1. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 P 에서 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ( )안에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

[증명]
$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
$\angle POA =$ (①) ·····㉠
(②) 는 공통 ·····㉡
(③) $= \angle OBP = 90°$ ·····㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (④) 합동
$\therefore$ (⑤) $= \overline{PB}$

① $\angle POB$ ② $\overline{OP}$ ③ $\angle OAP$
④ RHS ⑤ $\overline{PA}$

해설

$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서$\angle POA =$ ($\angle POB$) ·····㉠
($\overline{OP}$) 는 공통 ·····㉡
($\angle OAP$) $= \angle OBP = 90°$ ·····㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (RHA) 합동
$\therefore$ ($\overline{PA}$) $= \overline{PB}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

2. 다음은 (가) 사각형의 각 변의 중점을 차례로 연결했을 때 생기는 사각형이 (나) 이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 가 : 등변사다리꼴 → 나 : 직사각형

② 가 : 평행사변형 → 나 : 평행사변형

③ 가 : 직사각형 → 나 : 마름모

④ 가 : 정사각형 → 나 : 정사각형

⑤ 가 : 마름모 → 나 : 직사각형

해설

① 등변사다리꼴의 중점 연결 → 마름모

3. 마름모의 성질이 아닌 것은?

① 두 대각선의 길이가 같다.

② 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

③ 대각선에 의해 대각이 이등분된다.

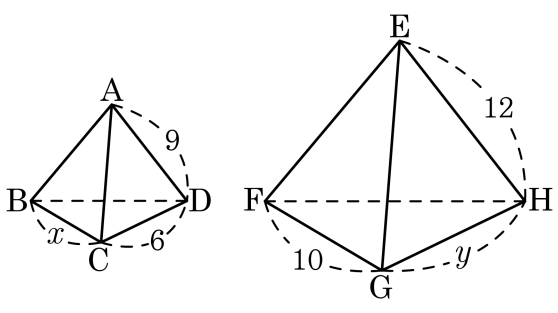
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

⑤ 대각의 크기가 같다.

해설

두 대각선의 길이는 같지 않다.

4. 다음 그림에서 두 삼각뿔 A – BCD 와 E – FGH 가 서로 닮은 도형일 때, $y - x$ 의 값을 소수로 나타내어라.



▶ 답:

▷ 정답: 0.5

해설

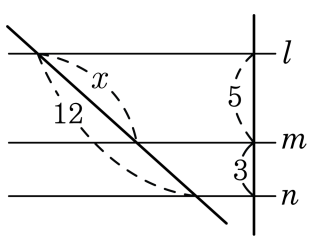
두 입체도형이 서로 닮음이므로
$9 : 12 = 3 : 4 = x : 10$ 이다.

따라서 $4x = 30$, $x = \frac{15}{2}$ 이고

$3 : 4 = 6 : y$, $3y = 24$, $y = 8$ 이다.

따라서 $y - x = \frac{1}{2} = 0.5$ 이다.

5. 다음 그림에서 $l \,//\, m \,//\, n$ 일 때, x의 값은?



① $\frac{36}{5}$ ② $\frac{17}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 10

해설

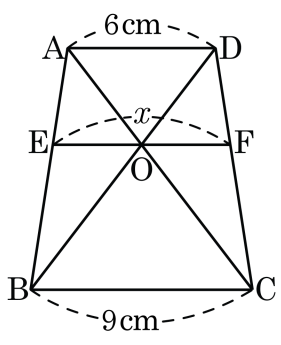
$5 : 3 = x : (12 - x)$

$3x = 60 - 5x$

$8x = 60$

$\therefore\ x = \frac{15}{2}$

6. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴의 대각선의 교점 O 를 지나 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 7.1cm ② 7.2cm ③ 7.3cm

④ 7.4cm ⑤ 7.5cm

해설

$\overline{AD}//\overline{BC}$ 이므로 $\triangle AOD \backsim \triangle COB$

$\therefore\ \overline{AO} : \overline{CO} = \overline{AD} : \overline{CB} = 6 : 9 = 2 : 3$

