

1. 첫째항이 6, 공차가 -5인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 -44는 제 몇 항인가?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

첫째항이 6이고, 공차가 5이므로 일반항은 a_n 은

$$a_n = 6 + (n - 1) \cdot (-5) = -5n + 11$$

$$-5n + 11 = -44$$

$$5n = 55 \quad \therefore n = 11$$

2. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a_{10} = S_{10} - S_9$$

$$S_{10} = 10^2 + 20 - 1 = 119,$$

$$S_9 = 9^2 + 18 - 1 = 98$$

$$\therefore a_{10} = 119 - 98 = 21$$

3. 양수 x, y 에 대하여 $\sqrt{2} + 1, x, \sqrt{2} - 1, y$ 가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, $x + y$ 의 값은?

① $-2\sqrt{2}$

② $1 - 2\sqrt{2}$

③ $4 - 2\sqrt{2}$

④ $1 + 2\sqrt{2}$

⑤ $4 + 2\sqrt{2}$

해설

x 는 $\sqrt{2} + 1$ 과 $\sqrt{2} - 1$ 의 등비중항이므로

$$x^2 = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = 1 \quad (\because x > 0)$$

따라서 이 수열의 공비는 $\sqrt{2} - 1$ 이므로

$$y = (\sqrt{2} - 1)^2 = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = 4 - \sqrt{2}$$

4. 수열 $1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + \cdots + x^{2n-1}$ 의 합은? (단, $x \neq 1$)

① $2n$

② $\frac{x^{2n}}{x-1}$

③ $\frac{x^{2n} - 1}{x - 1}$

④ $\frac{x^{2n} - 1}{x}$

⑤ $\frac{x^{2n} + 1}{x - 1}$

해설

첫째항이 1, 공비가 x , 항수가 $2n$ 인 등비수열의 합이므로

$$S = \frac{1 \cdot (x^{2n} - 1)}{x - 1} = \frac{x^{2n} - 1}{x - 1}$$

5. 수열 $\frac{1}{1+\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}, \dots$ 의 제 15 항까지의 합은?

① $\sqrt{14} - 1$

② $\sqrt{15} - 1$

③ 3

④ $\sqrt{15} + 1$

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{15}+\sqrt{16}} \\ &= \sum_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}} \\ &= \sum_{k=1}^{15} \frac{\sqrt{k}-\sqrt{k+1}}{(\sqrt{k}+\sqrt{k+1})(\sqrt{k}-\sqrt{k+1})} \\ &= -\sum_{k=1}^{15} (\sqrt{k}-\sqrt{k+1}) \\ &= -\{(1-\sqrt{2}) + (\sqrt{2}-\sqrt{3}) + \dots\} \\ &\quad - \{(\sqrt{15}-\sqrt{16})\} \\ &= -(1-\sqrt{16}) = \sqrt{16}-1 = 4-1 = 3 \end{aligned}$$

6. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$ 의 값은?

① $\frac{1}{n+1}$

② $\frac{2n}{n+1}$

③ $\frac{n}{2n+1}$

④ $\frac{n}{n+2}$

⑤ $\frac{2n}{2n+1}$

해설

$$\begin{aligned} \text{준 식)} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left\{ \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) \right\} + \cdots + \\ &\quad \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right) \\ &= \frac{n}{2n+1} \end{aligned}$$

7. 다음 수열에서 $a + b$ 의 값을 구하여라.

1, 2, 4, 7, 11, a , b , ...

▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

1, 2, 4, 7, 11, 16, 22

∨ ∨ ∨ ∨ ∨ ∨

1 2 3 4 5 6

$\therefore a = 16, b = 22$

$a + b = 16 + 22 = 38$

8. $x \geq 0$ 일 때, $\sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}}$ 를 간단히 하면?

