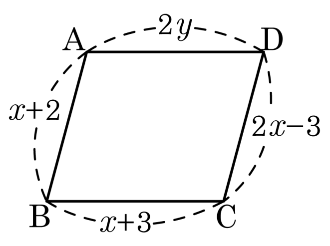
1. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



▶ 답:

▶ 답:

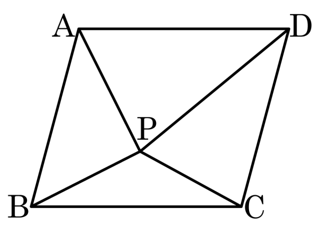
▷ 정답: $x = 5$

▷ 정답: $y = 4$

해설

$x + 2 = 2x - 3$에서 $x = 5$,
$2y = x + 3 = 8$에서 $y = 4$

2. 다음과 같은 평행사변형 ABCD의 내부에 임의의 한 점 P를 잡았다고 한다. $\triangle PAD = 40\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 25\text{cm}^2$라고 할 때, 평행사변형 ABCD의 넓이= (　　　)cm^2를 구하여라.



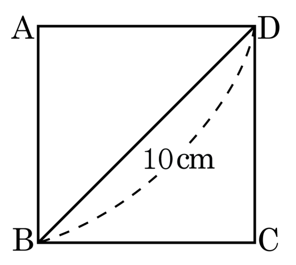
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $130\,\text{cm}^2$

해설

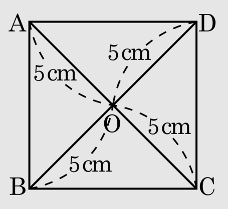
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이다.
$\triangle PAD = 40\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 25\text{cm}^2$이므로
$40 + 25 = \frac{1}{2}\square ABCD$이다.
따라서 평행사변형 ABCD의 넓이는 $65 \times 2 = 130(\text{cm}^2)$이다.

3. 다음 그림과 같이 한 대각선의 길이가 10cm 인 정사각형 ABCD 의 넓이를 구하면?



① $40\mathrm{cm}^2$ ② $42\mathrm{cm}^2$ ③ $45\mathrm{cm}^2$
④ $48\mathrm{cm}^2$ ⑤ $50\mathrm{cm}^2$

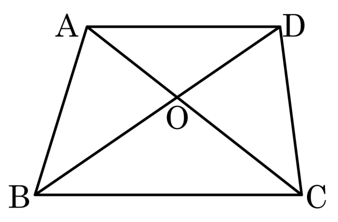
해설



$\overline{AC} = \overline{BD} = 10\mathrm{cm}$ 이고 대각선의 교점을 O 라 하면 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO} = 5\mathrm{cm}$ 이고, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

$\therefore \square ABCD = \triangle ABO + \triangle BCO + \triangle CDO + \triangle DAO = (\frac{1}{2} \times 5 \times 5) \times 4 = 50(\mathrm{cm}^2)$

4. 다음 그림의 $\square$ABCD 는 $\overline{\mathrm{AD}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 인 사다리꼴이다. 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\triangle\mathrm{ABC} = 50\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{DOC} = 15\mathrm{cm}^2$ 이다. 이 때, $\triangle$OBC 의 넓이는?



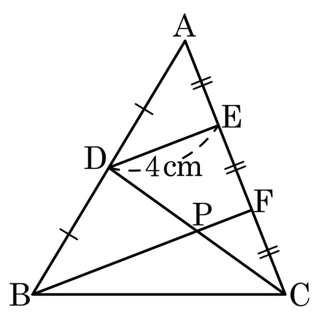
① $25\mathrm{cm}^2$　② $35\mathrm{cm}^2$　③ $45\mathrm{cm}^2$
④ $55\mathrm{cm}^2$　⑤ $65\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{ABC} = \triangle\mathrm{DBC}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABO} = \triangle\mathrm{DOC}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{OBC} = 50 - 15 = 35(\mathrm{cm}^2)$

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 점 D 는 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 E, F 는 $\overline{AC}$ 를 삼등분하는 점이다. 점 P 가 $\overline{BF}$, $\overline{CD}$ 의 교점이고, $\overline{DE} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{BP}$ 의 길이는?