$\triangle AEO \backsim \triangle ABC$ 이므로

$\overline{AO} : \overline{AC} = \overline{EO} : \overline{BC} = 2 : 5$

$\overline{EO} : 9 = 2 : 5 \therefore\ \overline{EO} = 3.6(\text{cm})$

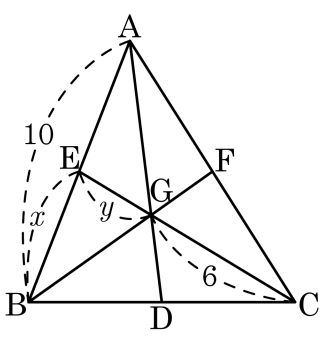
$\triangle DOF \backsim \triangle DBC$ 이므로

$\overline{OF} : \overline{BC} = \overline{DO} : \overline{DB} = 2 : 5$

$\overline{OF} : 9 = 2 : 5 \therefore\ \overline{OF} = 3.6(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{EF} = \overline{EO} + \overline{OF} = 3.6 + 3.6 = 7.2(\text{cm})$

7. 다음 그림에서 점 G가 △ABC의 무게중심일 때, $x-y$를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$\overline{CE}$가 중선이므로 $\overline{AE}=\overline{BE}$

$x=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 10=5$

$\overline{CG}:\overline{GE}=2:1$ 이므로 $6:y=2:1$

$y=3$

$\therefore x-y=5-3=2$

8. 닮은 두 정육면체 M 과 N 의 겉넓이의 비가 4 : 9 이고 M 의 겉넓이가 24 일 때, N 의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

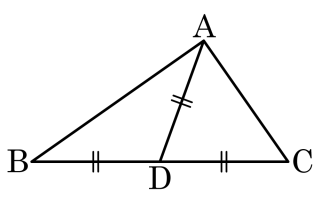
▷ 정답 : 3

해설

N 의 겉넓이는 $24 \times \frac{9}{4} = 54$ 이다.

정육면체 N 의 한 모서리의 길이를 x 라 할 때,
겉넓이는 $6x^2 = 54$ 이므로 $x = 3$

9. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 D 라 할 때, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이면 $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



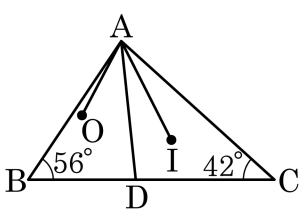
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 90 °

해설

$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 직각삼각형의 외심이다.

10. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 56°$, $\angle C = 42°$ 이고 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle OAI$ 의 크기를 구하여라.



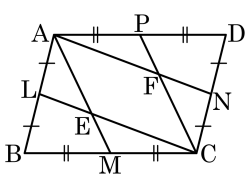
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 55 °

해설

$\angle OAD = (180° - 56° \times 2) \div 2 = 34°$
$\angle IAD = 42° \div 2 = 21°$
$\therefore \angle OAI = 34° + 21° = 55°$

11. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. □ABCD 의 각 변의 중점을 각각 L, M, N, P 라 하고 $\overline{AM}$ 과 $\overline{CL}$ 의 교점을 E, $\overline{AN}$ 과 $\overline{CP}$ 의 교점을 F 라고 할 때, □AECF 는 어떤 사각형인지 말하여라.



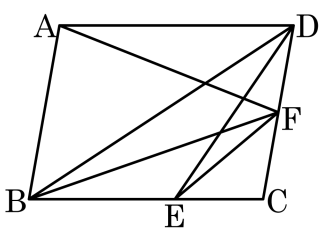
▶ 답:

▷ 정답: 평행사변형

해설

□ALCN 은 평행사변형이므로
$\overline{AF} // \overline{EC}$
□AMCP 도 평행사변형이므로
$\overline{AE} // \overline{FC}$
따라서 □AECF 는 평행사변형이다.

12. 다음 그림은 평행사변형 ABCD 이다. 다음 보기 중 넓이가 가장 넓은 것을 골라라.(정답 2 개)



보기

㉠ △ADF	㉡ △ABD	㉢ △BDF
㉣ △BFC	㉤ △CDE	㉥ △ABF

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉥

해설

밑변이 공통이면 높이가 높은 것이 넓이가 넓다.
평행사변형의 평행한 직선 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 에서 모두 밑변을 가지고 있으므로
밑변이 가장 긴 것을 찾고 그중 높이가 높은 것을 찾는다.
따라서 △ABD, △ABF 가 가장 넓은 삼각형이다.

