

1. 수열 $a, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, b, \dots$ 가 등차수열을 이룰 때, $a + b$ 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{5}{6}$

해설

$$\text{공차를 } d \text{ 라 하면 } d = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore a = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}, b = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore a + b = \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

2. 첫째항이 -25 , 공차가 3 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

① 제 9항

② 제 10항

③ 제 11항

④ 제 12항

⑤ 제 13항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_n = -25 + (n - 1) \times 3 = 3n - 28$$

이때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 n 은

$$3n - 28 > 0, 3n > 28$$

$$\therefore n > \frac{28}{3} = 9.33\dots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 10 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제10항이다.

3. 각 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 : a_3 = 4 : 9$ 이고, $a_2 = 4$ 일 때, a_5 의 값은?

① $\frac{11}{2}$

② 7

③ $\frac{19}{2}$

④ 12

⑤ $\frac{27}{2}$

해설

공비를 r 이라고 하면

$$a_1 : a_3 = a_1 : a_1 r^2 = 1 : r^2 \text{ 이므로}$$

$$1 : r^2 = 4 : 9 \text{ 에서}$$

$$r^2 = \frac{9}{4} \quad \therefore r = \frac{3}{2}$$

$$a_2 = a_1 r = 4 \text{ 에서 } \frac{3}{2} a_1 = 4 \quad \therefore a_1 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a_5 = a_1 r^4 = \frac{8}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{27}{2}$$

4. $\sum_{k=1}^{80} (\sqrt{k} - \sqrt{k+1})$ 의 값은?

① -5

② -7

③ -8

④ -79

⑤ -80

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{80} (\sqrt{k} - \sqrt{k+1}) \\ &= \sqrt{1} - \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{4} + \cdots + \sqrt{80} - \sqrt{81} \\ &= \sqrt{1} - \sqrt{81} \\ &= 1 - 9 = -8 \end{aligned}$$

5. $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n - 3$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{10} 의 값은?

① -5

② -10

③ -15

④ -20

⑤ -25

해설

수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 2, 공차가 -3인 등차수열이므로

$$a_n = 2 + (n - 1) \cdot (-3) = -3n + 5$$

$$\therefore a_{10} = -3 \cdot 10 + 5 = -25$$

6. $\frac{\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{54}}{2\sqrt[3]{4}} = 2^k$ 이 성립할 때, k 의 값은?

① $-\frac{2}{3}$

② $-\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} \text{(주어진식)} &= \frac{5\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2}}{2\sqrt[3]{2^2}} \\ &= \frac{2\sqrt[3]{2}}{2\sqrt[3]{2^2}} \\ &= 2^{\frac{1}{3} - \frac{2}{3}} = 2^{-\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

$$\therefore k = -\frac{1}{3}$$

7. $8^{\frac{4}{3}} \times 4^{\frac{2}{3}} \div 2^{\frac{1}{3}}$ 의 값을 2^x 라고 할 때, x 의 값을 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} 8^{\frac{4}{3}} \times 4^{\frac{2}{3}} \div 2^{\frac{1}{3}} &= 2^4 \times 2^{\frac{4}{3}} \div 2^{\frac{1}{3}} \\ &= 2^{4+\frac{4}{3}-\frac{1}{3}} = 2^5 \end{aligned}$$

$$\therefore x = 5$$

8. $3^x = 2 + \sqrt{2}$, $3^y = 2 - \sqrt{2}$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 1

② $\log_4 3$

③ $\log_3 2$

④ $\log_3 4$

⑤ $\log_4 10$

해설

$$x = \log_3(2 + \sqrt{2}), y = \log_3(2 - \sqrt{2}) \text{ 이므로}$$

$$x + y = \log_3 \left\{ (2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2}) \right\} = \log_3 2$$

9. $\log_8 3 = p$, $\log_3 5 = q$ 일 때, $\log_{10} 5$ 를 p , q 로 나타내면?

① pq

② $\frac{p-q}{3}$

③ $\frac{2pq}{p+q}$

④ $\frac{3pq}{1+3pq}$

⑤ $\sqrt{p^2 + q^2}$

해설

$$\log_8 3 = \log_{2^3} 3 = \frac{1}{3} \log_2 3 = p$$

$$\therefore \log_2 3 = 3p$$

$$\log_{10} 5 = \frac{\log_3 5}{\log_3 10} = \frac{\log_3 5}{\log_3 5 + \log_3 2} = \frac{q}{q + \frac{1}{3p}}$$

$$= \frac{3pq}{3pq + 1}$$

10. 첫째항이 2, 공차가 2인 등차수열을 $\{a_n\}$ 이라 할 때, 수열 $b_n = 2^{a_n}$ 이다. 수열 $\{b_n\}$ 에서 처음으로 2000보다 커지는 항은? (단, $\log 2 = 0.3010$)

① 제5항

② 제6항

③ 제7항

④ 제8항

⑤ 제9항

해설

$$a_n = 2n \text{ 이므로 } b_n = 2^{2n}$$

$$4^n > 2000 \text{ 에서 } 2n \log 2 > \log 2000$$

$$\therefore n > \frac{3.3010}{0.6020} = 5.48 \times \times \times$$

따라서 제6항부터 처음으로 2000보다 커진다.