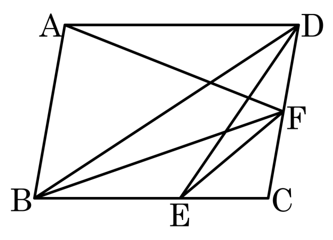


① 5cm　② 6cm　③ 7cm　④ 8cm　⑤ 9cm

해설

$\triangle ABF$ 에서 $\overline{BF} = 2\overline{DE} = 2 \times 4 = 8\,(\text{cm})$
$\triangle CDE$ 에서 $\overline{DE} = 2\overline{PF}$ $\therefore$ $\overline{PF} = 2\,(\text{cm})$ $\therefore$ $\overline{BP} = \overline{BF} - \overline{PF} = 8 - 2 = 6\,(\text{cm})$ 이다.

6. 다음 그림은 평행사변형 ABCD 이다. 다음 보기 중 넓이가 가장 넓은 것을 골라라.(정답 2개)



보기

㉠ △ADF	㉡ △ABD	㉢ △BDF
㉣ △BFC	㉤ △CDE	㉥ △ABF

▶ 답 :

▶ 답 :

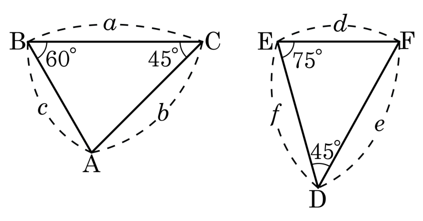
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉥

해설

밑변이 공통이면 높이가 높은 것이 넓이가 넓다.
평행사변형의 평행한 직선 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 에서 모두 밑변을 가지고 있으므로
밑변이 가장 긴 것을 찾고 그중 높이가 높은 것을 찾는다.
따라서 △ABD, △ABF 가 가장 넓은 삼각형이다.

7. 다음 두 삼각형을 보고 $\boxed{}$ 안에 들어갈 기호를 차례대로 구하여라.
닮음비는 $a : e = b : \boxed{} = c : \boxed{}$ 이다.



▶ 답:

▶ 답:

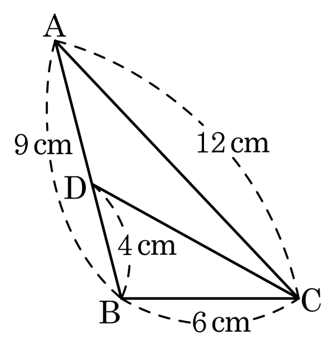
▷ 정답: f

▷ 정답: d

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle EFD$ 이므로
닮음비는 $a : e = b : f = c : d$

8. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 12\text{cm}$, $\overline{BD} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?

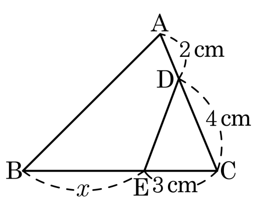


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle CBD$ 에서
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{CB} : \overline{BD} = 3 : 2$
$\angle B$ 는 공통
$\therefore\ \triangle ABC \backsim \triangle CBD$ (SAS닮음)
$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AC} : \overline{CD}$
$9 : 6 = 12 : x$
$\therefore\ x = 8$

9. 다음 그림에서 $\angle A = \angle DEC$ 이고 $\overline{AD} = 2\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 3\text{cm}$ 일 때, x 의 길이는?



① 4cm ② 4.5cm ③ 5cm

④ 5.5cm ⑤ 6cm

해설

$\angle C$ 가 공통이고, $\angle A = \angle DEC$ 이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$ 이다.

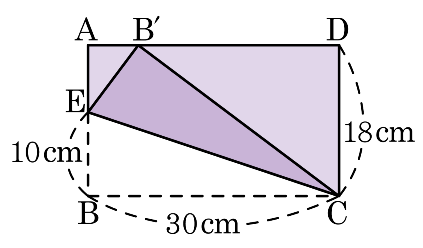
닮음비가 $2:1$ 이므로

$2:1 = \overline{BC}:4$

$\overline{BC} = 8(\text{cm})$

$\therefore x = \overline{BE} = 8 - 3 = 5(\text{cm})$

10. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 접었을 때, $\overline{\mathrm{AB'}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\angle \mathrm{EB'C} = \angle \mathrm{B} = 90°$

