1. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$에서 $a_4 : a_9 = 2 : 5$일 때, a_{15}의 값은?

① 40 ② 43 ③ 46 ④ 49 ⑤ 52

해설

첫째항을 a라 하면 $a_n = a + (n-1) \cdot 3$이므로
$a_4 = a + 9,\ a_9 = a + 24$
이때, $(a+9) : (a+24) = 2 : 5$에서
$5(a+9) = 2(a+24)$
$\therefore\ a = 1$
$\therefore\ a_{15} = 1 + (15-1) \cdot 3 = 43$

2. 등비중항의 성질을 이용하여 다음 수열이 등비수열이 되도록 할 때, □안에 알맞은 수를 모두 더하면?

$-2,\ \square,\ -8,\ \square,\ \square,\ 64, \cdots$

① -11 ② -12 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

첫 번째 괄호를 b라 하면 $b^2 = (-2) \times (-8),\ b^2 = 16$
따라서 $b = 4$이고 공비는 -2인 수열이 되므로 구하는 수열은
$-2,\ 4,\ -8,\ 16,\ -32,\ 64,\ \cdots$
$\therefore\ 4 + 16 - 32 = -12$

3. 제 4항이 6, 제 7항이 162인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 10항까지의 합은?

① $\frac{1}{9}(3^{10}-1)$ ② $\frac{1}{10}(3^{10}-1)$ ③ $\frac{1}{9}(3^{10}+1)$
④ $\frac{1}{10}(3^{10}+1)$ ⑤ $\frac{1}{9}(3^{11}-1)$

해설

첫째항을 a, 공비를 r이라 하면
$ar^3 = 6,\ ar^6 = 162$
$r^3 = 27$
$\therefore\ r = 3,\ a = \frac{2}{9}$
$S_n = \frac{\frac{2}{9}\cdot(3^{10}-1)}{3-1} = \frac{1}{9}(3^{10}-1)$

4. 수열 $\{a_n\}$이 다음을 만족할 때, $a_3 + a_4$의 값은?

$$a_1 = 3,\ a_2 = 6,\ a_{n+1} = \frac{2a_n \cdot a_{n+2}}{a_n + a_{n+2}} (n = 1,\ 2,\ 3)$$

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{7}{16}$ ④ $\frac{5}{24}$ ⑤ $\frac{7}{36}$

해설

$a_{n+1} = \frac{2a_n \cdot a_{n+2}}{a_n + a_{n+2}}$로부터 수열 $\{a_n\}$은 조화수열이다. 따라서 수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$은 등차수열이고, 이때, $\frac{1}{a_1} = 3,\ \frac{1}{a_2} = 6$이므로

$\frac{1}{a_n} = 3 + (n-1) \cdot 3 = 3n,\ a_n = \frac{1}{3n}$

$a_3 = \frac{1}{9},\ a_4 = \frac{1}{12} \quad \therefore\ a_3 + a_4 = \frac{7}{36}$

5. 16의 네제곱근 중 음수인 것을 a, -27의 세제곱근 중 실수인 것을 b라 할 때, ab의 값은?

① -12 ② -6 ③ 6 ④ 12 ⑤ 36

해설

16의 네제곱근 중 음수인 것은
$-\sqrt[4]{16} = -2 \quad \therefore a = -2$
-27의 세제곱근을 x라 하면
$x^3 = -27, \quad (x+3)(x^2-3x+9) = 0$
이때, -27의 세제곱근 중 실수인 것은 -3이다.
$\therefore b = -3$
$\therefore ab = (-2) \times (-3) = 6$

6. 등식 $\sqrt[4]{a\sqrt{\sqrt[3]{a^2}}} = 27$을 만족하는 양수 a의 값은?

① 3 ② 3^2 ③ 3^3 ④ 3^6 ⑤ 3^9

해설

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{a\sqrt{\sqrt[3]{a^2}}} &= \left\{a\left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{4}} \\ &= \left(a\cdot a^{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}} \\ &= \left(a^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{3}}\end{aligned}$$

$a^{\frac{1}{3}} = 3^3$이므로 $\left(a^{\frac{1}{3}}\right)^3 = (3^3)^3$

$\therefore a = 3^9$

7. $3^x = 5$ 일 때, $\left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{x}{4}}$ 의 값을 구하면?