11. 표의 빈칸에 6개의 자연수를 하나씩 써 넣어 가로, 세로, 대각선 방향으로 각각 등차수열을 이루도록 할 때, 빈칸에 써 넣을 6개의 수의 합을 구하여라.

3		7
	11	

▶ 답:

▷ 정답: 51

해설

3	5	7
6	8	10
9	11	13

$$\therefore 5 + 6 + 8 + 10 + 9 + 13 = 51$$

12. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 다음 두 조건을 만족한다.

(가) a, b, c 는 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

(나) $x = 1$ 은 이차방정식의 근이다.

이때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근의 곱은?

① -4

② -1

③ 1

④ 4

⑤ 9

해설

a, b, c 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$a + c = 2b \cdots \textcircled{㉠}$$

$x = 1$ 이 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근이므로

$$a + b + c = 0$$

㉠을 대입하면

$$3b = 0 \quad \therefore b = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$$a + c = 0 \quad \therefore a = -c$$

$$\therefore ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow -cx^2 + c = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0$$

따라서, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$, 즉 $x^2 - 1 = 0$ 의 두 근의 곱은 근과 계수와의 관계에 의해 -1이다.

13. 이차방정식 $x^2 - px + q = 0$ 이 서로 다른 두 실근 α, β 를 가질 때, 두 수 α, β 의 조화중항을 p, q 로 나타내면?

① $\frac{q}{p}$

② $\frac{2q}{p}$

③ $\frac{q}{2p}$

④ $\frac{p}{q}$

⑤ $\frac{2p}{q}$

해설

구하는 조화중항을 k 라 하면

$$k = \frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta}$$

이때, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha + \beta = p, \alpha \times \beta = q$

$$\frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta} = \frac{2q}{p}$$

14. 첫째항이 -10 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 7항까지의 합과 제 7항의 값이 같을 때, 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$$S_7 = a_7$$

$$S_7 = \frac{7(2a + 6d)}{2}$$

$$a_7 = a + 6d$$

$$\frac{7(2a + 6d)}{2} = a + 6d$$

$$7a + 21d = a + 6d$$

$$6a = -15d$$

$$d = \frac{6 \times (-10)}{-15} = 4$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{10} &= \frac{10(2a + 9d)}{2} \\ &= \frac{10(-20 + 36)}{2} \\ &= \frac{160}{2} = 80 \end{aligned}$$

15. 어떤 등차수열의 첫째항부터 제10항까지의 합이 145, 제 11항부터 제 20항까지의 합이 445이다. 이 등차수열의 제 21항부터 제 30항까지의 합은?

① 645

② 680

③ 715

④ 745

⑤ 780

해설

첫째항을 a , 공차를 d 라 하고 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하면

$$S_{10} = \frac{10(2a + 9d)}{2} = 145 \quad \therefore 2a + 9d = 29 \cdots \text{㉠}$$

$$S_{20} = \frac{20(2a + 19d)}{2} = 145 + 445 = 590$$

$$\therefore 2a + 19d = 59 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $d = 3$, $a = 1$

따라서 제 21항부터 제 30항까지의 합은

$$S_{30} - S_{20} = \frac{30(2 \cdot 1 + 29 \cdot 3)}{2} - 590 = 745$$

16. 첫째 날에 100 원, 둘째 날에 110 원, 셋째 날에 120 원 ... 과 같이 매일 10 원씩 늘려 30 일간 저금통에 넣으면 적립한 총액은?

① 6450

② 7350

③ 7450

④ 8250

⑤ 8450

해설

$$a = 100, d = 10$$

$$S_{30} = \frac{30 \{2 \times 100 + (30 - 1) \cdot 10\}}{2} = 7350$$

17. 다음 표에서 가로줄, 세로줄 각각 모두 등비수열을 이룰 때, $a \times b \times c \times d$ 의 값은? (단, 표 안의 수는 모두 양수이다.)