$\triangle \mathrm{AEB'} \backsim \triangle \mathrm{DB'C}$ (AA 닮음)

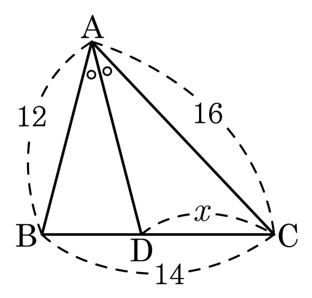
$\overline{\mathrm{AB'}} = x$ 라 하면

$\overline{\mathrm{EB'}} : \overline{\mathrm{B'C}} = \overline{\mathrm{AB'}} : \overline{\mathrm{DC}}$

$10 : 30 = x : 18$

$x = 6(\mathrm{cm})$

11. 다음 그림의 $\triangle$ABC 에서 $\angle$A 의 이등분선과 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 교점을 D 라고 할 때, x 의 길이는?

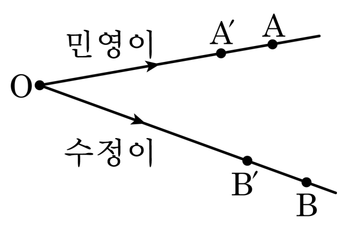


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $(14 - x) : x = 3 : 4$, $7x = 56$, 따라서 $\overline{\mathrm{CD}} = 8$ 이다.

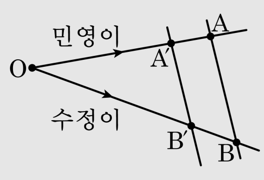
12. 민영이와 수정이는 다음 그림에서 출발점 O 에서 A, B 방향으로 각각 초속 2m/sec, 3m/sec 의 속력으로 달릴 때, 10초 후의 민영이와 수정이의 위치를 각각 A′, B′ 이라고 하자. A′ 과 A 사이의 거리가 10m 일 때, B′ 과 B 사이의 거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ m

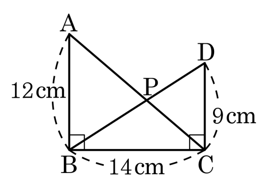
▷ 정답 : 15 m

해설



A′ 과 B′, A 와 B 를 잇는 선을 그으면 민영이와 수정이의 속력은 일정하므로 두 선이 평행이다.
$\overline{OA'} = 20$m, $\overline{OB'} = 30$m 이므로 $2 : 3 = 10 : \overline{B'B}$ 이다. 따라서 B′ 과 B 사이의 거리는 15m 이다.

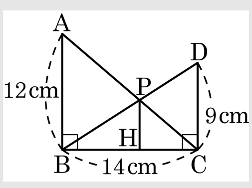
13. 다음 그림에서 $\triangle PBC$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 36 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

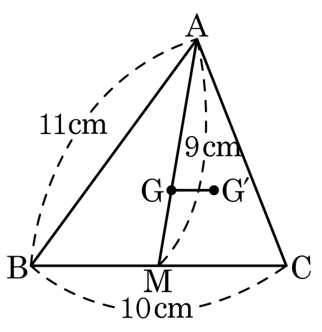


점 P에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{PH} = \dfrac{12 \times 9}{12+9} = \dfrac{108}{21} = \dfrac{36}{7}(\mathrm{cm})$

$\therefore$ ($\triangle PBC$의 넓이)$= \dfrac{1}{2} \times 14 \times \dfrac{36}{7} = 36(\mathrm{cm}^2)$

14. 다음 그림에서 점 G, G′ 가 각각 △ABC, △AMC 의 무게중심이고 $\overline{AB} = 11\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AM} = 9\text{cm}$ 일 때, △GMG′ 의 둘레의 길이를 구하여라.