① $x \sqrt{x}$

② $x \sqrt[4]{x}$

③ $\sqrt[8]{x}$

④ $\sqrt[8]{x^3}$

⑤ $8 \sqrt{x^7}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}} \\ &= \sqrt{x \sqrt{x^{\frac{3}{2}}}} \\ &= \sqrt{x \cdot x^{\frac{3}{4}}} \\ &= (x^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{7}{8}} \end{aligned}$$

9. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7}{a^{-3} + a^{-4} + a^{-5} + a^{-6} + a^{-7} + a^{-8} + a^{-9}}$$

① a^8

② a^9

③ a^{10}

④ a^{11}

⑤ a^{12}

해설

분자, 분모에 a^{10} 을 곱하면

$$\frac{a^{10} \times (a + a^2 + \cdots + a^7)}{a^7 + a^6 + \cdots + a^2 + a} = a^{10}$$

10. $\log_x 2\sqrt{2} = \frac{3}{8}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\log_x 2\sqrt{2} = \frac{3}{8} \text{ 에서}$$

$$x^{\frac{3}{8}} = 2\sqrt{2}$$

$$x = (2\sqrt{2})^{\frac{8}{3}} = (2^{\frac{3}{2}})^{\frac{8}{3}} = 2^4 = 16$$

11. 두 수 $2p + 7$ 과 $2p + 9$ 의 등차중항이 p^2 일 때, 양수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2p + 7, p^2, 2p + 9 \text{ 가 등차수열을 이루므로 } p^2 = \frac{(2p + 7) + (2p + 9)}{2}$$

$$2p^2 = 4p + 16, p^2 - 2p - 8 = 0$$

$$(p + 2)(p - 4) = 0$$

따라서 $p = -2$ 또는 $p = 4$

이때, p 는 양수이므로 $p = 4$

12. 수열 4, a , b , c , 16이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 10

② 20

③ 30

④ 40

⑤ 50

해설

$$a - 4 = d$$

$$b - a = d$$

$$c - b = d$$

$$16 - c = d$$

좌변은 좌변끼리, 우변은 우변끼리

$$\text{더하면 } 16 - 4 = 4d \therefore d = 3$$

$$\therefore a = 4 + 3 = 7$$

$$b = 7 + 3 = 10$$

$$c = 10 + 3 = 13$$

$$\therefore a + b + c = 30$$

13. 2와 $\frac{2}{3}$ 사이에 두 수 a, b 를 넣어서 만든 4개의 수 2, $a, b, \frac{2}{3}$ 가 이 순서로 조화수열을 이룰 때, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 의 값은?

① $\frac{7}{4}$

② 2

③ $\frac{9}{4}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 3

해설

2, $a, b, \frac{2}{3}$ 가 조화수열을 이루므로 $\frac{1}{2}, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{3}{2}$ 이 등차수열을 이룬다.

$$\text{따라서 } \frac{1}{a} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{b}$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

14. 4와 102사이에 5개의 수를 넣어 등차수열을 만들려고 한다. 이때, 4와 102사이에 넣을 5개의 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 265

해설

항의 개수가 7개 이므로 7개 항의 합을 S_7 , 구하는 수의 합을 S 라 하면

$$S = S_7 - (4 + 102) = \frac{7(4 + 102)}{2} - 106 = 265$$

15. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = -n^2 + 2n$ 일 때,
 $a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20}$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -280

해설

$$\begin{aligned} & a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20} \\ &= (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{20}) - (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10}) \\ &= (-20^2 + 2 \times 20) - (-10^2 + 2 \times 10) \\ &= -360 - (-80) = -280 \end{aligned}$$

16. 10행 10열로 이루어진 표에 다음 그림과 같이 1, 3, 4, 6이 쓰여 있다. 이 표의 나머지 칸에는 모든 행과 모든 열이 각각 등차수열을 이루도록 숫자가 쓰인다고 할 때, 이 표에 있는 모든 숫자의 합은?

	제1열	제2열	...	제10열
제1행	1	3		
제2행	4	6		
⋮				
제10행				

- ① 2200 ② 2250 ③ 2300 ④ 2350 ⑤ 2400

해설

제 n 행의 수열의 합을 S_n 이라 하면

제1 행은 첫째항이 1, 공차가 2인 등차수열이므로

$$S_1 = \frac{10(2 \cdot 1 + 9 \cdot 2)}{2} = 100$$

따라서 수열 $\{S_n\}$ 은 첫째항이 100, 공차가 $3 \cdot 10 = 30$ 인 등차수열이므로

$$\begin{aligned} S_1 + S_2 + \cdots + S_{10} &= \frac{10(2 \cdot 100 + 9 \cdot 30)}{2} \\ &= 2350 \end{aligned}$$