① 3　② $\sqrt{3}$　③ 5　④ $\sqrt{5}$　⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$\left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{x}{4}} = (3^{-4})^{-\frac{x}{4}} = 3^x = 5$

8. $(\log_2 3 + 2\log_4 7)\log_{\sqrt[4]{21}} 8$의 값은?

① 4 ② 6 ③ 12

④ $4\log_2 3$ ⑤ $6\log_2 5$

해설

밑의 변환 공식을 이용하여 밑을 같게 한 후 계산한다.

$$(\log_2 3 + 2\log_4 7)\log_{\sqrt[4]{21}} 8$$

$$= \left(\log_2 3 + 2\frac{\log_2 7}{\log_2 4}\right) \cdot \frac{\log_2 8}{\log_2 \sqrt[4]{21}}$$

$$= \left(\log_2 3 + 2\frac{\log_2 7}{\log_2 2^2}\right) \cdot \frac{\log_2 2^3}{\log_2 21^{\frac{1}{4}}}$$

$$= \left(\log_2 3 + 2\frac{\log_2 7}{2\log_2 2}\right) \cdot \frac{3\log_2 2}{\frac{1}{4}\log_2 21}$$

$$= (\log_2 3 + \log_2 7) \cdot \frac{12}{\log_2 21}$$

$$= \log_2 21 \cdot \frac{12}{\log_2 21} = 12$$

9. $\log_3 2 = a$, $\log_3 5 = b$라고 할 때, $\log_8 125$를 a, b로 나타내면?

① $1 - 2b$　② $2b - a$　③ $a - b$

④ $\dfrac{b}{a}$　⑤ $\dfrac{a}{b}$

해설

$\log_3 2 = a$　$\log_3 5 = b$

$\log_8 125 = \log_{2^3} 5^3 = \log_2 5$

$= \dfrac{\log_3 5}{\log_3 2} = \dfrac{b}{a}$

10. $\frac{1}{2}\log_3 \frac{9}{7} + \log_3 \sqrt{7} = a$, $\log_3 4 \cdot \log_4 \sqrt{3} = b$ 일 때, $a + 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a = \log_3 \frac{3}{\sqrt{7}} + \log_3 \sqrt{7} = \log_3 3 = 1$

$b = \log_3 4 \cdot \log_4 3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

$\therefore a + 2b = 1 + 1 = 2$

11. 직각삼각형의 세 변의 길이 $a, b, 3$이 등차수열을 이룬다. 이때, $a+b$의 값은? (단, $a<b<3$)

① $\frac{21}{5}$ ② $\frac{22}{5}$ ③ $\frac{23}{5}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ 5

해설

$a^2+b^2=9$

$\frac{a+3}{2}=b$

$a^2+\left(\frac{a+3}{2}\right)^2=9$

$a^2+\frac{a^2+6a+9}{4}=9$

$4a^2+a^2+6a+9-36=0$

$5a^2+6a-27=0$

$(a+3)(5a-9)=0$

$a=\frac{9}{5}\ \ (a>0)$

$b=\frac{a+3}{2}=\frac{\frac{9}{5}+3}{2}=\frac{\frac{9+15}{5}}{2}$

$=\frac{24}{10}=\frac{12}{5}$

$\therefore a+b=\frac{9}{5}+\frac{12}{5}=\frac{21}{5}$

12. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$이 공차가 각각 2, 3인 등차수열일 때, 수열 $\{a_n + b_n\}$의 공차는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot 2$

$b_n = b_1 + (n-1) \cdot 3$

$a_n + b_n = a_1 + b_1 + (n-1) \cdot 5$

∴ 공차= 5

13. 첫째항이 -10인 등차수열 $\{a_n\}$에서 첫째항부터 제 7항까지의 합과 제 7항의 값이 같을 때, 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 80