① $\frac{24}{3}$cm ② $\frac{25}{3}$cm ③ $\frac{27}{3}$cm
④ $\frac{28}{3}$cm ⑤ $\frac{29}{3}$cm

해설

$\overline{GM} = \frac{1}{3}\overline{AM} = 3(\text{cm})$

$\overline{MC}$ 의 중점을 D 라 하면

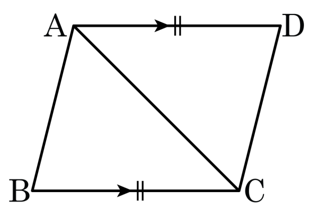
$\overline{MD} : \overline{BD} = 1 : 3$,

$\overline{MG'} = \frac{1}{3}\overline{AB} = \frac{11}{3}(\text{cm})$,

$$\begin{aligned}\overline{GG'} &= \frac{2}{3}\overline{MD} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\overline{MC} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 10 \\ &= \frac{5}{3}(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\therefore (\triangle\text{GMG}' \text{ 의 둘레의 길이}) = 3 + \frac{11}{3} + \frac{5}{3} = \frac{25}{3}(\text{cm})$$

15. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 곳을 모두 고르면?



가정) □ABCD에서 $\overline{AD} // \overline{BC}$, ㄱ. $\overline{AD} = \overline{BC}$

결론) $\overline{AB} // \overline{DC}$

증명) 대각선 AC를 그으면

△ABC와 △CDA에서

ㄱ. $\overline{AD} = \overline{BC}$ (가정) ⋯㉠

ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC$ (엇각) ⋯㉡

ㄷ. $\overline{AC}$ 는 공통 ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ㄹ. SAS 합동)

ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA$ 이므로

$\therefore \overline{AB} // \overline{DC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로

□ABCD는 평행사변형이다.

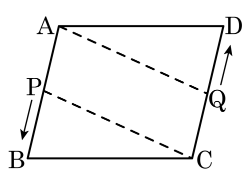
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$

ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

16. $\overline{\mathrm{AB}} = 100\,\mathrm{m}$인 평행사변형 ABCD 를 점 P 는 A 에서 B 까지 매초 $5\,\mathrm{m}$의 속도로, 점 Q 는 $7\,\mathrm{m}$의 속도로 C 에서 D 로 이동하고 있다. P 가 A 를 출발한 4 초 후에 Q 가 점 C 를 출발한다면 □APCQ가 평행사변형이 되는 것은 Q 가 출발한 지 몇 초 후인가?



① 5 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 15 초

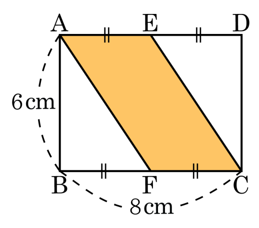
해설

□APCQ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{CQ}}$ 가 되어야 하므로 Q 가 이동한 시간을 x (초) 라 하면 P 가 이동한 시간은 $x+4$ (초) 이다.

$\overline{\mathrm{AP}} = 5(x+4)$, $\overline{\mathrm{CQ}} = 7x$, $5(x+4) = 7x$

$\therefore x = 10$ (초) 이다.

17. 직사각형 ABCD 에서 어두운 도형의 넓이는 ?



① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

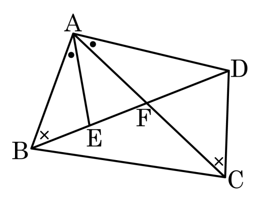
해설

$\overline{AE} = \overline{FC}$, $\overline{AE} // \overline{FC}$ 하므로

□AFCE 는 평행사변형이다.

$\overline{CF} = 4$ 이므로 □AFCE $= 4 \times 6 = 24$

18. $\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 일 때, 다음 <보기> 중 닮은 도형끼리 옳게 짝지은 것은?



보기

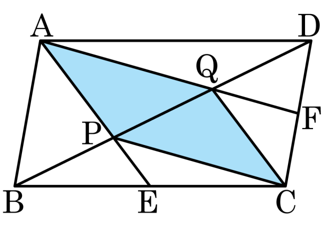
㉠ $\triangle ABC \backsim \triangle AED$	㉡ $\triangle AEF \backsim \triangle DFC$
㉢ $\triangle AFD \backsim \triangle CFB$	㉣ $\triangle ABF \backsim \triangle ADE$
㉤ $\triangle ABC \backsim \triangle ADC$	㉥ $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$

① ㉠, ㉥　② ㉡, ㉥　③ ㉢, ㉥　④ ㉣, ㉥　⑤ ㉡, ㉣

해설

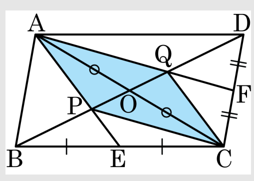
$\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음) $\cdots$㉥
$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서
$\angle BAC = \angle EAD$, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$
($\because \triangle ABE \backsim \triangle ACD$) 이므로 SAS 닮음이다.
$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음) $\cdots$㉠

19. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 변 BC , CD 의 중점을 각각 E , F 라 하고, $\overline{\mathrm{AE}}$, $\overline{\mathrm{AF}}$ 가 대각선 BD 와 만나는 점을 각각 P , Q 라 할 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 □APCQ 의 넓이의 몇 배인지 구하면?