17. 수열 $\{\log_2 a_n\}$ 이 첫째항이 2, 공차가 3인 등차수열을 이룰 때, 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열을 이룬다. 이때, $\frac{a_{10}}{a_9}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}\log_2 a_n &= 2 + (n-1) \cdot 3 \\ &= 3n - 1\end{aligned}$$

$$a_n = 2^{3n-1}$$

$\frac{a_{10}}{a_9}$ 는 공비이므로 8

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n (a_{2k-1} + a_{2k}) = 8n^2 + 10n$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 250

해설

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{10} a_k &= a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10} \\ &= (a_1 + a_2) + (a_3 + a_4) + \cdots + (a_9 + a_{10}) \\ &= \sum_{k=1}^5 (a_{2k-1} + a_{2k}) \\ &= 8 \times 5^2 + 10 \times 5 = 250\end{aligned}$$

19. 수열 $1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 3) + \cdots + (1 + 2 + 3 + \cdots + n)$ 의 합을 구하면?

① $\frac{1}{2}n(n+1)(n+2)$

② $\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)$

③ $\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$

④ $\frac{1}{4}n(n+1)(n+3)$

⑤ $\frac{1}{6}n(n+1)(n+3)$

해설

$$a_n = 1 + 2 + \cdots + n$$

$$= \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{k(k+1)}{2} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (k^2 + k)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{n(n+1)(2n+1+3)}{6}$$

$$= \frac{n(n+1) \cdot 2(n+2)}{2 \cdot 6}$$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

20. 오른쪽 그림과 같이 연속한 자연수 1, 2, 3, ... 을 나열할 때, 위에서 5번째 행의 왼쪽에서 11번째 열의 수는?

1	4	9	16	...
2	3	8	15	
5	6	7	14	
10	11	12	13	
⋮				⋱

① 113

② 114

③ 116

④ 117

⑤ 119

해설

수열로 표시하면

(1), (2, 3, 4), (5, 6, 7, 8, 9), ...

로 묶을 수 있으며 제 n 군의 끝항은

$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ 이므로 위에서 5번째 행, 왼쪽에서 11번째 열의 수는 제 11군의 끝항에서 5번째에 있는 수이다.

$$\therefore 11^2 - 4 = 117$$

21. $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + 3$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_{10} 의 값은?

① 29

② 31

③ 33

④ 35

⑤ 37

해설

$a_{n+1} = a_n + 3$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)이므로 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 3인 등차수열이다.

또한, $a_1 = 2$ 이므로

$$a_n = 2 + (n - 1) \times 3 = 3n - 1 \quad \therefore a_{10} = 30 - 1 = 29$$

22. $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 2a_n - 3$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{10} 의 값은?

① $3 - 2^{12}$

② $3 - 2^{11}$

③ $3 - 2^{10}$

④ $3 - 2^9$

⑤ $3 - 2^8$

해설

$a_{n+1} = 2a_n - 3$ 의 양변에 -3 을 더하여 정리하면

$$a_{n+1} - 3 = 2(a_n - 3)$$

즉, 수열 $\{a_n - 3\}$ 은 첫째항이 $a_1 - 3 = 2 - 3 = -1$, 공비가 2인 등비수열이므로

$$a_n - 3 = (-1) \times 2^{n-1}$$

$$\therefore a_n = 3 - 2^{n-1}$$

$$\therefore a_{10} = 3 - 2^9$$

23. $a_1 = 4, a_2 = 6, a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0$ ($n \geq 1$) 으로 정의되는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} a_n$ 의 값은?