해설

$S_7 = a_7$

$S_7 = \dfrac{7(2a+6d)}{2}$

$a_7 = a + 6d$

$\dfrac{7(2a+6d)}{2} = a + 6d$

$7a + 21d = a + 6d$

$6a = -15d$

$d = \dfrac{6 \times (-10)}{-15} = 4$

$\therefore S_{10} = \dfrac{10(2a+9d)}{2}$

$= \dfrac{10(-20+36)}{2}$

$= \dfrac{160}{2} = 80$

14. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\begin{cases} a_1+a_7+a_{13}=12 \\ a_5+a_{10}+a_{15}=21 \end{cases}$ 이 성립할 때, a_7+a_{10}의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면

$a_1+a_7+a_{13}=a_1+(a_1+6d)+(a_1+12d)$

$=3a_1+18d=12 \quad \therefore\ a_1+6d=4 \cdots ㉠$

$a_5+a_{10}+a_{15}=(a_1+4d)+(a_1+9d)+(a_1+14d)=3a_1+27d=21$

$\therefore\ a_1+9d=7 \cdots ㉡$

㉠, ㉡에서 $d=1,\ a_1=-2$

$\therefore\ a_n=-2+(n-1)\cdot 1=n-3$

$\therefore\ a_7+a_{10}=(7-3)+(10-3)=11$

15. 두 수 3과 −96 사이에 네 실수 a, b, c, d를 넣어서 이 순서로 등비수열을 이루도록 할 때, $a+b+c+d$의 값은?

① 18 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 42

해설

공비를 r이라고 하면 $-96 = 3 \cdot r^5$에서
$r^5 = -32 \quad \therefore \ r = -2$
따라서 네 수 a, b, c, d의 값은 각각 -6, 12, -24, 48이므로
$a+b+c+d = (-6) + 12 + (-24) + 48 = 30$

16. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n = 2 \cdot 3^n - 1$일 때, $a_1 + a_4$의 값은?

① 111 ② 112 ③ 113 ④ 114 ⑤ 115

해설

$n = 1$일 때, $a_1 = S_1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$ ……㉠

$n \geq 2$일 때, $a_n = S_n - S_{n-1} = 2 \cdot 3^n - 1 - (2 \cdot 3^{n-1} - 1) = 4 \cdot 3^{n-1}$ ……㉡

그런데 ㉡에 $n = 1$을 대입하면 ㉠과 다르므로 이 수열은 제2항부터 등비수열을 이룬다.

$\therefore a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$ $(n \geq 2)$, $a_1 = 5$

$\therefore a_1 + a_4 = 5 + 4 \cdot 3^3 = 113$

17. $\sum_{k=1}^{n}(k^2+1)-\sum_{k=1}^{n-1}(k^2-1)=62$를 만족하는 자연수 n의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$\sum_{k=1}^{n}(k^2+1)-\sum_{k=1}^{n-1}(k^2-1)$
$=\sum_{k=1}^{n}(k^2+1)-\left\{\sum_{k=1}^{n}(k^2-1)-(n^2-1)\right\}$
$=\sum_{k=1}^{n}\left\{(k^2+1)-(k^2-1)\right\}+(n^2-1)$
$=\sum_{k=1}^{n}2+(n^2-1)=n^2+2n-1=62$
이것을 정리하여 인수분해하면 $(n+9)(n-7)=0$
따라서 $n=-9$ 또는 $n=7$
그런데 $n>0$이므로 $n=7$

18. $\sum_{l=1}^{n}\left(\sum_{k=1}^{l} 12k\right) = 1008$을 만족시키는 n의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\sum_{l=1}^{n}\left(\sum_{k=1}^{l} 12k\right)$$

$$= \sum_{l=1}^{n} 12 \cdot \left\{\frac{l(l+1)}{2}\right\} = 6\left(\sum_{l=1}^{n} l^2 + \sum_{l=1}^{n} l\right)$$

$$= 6\left\{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2}\right\}$$

$$= n(n+1)(2n+4) = 2n(n+1)(n+2)$$

즉, $2n(n+1)(n+2) = 1008$이므로

$n(n+1)(2n+4) = 7 \cdot 8 \cdot 9 = 504$

$\therefore\ n = 7$

19. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $S_n = n^3 - n$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에서 $\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \cdots + \frac{1}{a_{20}}$ 의 값은?

