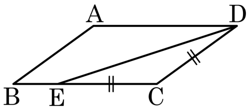
1. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 4 : 1$, $\overline{DC} = \overline{CE}$ 일 때, $\angle CDE$ 의 크기는 ?



▶ **답:** ____ °

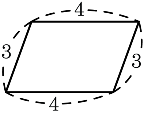
▷ **정답:** 18 °

해설

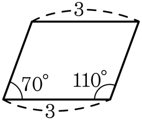
$\angle A = \angle C$ 이고 $\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A : \angle B = 4 : 1$ 이므로 $\angle A = \frac{4}{5} \times 180 = 144°$ 이다. 따라서 $\angle CDE = (180 - 144) \div 2 = 18°$ 이다.

2. 다음 사각형 중 평행사변형인 것을 모두 구하면?

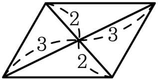
①



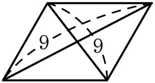
②



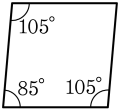
③



④



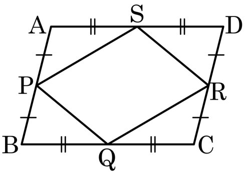
⑤



해설

평행사변형의 대각선은 서로 다른 것을 이등분 한다.

3. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 도형이 되는가?



① 정사각형 ② 마름모

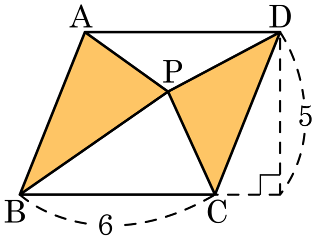
③ 직사각형 ④ 평행사변형

⑤ 사다리꼴

해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

4. 다음 그림과 같이 평행사변형 내부에 한 점 P를 잡았을 때, 어두운 부분의 넓이의 합은?



① 5　② 10　③ 15　④ 20　⑤ 25

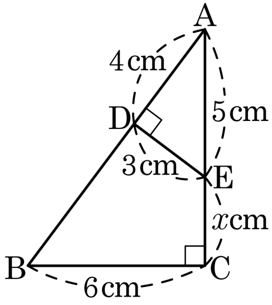
해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC}$이다.

평행사변형의 넓이가 $5 \times 6 = 30$이므로

$\triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \frac{1}{2} \times 30 = 15$

5. 다음 그림에서 x 의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서 $\angle A$ 는 공통,

$\angle ACB = \angle ADE = 90°$ 이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (AA 닮음)

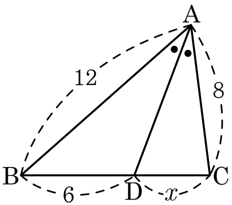
$\overline{AC} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{ED}$

$(5 + x) : 4 = 6 : 3$

$3(5 + x) = 24$

$5 + x = 8 \qquad \therefore \ x = 3$

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선일 때, $\overline{DC}$ 의 길이는?

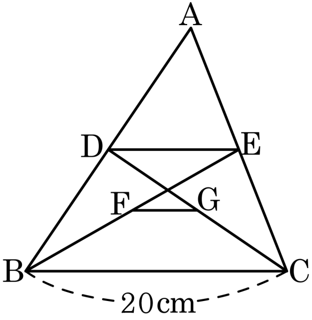


① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 에서 $12 : 8 = 6 : x$, $12x = 48 \therefore x = 4$

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 중점이고, 점 F, G 는 각각 $\overline{BE}, \overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{BC} = 20\text{cm}$ 일 때, $\overline{FG}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?



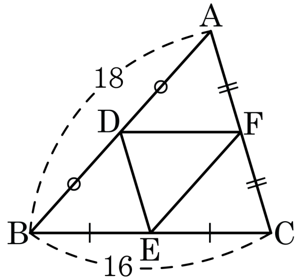
① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 10\,(\text{cm})$$

$$\overline{FG} = \frac{1}{2}(20 - 10) = 5\,(\text{cm})$$

8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 각 변의 중점이 점 D, E, F이고, $\triangle DEF$의 둘레의 길이가 24 일 때, $\overline{AC}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

중점연결정리에 의해

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{BA}$, $\overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{CB}$이다.

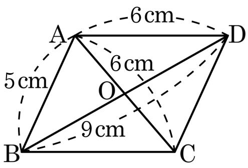
$\triangle DEF$의 둘레의 길이는

$\overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{BA} + \overline{CB}) = 24$이므로 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 48$이다. 따라서

$\overline{AC} = 48 - 18 - 16 = 14$이다.

9. 다음 중 평행사변형 ABCD 의 $\triangle$OBC 와 $\triangle$OCD 의 둘레를 차례로 나열한 것은?



① 11 cm, 12 cm

② 12.5 cm, 12.5 cm

③ 12 cm, 13 cm

④ 13.5 cm, 12.5 cm

⑤ 13 cm, 13 cm

해설

평행사변형이므로 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분한다.