13. 다음 보기중 항상 닮음인 두 도형을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 두 정삼각형　　㉡ 두 마름모

㉢ 두 원　　㉣ 두 직사각형

㉤ 두 이등변삼각형　　㉥ 두 정사각형

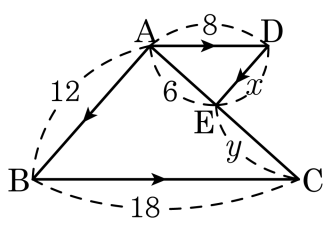
① ㉠, ㉢　② ㉠, ㉢, ㉥　③ ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉢, ㉣, ㉤　⑤ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

해설

두 원, 변의 개수가 같은 두 정다각형은 항상 닮은 도형이다.
따라서 ㉠, ㉢, ㉥이다.

14. 다음 그림에서 $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AB} // \overline{DE}$일 때, 두 수 x , y의 곱 xy의 값을 구하면?



① 38 ② 40 ③ 42 ④ 48 ⑤ 52

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle EDA$에서 $\angle DAE = \angle ECB$(엇각) , $\angle B = \angle D$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle EDA$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{ED} : \overline{DA}$, $12 : 18 = x : 8$

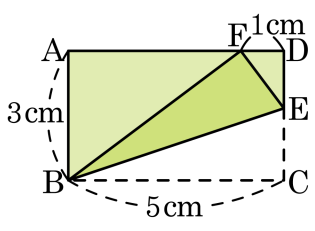
$x = \dfrac{16}{3}$

$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{EA} : \overline{DA}$, $(6 + y) : 18 = 6 : 8$

$y = \dfrac{15}{2}$

따라서 $xy = \dfrac{16}{3} \times \dfrac{15}{2} = 40$ 이다.

15. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 를 접는 선으로 하여 점 C 가 점 F 에 오도록 접은 것이다. $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

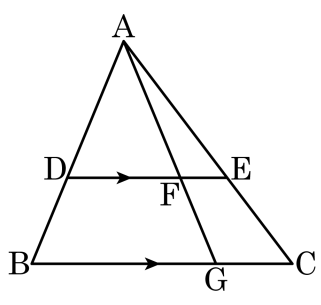
▷ 정답 : $\frac{5}{3}$ cm

해설

$\triangle ABF \backsim \triangle DFE$(AA 닮음) 이므로 $3 : 1 = 5 : \overline{EF}$

$\therefore \overline{EF} = \frac{5}{3}$(cm)

16. 다음 그림에서 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



보기

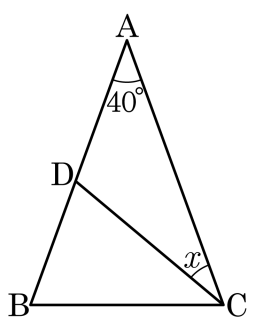
㉠ $\frac{\overline{DF}}{\overline{FE}} = \frac{\overline{BG}}{\overline{GC}}$
㉡ $\overline{DF} : \overline{BG} = \overline{AE} : \overline{EC}$
㉢ $\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{DB}$
㉣ $\frac{\overline{FE}}{\overline{GC}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$
㉤ $\frac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$

① ㉠,㉡ ② ㉠,㉢,㉣ ③ ㉢,㉣,㉤
④ ㉡,㉢,㉣ ⑤ ㉠,㉡,㉤

해설

㉡ $\overline{DF} : \overline{BG} = \overline{AE} : \overline{AC}$ ㉤ $\frac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$

17. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle A = 40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$에서

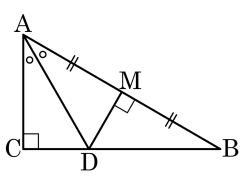
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 70°) = 40°$

따라서 $\angle x = 70° - 40° = 30°$이다.

18. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{AB}$의 수직이등분선이 $\overline{BC}$위의 점 D에서 만날 때, $\angle MAD$의 크기는?



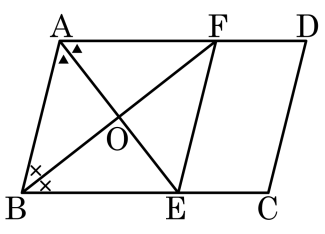
① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$

④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA합동),
$\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS합동)이므로
$\angle ADC = \angle ADM = \angle BDM$
한편 $\angle ADC + \angle ADM + \angle BDM = 180°$이므로
$\angle ADC = \angle ADM = \angle BDM = 60°$
따라서 $\angle MAD = 30°$이다.