① $\frac{17}{19}$ ② $\frac{17}{30}$ ③ $\frac{19}{40}$ ④ $\frac{17}{50}$ ⑤ $\frac{19}{60}$

해설

$a_n = S_n - S_{n-1} = (n^3 - n) - \{(n-1)^3 - (n-1)\} = 3n(n-1)(n \geq 2)$

$\therefore \frac{1}{a_n} = \frac{1}{3n(n-1)} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right)(n \geq 2)$

$\therefore \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \cdots + \frac{1}{a_{20}}$

$= \frac{1}{3}\left\{\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{19} - \frac{1}{20}\right)\right\}$

$= \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{20}\right) = \frac{19}{60}$

20. $1+\dfrac{1}{1+2}+\dfrac{1}{1+2+3}+\cdots+\dfrac{1}{1+2+3+\cdots+10}$의 값은?

① $\dfrac{9}{10}$ ② $\dfrac{11}{10}$ ③ $\dfrac{10}{11}$ ④ $\dfrac{20}{11}$ ⑤ $\dfrac{11}{20}$

해설

$$\frac{1}{1+2+\cdots+n}=\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}=\frac{2}{n(n+1)}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10}\frac{2}{k(k+1)}=2\sum_{k=1}^{10}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$$

$$=2\left\{\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{11}\right)\right\}$$

$$=2\left(1-\frac{1}{11}\right)=\frac{20}{11}$$

21. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_1 = 2,\ a_{10} = 25$이다. 수열 $\{a_n\}$의 계차수열을 $\{b_n\}$이라 할 때, $b_1 + b_2 + \cdots + b_9$의 값은?

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

해설

$a_{10} - a_1 = b_1 + b_1 + \cdots + b_9$

$\therefore b_1 + b_2 + \cdots + b_9 = 25 - 2 = 23$

22. $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n + 2^n (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대하여 일반항 a_n은?

① 2^{n-1} ② $2^{n-1} + n - 1$ ③ $2^n - 1$

④ $2^n + n - 2$ ⑤ $2^{n+1} - 3$

해설

$a_{n+1} = a_n + 2^n$의 양변에 $n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ (n-1)$을 대입하여 변끼리 더하면

$a_2 = a_1 + 2$

$a_3 = a_2 + 2^2$

$\vdots$

$+) \underline{a_n = a_{n-1} + 2^{n-1}}$

$a_n = a_1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{n-1}$

$= a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2^k$

$= 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{n-1}$

$= \dfrac{2^n - 1}{2 - 1}$

$= 2^n - 1$

23. 수열 $\{a_n\}$의 일반항이

$$a_n=\begin{cases}2n+1 & (n\text{이 홀수})\\ 2^{\frac{n}{2}} & (n\text{이 짝수})\end{cases}$$

일 때, $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2m}$의 값은?

(단, m은 자연수)

① $2m^2+m+2^m$ ② $2m^2+2m+2^{m+1}$

③ $2m^2+m+2^{m+1}-2$ ④ $2m^2+m+2^{m+1}-1$

⑤ $2m^2+m+2^{m+1}$

해설

수열 $\{a_n\}$의 홀수 번째 항으로 이루어진 수열은 3, 7, 11, 15,⋯ 이므로

공차가 4인 등차수열이고 처음 m개의 항의 합은

$$\frac{m\{2\cdot 3+(m-1)\cdot 4\}}{2}=2m^2+m$$

수열 $\{a_n\}$의 짝수 번째 항으로 이루어진 수열은 2, 2^2, 2^3, 2^4,⋯ 이므로 공비가 2인 등비수열이고 처음 m개의 항의 합은

$$\frac{2(2^m-1)}{2-1}=2^{m+1}-2$$

$\therefore a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2m}=2m^2+m+2^{m+1}-2$

24. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2 \cdots$㉠이 성립함을 수학적으로 증명한 것이다.

