline{63}°$

해설

$\angle APD = \angle ADP = 72°$
$\angle PAD = 180° - 72° \times 2 = 36°$
$\angle PAB = 36° + 90° = 126°$
$\angle APQ = (180° - 126°) \div 2 = 27°$
$\angle AQB = 27° + 36° = 63°$

34. 다음 그림은 사각형들 사이의 포함 관계를 나타낸 것이다. ㄱ~ㅁ 중 각 도형이 되기 위한 조건으로 옳지 않은 것은?



① ㄱ. 다른 한 쌍의 대변도 평행하다.

② ㄴ. 두 대각선이 직교한다.

③ ㄷ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

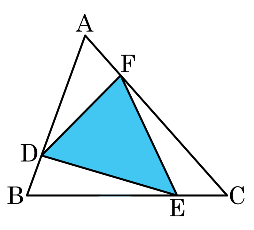
④ ㄹ. 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.

⑤ ㅁ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 $90°$ 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

35. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{BE} : \overline{EC} = \overline{CF} : \overline{FA} = 3 : 1$ 이다. $\triangle ADF = 6\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $14\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$\begin{aligned}\triangle ADF &= \frac{3}{4}\triangle ABF \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}\triangle ABC \\ &= \frac{3}{16}\triangle ABC\end{aligned}$$

$\triangle ABC = \frac{16}{3}\triangle ADF = \frac{16}{3} \times 6 = 32\ (\mathrm{cm}^2)$

마찬가지로 $\triangle DBE = \frac{3}{16}\triangle ABC$,

$\triangle FEC = \frac{3}{16}\triangle ABC$

$\therefore\ \triangle DEF = \frac{7}{16}\triangle ABC = \frac{7}{16} \times 32 = 14\ (\mathrm{cm}^2)$