$\frac{1}{8}$	a	2
b	2	d
$\frac{1}{2}$	c	128

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

해설

$$\frac{1}{8}, a, 2 \text{가 등비수열을 이루므로 } a^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{8}, b, \frac{1}{2} \text{이 등비수열을 이루므로 } b^2 = \frac{1}{16}$$

$$\therefore b = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}, c, 128 \text{이 등비수열을 이루므로 } c^2 = 64$$

$$\therefore c = 8$$

$$b, 2, d \text{가 등비수열을 이루므로 } bd = 4$$

$$\therefore d = 16$$

$$\therefore a \times b \times c \times d = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 8 \times 16 = 16$$

18. 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 에 대하여

$$\frac{S_{3n}}{S_n} = 7 \text{ 일 때, } \frac{S_{2n}}{S_n} \text{ 의 값을 구하여라.}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

첫째항을 a_1 이라고 하면

$$\frac{S_{3n}}{S_n} = \frac{a_1(r^{3n} - 1)}{a_1(r^n - 1)} = 7, \quad \frac{r^{3n} - 1}{r^n - 1} = 7$$

$$\frac{(r^n - 1)(r^{2n} + r^n + 1)}{r^n - 1} = 7, \quad r^{2n} + r^n + 1 = 7$$

$$(r^n)^2 + r^n - 6 = 0, \quad (r^n + 3)(r^n - 2) = 0$$

$$\therefore r^n = 2 (\because r > 1)$$

$$\frac{S_{2n}}{S_n} = \frac{a_1(r^{2n} - 1)}{a_1(r^n - 1)} = \frac{r^{2n} - 1}{r^n - 1}$$

$$\frac{(r^n - 1)(r^n + 1)}{r^n - 1} = r^n + 1 = 3$$

19. $f(n) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ 일때, $\sum_{k=1}^n \frac{1}{2k-1}$ 을 $f(n)$ 과 $f(2n)$ 으로 나타내면?

① $f(2n) - f(n)$

② $f(2n) - \frac{1}{2}f(n)$

③ $2f(n) - f(2n)$

④ $f(n) - \frac{1}{2}f(2n)$

⑤ $3f(n) - 2f(2n)$

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^n \frac{1}{2k-1} \\ &= \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1} \\ &= \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n} \right) \\ & \quad - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2n} \right) \\ &= \sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{k} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{2k} \\ &= f(2n) - \frac{1}{2} \cdot f(n) \end{aligned}$$

20. $\sum_{l=1}^n (\sum_{k=1}^l k) = 56$ 을 만족시키는 n 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{l=1}^n (\sum_{k=1}^l k) \\ &= \sum_{l=1}^n \left\{ \frac{l(l+1)}{2} \right\} = \frac{1}{2} (\sum_{l=1}^n l^2 + \sum_{l=1}^n l) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} \right\} \\ &= \frac{n(n+1)(n+2)}{6} \end{aligned}$$

즉, $\frac{n(n+1)(n+2)}{6} = 56$ 이므로

$$n(n+1)(n+2) = 6 \cdot 7 \cdot 8$$

$$\therefore n = 6$$

21. 1에서 10까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 자연수의 곱을 모두 더한 값을 S 라 할 때, $\frac{S}{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 132

해설

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 이므로
1에서 10까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 자연수의 곱을 모두 더한 값을 S 라 하면

$$(1 + 2 + 3 + \cdots + 10)^2 = (1^2 + 2^2 + \cdots + 10^2) + 2S$$

$$2S = \left(\frac{10 \cdot 11}{2}\right)^2 - \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} = 2640$$

$$\therefore S = 1320$$

$$\therefore \frac{S}{10} = 132$$

22. 오른쪽 그림과 같이 수를 배열할 때 위에서 10 번째 행, 왼쪽에서 7 번째 열의 수는?

1	2	4	7	11	...
3	5	8	12		
6	9	13			
10	14				
15					
⋮					

- ① 130 ② 138 ③ 142
 ④ 152 ⑤ 146

해설

각 행의 첫 번째 수로 만들어지는 수열을 $\{a_n\}$ 이라 하면
 $\{a_n\} : 1, 3, 6, 10, 15, \dots$

$$\begin{array}{cccc} \vee & \vee & \vee & \vee \\ 2 & 3 & 4 & 5 \dots \end{array}$$

$$\therefore a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (k+1) = \frac{n^2 + n}{2}$$

각 행을 이루는 수열들을 살펴보면 모두 계차수열을 이루고, 제 10행은 각 항의 계차가 10, 11, 12, ... 인 계차수열을 이룬다. 따라서 제10행의 첫 번째 수는

$$a_{10} = \frac{10^2 + 10}{2} = 55 \text{ 이고}$$

제10행의 7 번째 열의 수는

$$\begin{aligned} & 55 + (10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15) \\ &= 55 + \frac{6(10) + 15}{2} = 130 \end{aligned}$$

23. 다음 군수열 (2), (4, 6), (8, 10, 12), (14, ...), ... 에서 제 25군의 5 번째 항은?