보기

(i) $n=1$일 때, (좌변)= 1, (우변)= $1^2=1$이므로 ㉠이 성립한다.
(ii) $n=k$일 때, 등식이 성립한다고 가정하면 $1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2$
이 식의 양변에 $\boxed{\text{(가)}}$를 더하면
$1+3+5+\cdots+(2k-1)+\boxed{\text{(가)}}$
$=k^2+\boxed{\text{(가)}}=\boxed{\text{(나)}}$
따라서, $n=k+1$일 때에도 ㉠은 성립한다.
(i), (ii)에 의하여 주어진 ㉠은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

① $2k-1,\ (k+1)^2$
② $2k,\ k+1$
③ $2k,\ (k+1)^2$
④ $2k+1,\ k+1$
⑤ $2k+1,\ (k+1)^2$

해설

(ii) $n=k$일 때, 등식이 성립한다고 가정하면 $1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2$
이 식의 양변에 $\boxed{2k+1}$를 더하면
$1+3+5+\cdots+(2k-1)+\boxed{2k+1}$
$=k^2+\boxed{2k+1}=\boxed{(k+1)^2}$
따라서, $n=k+1$일 때에도 ㉠은 성립한다.
(i), (ii)에 의하여 주어진 ㉠은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.
$\therefore$ (가) $=2k+1$, (나) $=(k+1)^2$

25. $a=2^{12}$일 때, $\sqrt{\dfrac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a}}}\times\sqrt[4]{\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}}$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$(a^{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}}\times(a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}})^{\frac{1}{4}}=a^{\frac{1}{24}}\times a^{\frac{1}{24}}=a^{\frac{1}{12}}$

$a=2^{12}$이므로

$a^{\frac{1}{12}}=(2^{12})^{\frac{1}{12}}=2$

26. $a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=4$일 때, $a+a^{-1}$의 값을 구하여라.(단, $a>0$)

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=4$의 양변을 제곱하면 $\left(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}\right)^2=4^2$

$a+a^{-1}+2=16$

$\therefore a+a^{-1}=14$

27. $a>0, b>0$일 때, $\log_4(a+2b)+\log_4\left(\frac{2}{a}+\frac{1}{b}\right)$의 최솟값을 구하면?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ 3

해설

$\log_4(a+2b)+\log_4\left(\frac{2}{a}+\frac{1}{b}\right)$

$=\log_4(a+2b)\left(\frac{2}{a}+\frac{1}{b}\right)$

$=\log_4\left(\frac{a}{b}+\frac{4b}{a}+4\right)$

이때, 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하면

$\frac{a}{b}+\frac{4b}{a}\geq 2\sqrt{\frac{a}{b}\cdot\frac{4b}{a}}=4$

따라서, 주어진 식의 최솟값은

$\log_4(4+4)=\log_4 8=\log_{2^2}2^3=\frac{3}{2}$

28. $3^a = 2$, $3^b = 7$일 때, $\log_6 84$를 a, b로 나타내면?

① $\dfrac{2a+b+1}{a+1}$ ② $\dfrac{a+2b+1}{b+1}$ ③ ab

④ $\dfrac{2a+b-1}{a+1}$ ⑤ $\dfrac{2a+b-1}{b+1}$

해설

$3^a = 2$이므로 $a = \log_3 2$, $3^b = 7$이므로 $b = \log_3 7$

$$\therefore \log_6 84 = \frac{\log_3 84}{\log_3 6} = \frac{\log_3(2^2 \times 3 \times 7)}{\log_3(2 \times 3)}$$

$$= \frac{\log_3 2^2 + \log_3 3 + \log_3 7}{\log_3 2 + \log_3 3}$$

$$= \frac{2\log_3 2 + 1 + \log_3 7}{\log_3 2 + 1} = \frac{2a+b+1}{a+1}$$

29. 다음 상용로그표를 이용하여 $\log \sqrt[3]{0.141}$ 의 소수 부분을 구하여라.