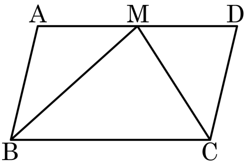
$\triangle$OBC 의 둘레는

$\overline{OB}+\overline{OC}+\overline{BC}=4.5+3+6=13.5(\text{cm})$

$\triangle$OCD 의 둘레는

$\overline{OC}+\overline{OD}+\overline{CD}=3+4.5+5=12.5(\text{cm})$

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 선분 $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이 되면 ▫ABCD 는 어떤 사각형인가?

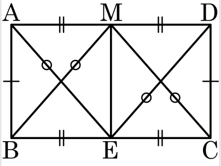


① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형

④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설

그림과 같이 $\overline{ME}$ 을 그리면,

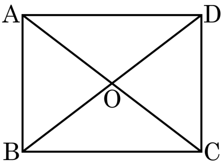


$\overline{BM} = \overline{AE}$ 이고, $\overline{CM} = \overline{DE}$ 이므로

▫ABEM 과 ▫MECD 는 직사각형

∴ ▫ABCD 는 직사각형이다.

11. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건은?



① $\overline{AB} = \overline{AC}$　② $\angle A = 90°$

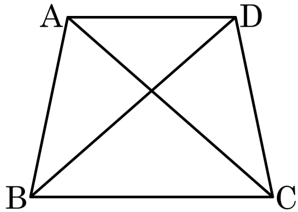
③ $\angle AOB = 90°$　④ $\overline{AO} = \overline{BO}$

⑤ $\angle CDA = \angle ACB$

해설

직사각형이 정사각형이 되려면 네 변의 길이가 모두 같거나 두 대각선이 서로 수직이등분하면 된다.
따라서 $\angle AOB = 90°$ 이다.

12. 다음 그림처럼 사각형 ABCD가 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴일 때, 다음 중 옳은 것은?



보기

㉠ $2 \times \overline{AD} = \overline{BC}$

㉡ $\angle ABC = 2\angle ABD$

㉢ $\angle DBC = \angle ACD$

㉣ $\angle BAC = \angle CDB$

㉤ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉢　④ ㉢, ㉤　⑤ ㉣, ㉤

해설

㉣ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$이므로 $\angle BAC = \angle CDB$

㉤ $\overline{AB} = \overline{CD}$이고, $\overline{BC}$는 공통,

$\angle B = \angle C$이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$이다.

13. 다음 보기의 사각형 중에서 각 변의 중점을 이어 만든 사각형이 마름모가 되는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 평행사변형 ㉡ 사다리꼴
㉢ 등변사다리꼴 ㉣ 직사각형
㉤ 정사각형 ㉥ 마름모

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

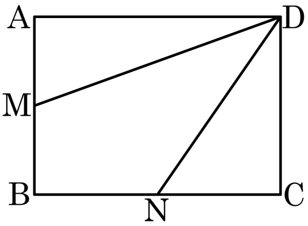
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
등변사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
직사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
정사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 정사각형이 된다. 따라서 마름모가 된다.
마름모의 중점을 이어 만든 사각형은 직사각형이 된다.

14. 직사각형 ABCD 에서 점 M, N 은 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\square ABCD = 50\text{cm}^2$ 일 때, $\square MBND$ 의 넓이를 구하면?



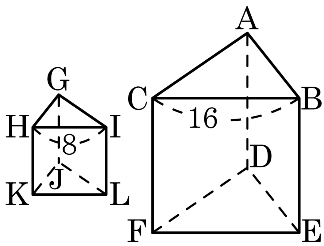
① 12.5cm^2　② 20cm^2　③ 25cm^2　④ 27.5cm^2　⑤ 30cm^2

해설

점 M, N 이 모두 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 중점이므로

$\square MBND = \frac{1}{2}\square ABCD = 25\text{cm}^2$

15. 다음과 같이 닮은 삼각기둥에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{GH}$, $\overline{BC}$ 와 $\overline{HI}$, $\overline{AC}$ 와 $\overline{GI}$ 가 서로 대응한다고 할 때, 다음 중 옳은 것의 기호를 써라.



㉠ $\triangle ABC$ 와 $\triangle GHI$ 의 닮음비는 $5:3$ 이다.

㉡ $\triangle DEF \equiv \triangle JKL$

㉢ $\angle ABC \neq \angle GHI$

㉣ $\dfrac{\overline{HI}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{GH}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{GI}}{\overline{AC}}$

㉤ $\dfrac{\overline{GH}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{HI}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{JK}}{\overline{BE}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

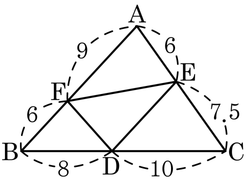
㉠ $2:1$ 이다.