① 567

② 589

③ 602

④ 610

⑤ 612

해설

제 n 군의 첫째항을 $\{a_n\}$ 이라 하면

$\{a_n\} : 2, 4, 8, 14, 22, \dots$

$\vee \vee \vee \vee$

$\{b_n\} : 2 \quad 4 \quad 6 \quad 8 \quad \dots \rightarrow b_n = 2n$

따라서 $a_n = 2 + \sum_{k=1}^{n-1} 2k = n^2 - n + 2$ 이다.

제 25군의 첫째항은 $25^2 - 25 + 2 = 602$ 이고, 5 번째 항은 $602 + 8 = 610$

24. 다음은 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

$$a_{n+1} - \boxed{\text{(가)}} = \frac{1}{2}(a_n - \boxed{\text{(가)}}) \text{ 이므로}$$

$$a_n = \boxed{\text{(가)}} + (a_1 - \boxed{\text{(가)}})\boxed{\text{(나)}}^{n-1}$$

- ① 1, $\frac{1}{2}$ ② 1, 2 ③ 2, $\frac{1}{2}$ ④ 2, 2 ⑤ 3, $\frac{1}{2}$

해설

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1 \text{ 에서}$$

$$a_{n+1} - 2 = \frac{1}{2}(a_n - 2)$$

이때, 수열 $\{a_n - 2\}$ 은 첫째항이 $a_1 - 2$, 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이므로

$$a_n - 2 = (a_1 - 2) \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore a_n = 2 + (a_1 - 2) \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore \text{(가)} = 2, \text{(나)} = \frac{1}{2}$$

25. $a_1 = 1$, $a_{2n} = a_n + 2$, $a_{2n+1} = a_n - 3$ 을 만족하는 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_{30} 의 값은?

① -9

② -6

③ -2

④ 3

⑤ 5

해설

$$a_{2n} = a_n + 2, a_{2n+1} = a_n - 3$$

$$a_{30} = a_{15} + 2 = (a_7 - 3) + 2 = a_7 - 1$$

$$= (a_3 - 3) - 1 = a_3 - 4 = (a_1 - 3) - 4$$

$$= a_1 - 7 = -6$$

26. 어떤 세포의 집합은 1시간이 지나면 세포 2개는 죽고 나머지는 각각 2배로 분열한다고 한다. 처음 세포의 개수가 7개일 때, n 시간 후의 세포의 개수를 a_n 이라 하면, 다음 중 옳은 것은?

① $a_{n+1} = 2a_n - 7$

② $a_{n+1} = 2(a_n - 7)$

③ $a_{n+1} = a_n - 2$

④ $a_{n+1} = 2(a_n - 2)$

⑤ $a_{n+1} = 2a_n - 2$

해설

$$a_1 = 2 \times (7 - 2) = 10$$

$$a_2 = 2 \times (a_1 - 2)$$

$$a_3 = 2 \times (a_2 - 2)$$

$$a_4 = 2 \times (a_3 - 2)$$

⋮

$$a_n = 2(a_{n-1} - 2)$$

$$\therefore a_{n+1} = 2(a_n - 2)$$

27. $\sqrt{4 \sqrt[3]{2 \sqrt[4]{2}}}$ 를 $2^{\frac{q}{p}}$ 로 나타낼 때, $p + q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로소인 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 53

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4 \sqrt[3]{2 \sqrt[4]{2}}} &= \sqrt{4 \sqrt[3]{\sqrt[4]{2^4} \times 2}} \\ &= \sqrt{4 \sqrt[12]{2^5}} = \sqrt{2^2 \cdot \sqrt[12]{2^5}} \\ &= \sqrt{\sqrt[12]{2^{24} \times 2^5}} = \sqrt[24]{2^{29}} = 2^{\frac{29}{24}}\end{aligned}$$

따라서 $P = 29, q = 24$ 이므로 $p + q = 53$

28. $a = 2^{12}$ 일 때, $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a}}} \times \sqrt[4]{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(a^{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}} \times (a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}})^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{24}} \times a^{\frac{1}{24}} = a^{\frac{1}{12}}$$

$a = 2^{12}$ 이므로

$$a^{\frac{1}{12}} = (2^{12})^{\frac{1}{12}} = 2$$

29. $2\log(a - 2b) = \log 2b + \log(62b - a)$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