① 5배　② 4.5배　③ 4배　④ 3배　⑤ 2.5배

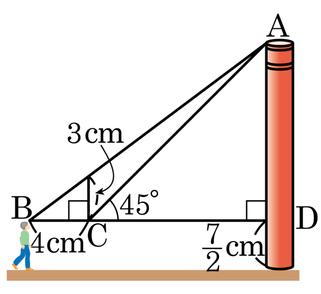
해설



평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}$, 두 점 P, Q 는 두 중선의 교점이므로 각각 △ABC 와 △ACD 의 무게중심이다.

따라서 $□\mathrm{APCQ} = \triangle\mathrm{APC} + \triangle\mathrm{AQC} = \frac{1}{3}(\triangle\mathrm{ABC} + \triangle\mathrm{ACD}) = \frac{1}{3}□\mathrm{ABCD}$ 이므로 평행사변형 ABCD 의 넓이는 □APCQ 의 넓이의 3 배이다.

20. 다음 그림은 어느 공장의 굴뚝의 높이를 구하려고 B, C 두 지점에서 소각로 끝을 올려다 본 것을 축척 $\frac{1}{200}$ 로 그린 것이다. 굴뚝의 높이를 구한 것은?



① 29.5 m ② 30 m ③ 31.5 m
④ 31 m ⑤ 31.5 m

해설

축도에서 굴뚝의 높이를 $h+\frac{7}{2}(\mathrm{cm})$ 라 하면

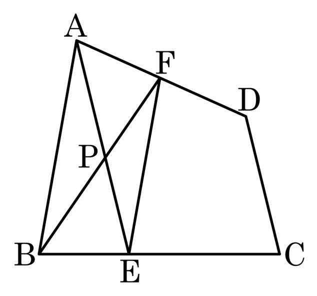
$4 : (4+h) = 3 : h$

$4h = 12 + 3h, h = 12$

$h + \frac{7}{2} = 15.5(\mathrm{cm})$

(실제 높이) $= 15.5 \times 200 = 3100(\mathrm{cm}) = 31(\mathrm{m})$

21. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{FE}$ 일 때, 넓이가 같은 삼각형은 모두 몇 쌍 있는가?

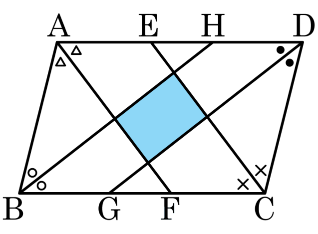


① 1쌍 ② 2쌍 ③ 3쌍 ④ 4쌍 ⑤ 5쌍

해설

$\triangle ABE = \triangle ABF$, $\triangle AEF = \triangle BEF$
$\triangle APF = \triangle PBE$

22. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 네 각의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 E, F, G, H라고 할 때, 색칠한 부분의 사각형의 성질로 옳은 것은?



① 두 쌍의 대각의 크기가 다르다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 다르다.

③ 두 대각선이 직교한다.

④ 두 대각선의 길이가 같다

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

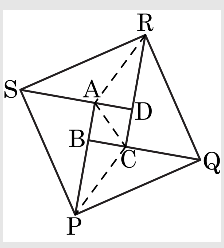
평행사변형의 네 내각의 이등분선을 연결하여 만들어진 사각형은
$2(\circ + \bullet) = 180^\circ$ 이므로 $\circ + \bullet = 90^\circ$
따라서 색칠한 부분의 사각형의 한 내각의 크기가 90°이므로 직사각형이다.
직사각형의 성질은 두 대각선의 길이가 모두 같다.