㉡ $\triangle DEF \backsim \triangle JKL$

㉢ $\angle ABC = \angle GHI$

㉤ $\dfrac{\overline{GH}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{HI}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{JK}}{\overline{DE}}$

16. 다음 그림에서 선분 $\mathrm{DE}, \mathrm{EF}, \mathrm{FD}$ 중에서 $\triangle\mathrm{ABC}$의 변에 평행한 선분을 기호로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{\mathrm{ED}}$

해설

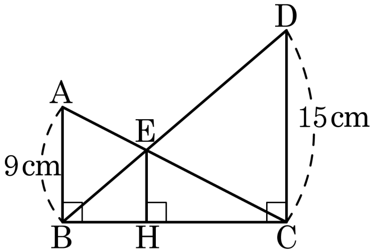
$9 : 6 \neq 6 : 7.5$

$8 : 10 \neq 6 : 9$

$7.5 : 6 = 10 : 8$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}} \,//\, \overline{\mathrm{ED}}$

17. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{DC} = 15\text{cm}$, $\overline{AB} // \overline{EH} // \overline{DC}$ 일 때, $\overline{EH}$ 의 길이는?



① $\dfrac{15}{8}\text{cm}$ ② $\dfrac{45}{8}\text{cm}$ ③ 8cm

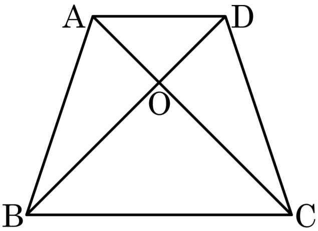
④ $\dfrac{58}{7}\text{cm}$ ⑤ 9cm

해설

$\overline{AB} // \overline{EH} // \overline{DC}$ 이므로 $\overline{EH} = \dfrac{\overline{AB} \times \overline{DC}}{\overline{AB} + \overline{DC}} = \dfrac{9 \times 15}{9 + 15} = \dfrac{45}{8}(\text{cm})$

이다.

18. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AO} : \overline{CO} = 1 : 2$ 이고 사다리꼴 ABCD 의 넓이가 27cm^2 일 때, $\triangle$ABO 의 넓이는?



① 6cm^2　② 7cm^2　③ 8cm^2

④ 9cm^2　⑤ 10cm^2

해설

$\square ABCD = \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle OBC + \triangle ABO$ 이다.

$\triangle AOD$ 의 넓이를 a 라고 하면, $1 : 2 = a : \triangle DOC$, $\triangle DOC = 2a$

$\triangle DOC = \triangle ABO = 2a$, $1 : 2 = 2a : \triangle BOC$, $\triangle BOC = 4a$

$\square ABCD = a + 2a + 2a + 4a = 9a = 27\text{cm}^2$, $a = 3\text{cm}^2$

$\therefore\ \triangle ABO = 2a = 6\text{cm}^2$

19. 세 변의 길이가 18cm , 24cm , 36cm 인 삼각형이 있다. 한 변의 길이가 3cm 이고 이 삼각형과 닮음인 삼각형 중에서 가장 작은 삼각형과 가장 큰 삼각형의 닮음비를 구하여라.

① 2 : 3 ② 4 : 5 ③ 1 : 2 ④ 3 : 5 ⑤ 1 : 3

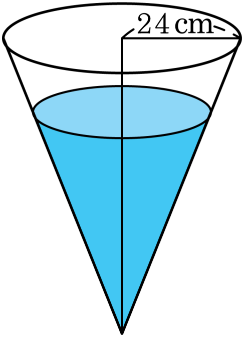
해설

주어진 삼각형의 변의 길이의 비는 $18 : 24 : 36 = 3 : 4 : 6$ 이고 한 변의 길이가 3cm 인 삼각형을 만들면 3가지 경우가 나온다.

그 중 가장 작은 삼각형의 세 변의 길이는 $\frac{3}{2} : 2 : 3$ 이고, 가장 큰 삼각형의 세 변의 길이는 $3 : 4 : 6$ 이다.

따라서 가장 작은 삼각형과 가장 큰 삼각형의 닮음비는 $3 : 6 = 1 : 2$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 한 시간 동안 물을 받았더니 전체 높이의 $\frac{3}{4}$ 만큼 물이 찼다. 이때, 수면의 지름의 길이를 구하여라.



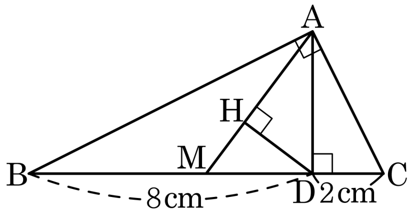
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 36 cm

해설

그릇 전체와 물이 채워진 부분까지의 닮음비가 4 : 3 이므로
수면의 반지름의 길이를 $x$cm 라고 하면 $4:3=24:x$, $x=18$
따라서 지름의 길이는 36cm 이다.