로그의 성질을 이용하여 주어진 식 $2\log(a - 2b) = \log 2b + \log(62b - a)$ 을 간단히 정리하면

$$\log(a - 2b)^2 = \log 2b(62b - a)$$

$$(a - 2b)^2 = 2b(62b - a)$$

$$a^2 - 4ab + 4b^2 = 124b^2 - 2ab$$

$$a^2 - 2ab - 120b^2 = 0$$

$$(a + 10b)(a - 12b) = 0$$

$$\therefore a = -10b \text{ 또는 } a = 12b$$

이때 진수 조건에 의하여 $a - 2b > 0$, $2b > 0$, $62b - a > 0$ 이므로 $a > 0$, $b > 0$

따라서 $a = 12b$ 이고 $\frac{a}{b} = 12$ 이다.

30. $\log \frac{x}{4.71} = 1.9812$ 를 만족하는 양수 x 의 값을 다음 상용로그표를 이용하여 구하여라.

수	0	1	1	3	...
∴	∴	∴	∴	∴	∴
4.5	.6532	.6542	.6551	.6561	...
4.6	.6628	.6737	.6647	.6656	...
4.7	.6721	.6730	.6739	.6749	...
∴	∴	∴	∴	∴	∴

▶ 답 :

▷ 정답 : 451

해설

$\log x$ 의 가수를 구하고, 가수가 같은 로그의 진수를 상용로그표에서 찾는다.

$$\log \frac{x}{4.71} = \log x - \log 4.71 = \log x - 0.6730 = 1.9812 \text{ 이므로}$$

$$\log x = 2.6542 = 2 + 0.6542$$

로그표에서 $\log 4.51 = 0.6542$ 이므로 $x = 451$

31. $\log x$ 의 정수 부분은 3이고, $\log x$, $\log \sqrt[3]{x}$ 의 소수 부분의 합은 1이라고 한다. $\log \sqrt{x}$ 의 정수 부분을 n , 소수 부분을 α 라 할 때 $n + 8\alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\log x = 3 + \beta \quad (0 \leq \beta < 1)$$

$$\log \sqrt[3]{x} = \frac{1}{3} \log x = 1 + \frac{\beta}{3}$$

$$\therefore \beta + \frac{\beta}{3} = 1$$

$$\therefore \beta = \frac{3}{4}$$

$$\log \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log x = \frac{3}{2} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$$

$$n = 2, \alpha = \frac{1}{4}$$

$$n + 8\alpha = 2 + 2 = 4$$

32. 수소 이온 농도는 용액 1L속에 존재하는 수소 이온의 그램이온수의 역수의 상용로그를 취하여 구하고, 기호 pH로 나타낸다.

즉, $\text{pH} = \log \frac{1}{[\text{H}^+]}$ ($[\text{H}^+]$ 는 수소 이온의 그램이온수)이다. 두 용액 A, B의 수소 이온 농도가 각각 4, 6이고 수소 이온의 그램이온수가 각각 a , b 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은?

① $\frac{1}{100}$

② $\frac{1}{10}$

③ 1

④ 10

⑤ 100

해설

$$4 = \log \frac{1}{a} \text{에서 } \frac{1}{a} = 10^4 \quad \therefore a = 10^{-4}$$

$$6 = \log \frac{1}{b} \text{에서 } \frac{1}{b} = 10^6 \quad \therefore b = 10^{-6}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{10^{-4}}{10^{-6}} = 10^{-4-(-6)} = 10^2 = 100$$

33. 어떤 용기에 있는 물의 양은 전날 같은 시각의 물의 양의 9%만큼 줄어든다고 한다. 이와 같은 비율로 물의 양이 줄어들 때, 8일이 지난 후의 물의 양은 처음 양의 $\frac{1}{K}$ 배이다. 이때, $100K$ 의 값을 구하여라.
(단, $\log 0.213 = \bar{1}.328$, $\log 9.1 = 0.959$ 로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 213

해설

용기의 현재 물의 양을 α 라 하면 8일 후의 물의 양은 $\alpha(0.91)^8$ 이다.

$$\alpha(0.91)^8 = \frac{1}{K}\alpha \text{에서 } \frac{1}{K} = (0.91)^8$$

이때, $\log 0.91 = -1 + 0.959 = -0.041$ 이므로

$$\log \frac{1}{K} = 8 \log 0.91 = -0.328$$

$$\therefore \log K = 0.328$$

조건에서 $\log 0.213 = \bar{1}.328$ 이므로

$$K = 2.13$$

$$\therefore 100K = 213$$