① $2^{10} + 6$

② $2^{10} + 0$

③ $2^{10} + 18$

④ $2^{11} + 9$

⑤ $2^{11} + 18$

해설

$a_{n+2} - a_{n+1} = P(a_{n+1} - a_n)$ 꼴로 변형하면

$$a_{n+2} - (1+P)a_{n+1} + Pa_n = 0 \quad \therefore P = 2$$

$$\text{즉, } a_{n+2} - a_{n+1} = 2(a_{n+1} - a_n)$$

이때, $a_{n+1} - a_n = b_n$ 이라 하면 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열 $\{b_n\}$ 은 첫째항이 $b_1 = a_2 - a_1 = 6 - 4 = 2$ 이고 공비가 2인 등비수열이다.

$$\therefore b_n = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$$

$$\therefore a_n = 4 + \sum_{k=1}^{n-1} 2^k = 4 + \frac{2(2^{n-1} - 1)}{2 - 1} = 2^n + 2$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{n=1}^{10} (2^n + 2) = \frac{2(2^{10} - 1)}{2 - 1} + 2 \cdot 10$$

$$= 2^{11} - 2 + 20 = 2^{11} + 18$$

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 3, a_2 = 2, a_{n+2} = \frac{a_{n+1} + 1}{a_n} (n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의된다. 자연수의 집합에서 정의되는 함수 $f(n)$ 을 $f(n) = a_n$ 이라 할 때, 함수 $f(n)$ 의 주기는?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$a_1 = 3, a_2 = 2, a_3 = \frac{2+1}{3} = 1, a_4 = \frac{1+1}{2} = 1, a_5 = \frac{1+1}{1} = 2,$$

$$a_6 = \frac{2+1}{1} = 3, a_7 = \frac{3+1}{2} = 2, a_8 = \frac{2+1}{3} = 1, a_9 = \frac{1+1}{2} = 1, a_{10} = \frac{1+1}{1} = 2, \dots$$

따라서 수열 $\{a_n\}$ 은 3, 2, 1, 1, 2가 반복된다.

따라서 함수 $f(n) = a_n$ 의 주기는 5이다.

25. $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} &\sqrt[3]{3} = a, \sqrt[3]{2} = b \text{ 라고 하면} \\ &(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}) \\ &= (a + b)(a^2 - ab + b^2) \\ &= a^3 + b^3 \\ &= 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

26. $9^x = 2$ 일 때, $\left(\frac{1}{27}\right)^{-4x}$ 의 값은?

① $\frac{1}{64}$

② $\frac{1}{16}$

③ 16

④ 64

⑤ 256

해설

$9^x = 2$ 이므로 $3^{2x} = 2$ 이다.

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= (3^{-3})^{-4x} = 3^{12x} \\ &= (3^{2x})^6 = 2^6 = 64\end{aligned}$$

27. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?(단, $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $c > 0$)

보기

㉠ $\log_a(b+c) = \log_a b \cdot \log_a c$

㉡ $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$

㉢ $\log_a b^c = (\log_a b)^c$

㉣ $\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$

① ㉠, ㉣

② ㉡, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\log_a(b+c) \neq \log_a b \cdot \log_a c$ (거짓)

㉡ $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$ (참)

㉢ $\log_a b^c = c \log_a b \neq (\log_a b)^c$ (거짓)

㉣ $\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$ (참)

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉣이다.

28. $\log_a 27 = -2, \log_{\sqrt{3}} b = 3$ 일때, ab 의 값은?

① $\frac{1}{9}$

② $\frac{1}{3}$

③ 1

④ 3

⑤ 9

해설

$$\log_a 27 = -2 \text{ 에서 } a^{-2} = 27 = 3^3$$

$$\therefore a = 3^{-\frac{3}{2}} (\because a > 0)$$

$$\log_{\sqrt{3}} b = 3 \text{ 에서 } b = (\sqrt{3})^3 = (3^{\frac{1}{2}})^3 = 3^{\frac{3}{2}}$$

$$\therefore ab = 3^{-\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{2}} = 3^{-\frac{3}{2} + \frac{3}{2}} = 3^0 = 1$$

29. 서로 다른 세 양수 a, b, c 에 대하여 $\log_a b = \sin x$, $\log_a c = \cos x$ 일 때,
 $b^{\sin x} \cdot c^{\cos x}$ 의 값은?