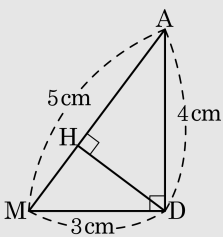
21. 다음 그림의 $\angle A = 90°$인 $\triangle ABC$에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{DH} \perp \overline{AM}$이다. $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 2\text{cm}$일 때, $\overline{DH}$의 길이를 구하면?



① $\dfrac{12}{5}\text{cm}$　② 8cm　③ $\dfrac{17}{5}\text{cm}$
④ 9cm　⑤ $\dfrac{19}{5}\text{cm}$

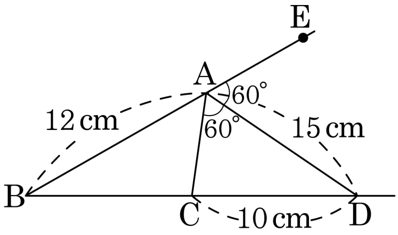
해설

i) $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC} = 8 \times 2 = 16$
$\therefore \overline{AD} = 4(\text{cm})$ ($\because \overline{AD} > 0$)



점 M은 $\triangle ABC$의 외심이다.
$\overline{BM} = \overline{CM} = \overline{AM} = 5\text{cm}$
$\overline{MD} = 5 - 2 = 3$
ii) $\overline{MD} \times \overline{AD} = \overline{AM} \times \overline{DH}$이므로
$3 \times 4 = 5 \times \overline{DH}$
$\therefore \overline{DH} = \dfrac{12}{5}\text{cm}$

22. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle CAD = \angle EAD = 60°$, $\overline{AB} = 12cm$, $\overline{CD} = 10cm$, $\overline{AD} = 15cm$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 6cm ② 5cm ③ $\frac{24}{5}$cm

④ $\frac{15}{4}$cm ⑤ $\frac{20}{3}$cm

해설

$\angle BAC = 60°$ 이므로 $\overline{AC}$ 는 $\angle BAD$ 의 이등분선이다.

따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{CD}$ 이므로

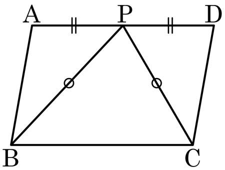
$12 : 15 = \overline{BC} : 10$

$\therefore \overline{BC} = 8(\text{cm})$

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로 $12 : \overline{AC} = 18 : 10$

따라서 $\overline{AC} = \frac{20}{3}$ cm이다.

23. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AM} = \overline{DM}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 일 때, $\angle D$ 의 크기는?



① $70°$　② $80°$　③ $90°$

④ $100°$　⑤ $110°$

해설

$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AM} = \overline{DM}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로

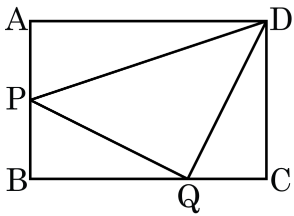
$\triangle ABM \equiv \triangle DCM$(SSS합동)

$\angle A + \angle D = 180°$

$\angle A = \angle D$ 이므로

$\therefore \angle A = \angle D = 180° \times \frac{1}{2} = 90°$

24. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$, $\overline{BQ} : \overline{QC} = 2 : 1$, $\overline{AP} = \overline{PB}$ 일 때, $\angle DPQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad ^\circ}$

▷ 정답 : $45\underline{^\circ}$

해설

$\overline{PB} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\overline{BC} = \frac{1}{3}\overline{BC} = \overline{QC}$,

$\angle B = \angle C$,

$\overline{BQ} = \frac{2}{3}\overline{BC} = \overline{CD}$,

$\therefore \triangle PBQ \equiv \triangle QCD$

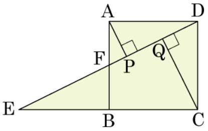
따라서 $\overline{PQ} = \overline{QD}$ 이므로

$$\begin{aligned}\angle PQD &= 180^\circ - (\angle PQB + \angle DQC) \\ &= 180^\circ - (\angle PQB + \angle QPB) \\ &= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ\end{aligned}$$

$\triangle DPQ$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore \angle DPQ = 45^\circ$

25. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이다. $\overline{BC}$의 연장선 위에 점 E를 잡고, $\overline{ED}$ 위에 점 A, C에서 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{AF} = 8\,\text{cm}$, $\overline{AP} = 6\,\text{cm}$이다. 이 때, $\overline{DQ}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

△APD와 △DQC에서

$\angle ADP = \angle DCQ$, $\overline{AD} = \overline{DC}$, $\angle APD = \angle DQC$

△APD ≡ △DQC (RHA합동)

$\therefore\ \overline{DQ} = \overline{AP} = 6\,(\text{cm})$