23. 넓이가 1 인 사각형 ABCD 의 각 변 AB, BC, CD, DA 의 연장선 위에 $\overline{AB} : \overline{BP} = \overline{BC} : \overline{CQ} = \overline{CD} : \overline{DR} = \overline{DA} : \overline{AS} = 1 : 2$ 가 되도록 점 P, Q, R, S 를 잡을 때, $\square PQRS - 4\square ABCD$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설



$\overline{BC} : \overline{CQ} = 1 : 2$, $\overline{AB} : \overline{BP} = 1 : 2$ 이므로

$\triangle PQB = 3\triangle BPC = 3 \times 2\triangle ABC = 6\triangle ABC$

또, $\overline{DA} : \overline{AS} = 1 : 2$, $\overline{CD} : \overline{DR} = 1 : 2$ 이므로

$\triangle RSD = 3\triangle RAD = 3 \times 2\triangle ACD = 6\triangle ACD$

같은 방법으로 $\triangle QRC = 6\triangle BCD$, $\triangle SPA = 6\triangle ABD$ 임을 알 수 있다.

$\therefore\ \square PQRS$

$= \triangle PQB + \triangle QRC + \triangle RSD + \triangle SPA + \square ABCD$

$= 6\triangle ABC + 6\triangle BCD + 6\triangle ACD + 6\triangle ABD + \square ABCD$

$= 6(\triangle ABC + \triangle ACD) + 6(\triangle BCD + \triangle ABD) + \square ABCD$

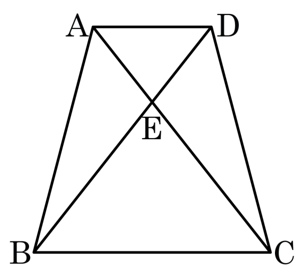
$= 6\square ABCD + 6\square ABCD + \square ABCD$

$= 13\square ABCD$

따라서 $\square ABCD = 1$ 이므로

$$\begin{aligned}\square PQRS - 4\square ABCD &= 13\square ABCD - 4\square ABCD \\ &= 9\square ABCD \\ &= 9\end{aligned}$$

24. 다음과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}} = 3$, $\overline{\mathrm{BC}} = 6$, $\triangle\mathrm{BCE} = 24$ 일 때, 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

삼각형 ADE 와 BCE 는 닮은 도형이고, 닮음비는 $3 : 6 = 1 : 2$ 이므로 넓이비는 $1 : 4$

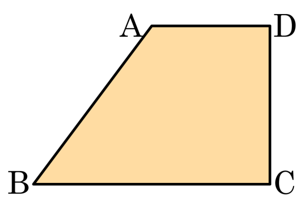
그러므로 삼각형 ADE 의 넓이는 $\dfrac{24}{4} = 6$

또 $\overline{\mathrm{BE}} = 2\overline{\mathrm{DE}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABE} = 2\triangle\mathrm{ADE} = 12$

같은 방법으로 $\overline{\mathrm{CE}} = 2\overline{\mathrm{AE}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{CED} = 2\triangle\mathrm{ADE} = 12$

따라서 사다리꼴 ABCD 의 넓이는 $6 + 12 + 12 + 24 = 54$

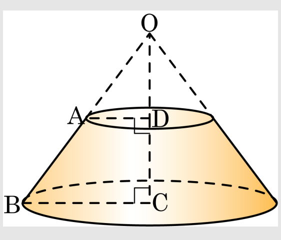
25. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{CD} = 4$, $\overline{AD} = 3$ 이고, $\angle BCD = \angle ADC = 90°$ 인 사다리꼴을 변 CD 를 회전축으로 하여 회전시킨 도형의 부피를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 84π

해설



변 AB 와 CD 의 연장선의 교점을 O 라고 하면 삼각형 OAD 와 삼각형 OBC 는 1:2의 닮음비로 닮은 도형이므로 두 삼각형을 회전시켜 만든 원뿔의 부피비는 1 : 8 이다.
그러므로 사다리꼴 ABCD 를 회전시켜 만든 원뿔대의 부피는 원뿔의 부피의 $\frac{7}{8}$ 이다.
삼각형 OBC 를 선분 OC 를 축으로 회전하여 만든 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times (6 \times 6 \times \pi) \times 8 = 96\pi$
따라서 원뿔대의 부피는 $96\pi \times \frac{7}{8} = 84\pi$ 이다.