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$는 각각 $\angle A$, $\angle B$의 이등분선이다. 이 때, $\square ABEF$는 어떤 사각형인가?

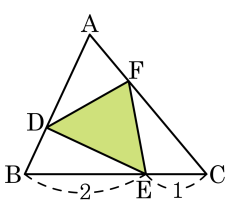


① 직사각형 ② 마름모 ③ 정사각형
④ 등변사다리꼴 ⑤ 사다리꼴

해설

$\angle ABF = \angle EFB = \angle EBF$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{FE}$
이웃하는 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.

20. $\triangle ABC$ 에서 점 D, E, F 는 각 변을 $2:1$ 로 내분하는 점이다. $\triangle ADF = 4\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① $\frac{8}{9}\,\text{cm}^2$ ② $\frac{32}{9}\,\text{cm}^2$ ③ $\frac{46}{9}\,\text{cm}^2$
④ $6\,\text{cm}^2$ ⑤ $8\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ADF = \frac{2}{3}\triangle FAB = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\triangle ABC\right) = \frac{2}{9}\triangle ABC$

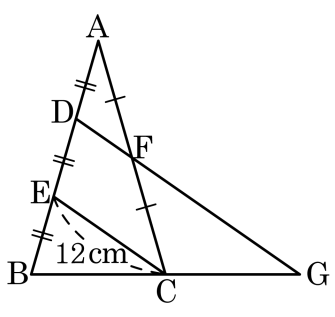
마찬가지 방법으로 $\triangle BDE = \triangle CEF = \frac{2}{9}\triangle ABC$

따라서 $\triangle DEF = \frac{1}{3}\triangle ABC$

그런데 $\triangle ADF = 4\,\text{cm}^2$ 이므로 $\triangle ABC = 18\,\text{cm}^2$

$\triangle DEF = 6\,\text{cm}^2$

21. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 의 삼등분점을 D, E, $\overline{AC}$ 의 중점을 F 라 하고 $\overline{DF}$와$\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하자. $\overline{EC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{FG}$ 의 길이는?

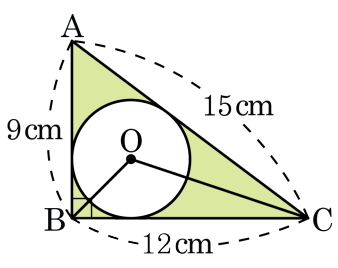


① 16cm ② 18cm ③ 20cm ④ 22cm ⑤ 24cm

해설

$\overline{AD} : \overline{AE} = \overline{DF} : \overline{EC}$ 이므로 $\overline{DF} = 6$
$\overline{BE} : \overline{BD} = \overline{EC} : \overline{DG}$ 이므로 $\overline{DG} = 24$
$\overline{FG} = \overline{DG} - \overline{DF} = 24 - 6 = 18(\text{cm})$

22. 직각삼각형 ABC 에 원 O 가 내접되었을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



① $(54-6\pi)\,\mathrm{cm}^2$ ② $(54-7\pi)\,\mathrm{cm}^2$

③ $(54-8\pi)\,\mathrm{cm}^2$ ④ $(54-9\pi)\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $(54-10\pi)\,\mathrm{cm}^2$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하면

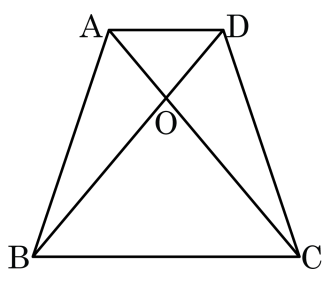
$\frac{1}{2}r\times(9+15+12)=\frac{1}{2}\times 9\times 12$

$\therefore r=3(\,\mathrm{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times 9\times 12-3^2\times\pi=54-9\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

23. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\triangle AOD = 16\,\mathrm{cm}^2$이다. $\overline{AO} : \overline{OC} = 4 : 7$일 때, $\square ABCD$의 넓이로 알맞은 것은?



① $100\,\mathrm{cm}^2$ ② $107\,\mathrm{cm}^2$ ③ $114\,\mathrm{cm}^2$

④ $121\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $128\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle DOC = \frac{7}{4} \times 16 = 28\,(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle OAB = \triangle ODC$이므로

$\triangle OBC = \frac{7}{4} \times 28 = 49\,(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \square ABCD = 16 + 28 \times 2 + 49 = 121\,(\mathrm{cm}^2)$