① a

② b

③ c

④ ab

⑤ ac

해설

$$\log_a b = \sin x \text{에서 } b = a^{\sin x}$$

$$\log_a c = \cos x \text{에서 } c = a^{\cos x}$$

$$\begin{aligned}\therefore b^{\sin x} \cdot c^{\cos x} &= (a^{\sin x})^{\sin x} \cdot (a^{\cos x})^{\cos x} \\ &= a^{\sin^2 x + \cos^2 x} \\ &= a^1 = a\end{aligned}$$

30. $\log a = 0.08$ 일 때, $\left(\frac{1}{a}\right)^{20}$ 은 소수점 아래 몇 째 자리에서 처음으로 0 이 아닌 숫자가 나타나는가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\log \left(\frac{1}{a}\right)^{20} = \log a^{-20} = -20 \log a = -20 \times 0.08$$

$$= -1.6 = -2 + 0.4 = \bar{2}.4$$

따라서 지표가 -2 이므로 소수점 아래 2째 자리에서 처음으로 0 이 아닌 숫자가 나온다.

31. $\lfloor \log 1 \rfloor + \lfloor \log 2 \rfloor + \lfloor \log 3 \rfloor + \cdots + \lfloor \log 2014 \rfloor$ 의 값은? (단, $\lfloor x \rfloor$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 2007

② 3515

③ 4914

④ 4935

⑤ 7826

해설

(i) $1 \leq n < 10$ 일 때, $0 \leq \log n < 1$ 이므로 $\lfloor \log n \rfloor = 0$

(ii) $10 \leq n < 100$ 일 때, $1 \leq \log n < 2$ 이므로 $\lfloor \log n \rfloor = 1$

(iii) $100 \leq n < 1000$ 일 때, $2 \leq \log n < 3$ 이므로 $\lfloor \log n \rfloor = 2$

(iv) $1000 \leq n < 10000$ 일 때, $3 \leq \log n < 4$ 이므로 $\lfloor \log n \rfloor = 3$

(i), (ii), (iii), (iv) 에서

$$\lfloor \log 1 \rfloor + \lfloor \log 2 \rfloor + \lfloor \log 3 \rfloor + \cdots + \lfloor \log 2014 \rfloor$$

$$= 0 \times 9 + 1 \times 90 + 2 \times 900 + 3 \times 1015 = 4935$$

32. 세 수 $\log 3$, $\log(2^x + 1)$, $\log(2^x + 7)$ 이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $12x$ 의 값을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.)

▶ 답:

▷ 정답: 28

해설

세 수 $\log 3$, $\log(2^x + 1)$, $\log(2^x + 7)$ 이 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$2\log(2^x + 1) = \log 3 + \log(2^x + 7)$$

$$\log(2^x + 1)^2 = \log 3(2^x + 7) \Leftrightarrow (2^x + 1)^2 = 3(2^x + 7)$$

$$2^x = t \text{로 치환하면, } (t + 1)^2 = 3(t + 7) \Leftrightarrow t^2 - t - 20 = 0$$

$$(t + 4)(t - 5) = 0 \Leftrightarrow t = 5 (\because t > 0)$$

$$\therefore 2^x = 5 \Leftrightarrow x = \log_2 5 = \frac{\log 5}{\log 2} = \frac{1 - 0.3}{0.3} = \frac{7}{3}$$

따라서 구하는 값은 $12x = 28$

33. 어떤 방사능 물질이 일정한 비율로 붕괴되어 x 년 후에는 방사능이 $y = y_0 a^{-x}$ 이 남는다고 한다. 2년 후의 방사능이 초기의 방사능의 $\frac{1}{2}$ 이 되었다고 할 때, 8년 후의 y 의 값을 구하면? (단, y_0 는 상수, $a > 0$)

① $\frac{1}{4}y_0$

② $\frac{1}{8}y_0$

③ $\frac{1}{16}y_0$

④ $\frac{1}{32}y_0$

⑤ $\frac{1}{64}y_0$

해설

x 년 후 방사능의 양 $y = y_0 a^{-x}$ 이므로

초기 방사능의 양 $= y_0 a^{-0} = y_0$

2년 후 방사능의 양 $= y_0 a^{-2}$

$$y_0 \cdot a^{-2} = \frac{1}{2}y_0$$

$$\text{즉 } a^{-2} = \frac{1}{2}$$

8년 후 방사능의 양

$$y = y_0 a^{-8} = y_0 (a^{-2})^4$$

$$= y_0 \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$= \frac{1}{16}y_0$$