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.7164

해설

상용로그표에서 $\log 1.41 = 0.1492$ 이므로

$$\begin{aligned}\log \sqrt[3]{0.141} &= \frac{1}{3}\log 0.141 = \frac{1}{3}\log (1.41 \times 10^{-1}) \\ &= \frac{1}{3}(\log 1.41 - 1) = \frac{1}{3}(0.1492 - 1) \\ &= -0.2836 = -1 + 0.7164\end{aligned}$$

따라서 $\log \sqrt[3]{0.141}$ 의 소수 부분은 0.7164 이다.

30. $\log_{10} 275$의 값을 $\log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 11 = 1.041$을 이용하여 계산한 다음, 소수 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2.44

해설

$\log_{10} 275 = \log_{10}^{25\times11} = 2\log_{10}^{5} + \log_{10}^{11}$
$= 2(1 - \log_{10}^{2}) + \log_{10}^{11}$
$= 2(1 - 0.301) + 1.041$
$= 2.439$
소수 셋째 자리에서 반올림하면 2.44

31. 양의 실수 A에 대하여 상용로그 $\log \frac{1}{A}$의 정수 부분과 소수 부분이 이차방정식 $3x^2 - 5x + 2 = 0$의 두 근일 때, $\log A$의 소수 부분은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

해설

상용로그의 정수 부분과 소수 부분의 의미를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$\log \frac{1}{A} = n + \alpha$($n$은 정수, $0 \le \alpha < 1$)라 하면

$n + \alpha = \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$

$\therefore\ n = 1,\ \alpha = \frac{2}{3}$

$\log A = -\frac{5}{3} = -2 + \frac{1}{3}$

따라서 $\log A$의 소수 부분은 $\frac{1}{3}$이다.

32. 세 수 $\log 3$, $\log(2^x+1)$, $\log(2^x+7)$이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $6x$의 값을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3$으로 계산한다.)

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

세 수 $\log 3$, $\log(2^x+1)$, $\log(2^x+7)$이 순서대로 등차수열을 이루므로

$2\log(2^x+1) = \log 3 + \log(2^x+7)$

$\log(2^x+1)^2 = \log 3(2^x+7) \Leftrightarrow (2^x+1)^2 = 3(2^x+7)$

$2^x = t$로 치환 $(t+1)^2 = 3(t+7) \Leftrightarrow t^2 - t - 20 = 0$

$(t+4)(t-5) = 0 \Leftrightarrow t = 5 (\because t > 0)$

$\therefore 2^x = 5 \Leftrightarrow x = \log_2 5 = \dfrac{\log 5}{\log 2} = \dfrac{1-0.3}{0.3} = \dfrac{7}{3}$

따라서 구하는 값은 $6x = 14$

33. 현주는 이번 달 휴대전화의 사용 요금으로 20,000 원을 납부하였다. 매월 사용 요금이 3% 씩 증가한다고 할 때, 9 개월 후에 현주가 납부할 휴대전화 사용 요금을 주어진 상용로그표를 이용하여 구하면?

<상용로그표>

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	비례부분		
											1 2 3	4 5 6	7 8 9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374	4 8 12	17 21 25	29 33 37
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755	4 8 11	15 19 23	26 30 34
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106	3 7 10	14 17 21	24 28 31
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430	3 6 10	13 16 19	23 26 29
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732	3 6 9	12 15 18	21 24 27

① 약 25,400 원 ② 약 25,560 원 ③ 약 26,080 원

④ 약 26,400 원 ⑤ 약 28,380 원

해설

1 달 후 사용요금은 $20000(1+0.03)$

2 달 후 사용요금은 $20000(1+0.03)^2$

$\vdots$

9 달 후 사용요금은 $20000(1+0.03)^9$

상용로그표에서 비례부분을 이용하여 계산하면

$\log 1.30 = 0.1139$

$4 \leftarrow 13$

$\log 1.304 = 0.1152$

$\log 1.03^9 = 9\log 1.03$

$= 0.1152$

$= \log 1.304$

$1.03^9 = 1.304$ 이므로

$20000 \times 1.304 = 26080$(원)