1. 공차가 3 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_4 : a_9 = 2 : 5$ 일 때, a_{15} 의 값은?

① 40 ② 43 ③ 46 ④ 49 ⑤ 52

해설

첫째항을 a 라 하면 $a_n = a + (n-1) \cdot 3$ 이므로

$a_4 = a + 9,\ a_9 = a + 24$

이때, $(a+9) : (a+24) = 2 : 5$ 에서

$5(a+9) = 2(a+24)$

$\therefore\ a = 1$

$\therefore\ a_{15} = 1 + (15-1) \cdot 3 = 43$

2. 등비중항의 성질을 이용하여 다음 수열이 등비수열이 되도록 할 때, $\square$안에 알맞은 수를 모두 더하면?

$$-2,\ \square,\ -8,\ \square,\ \square,\ 64, \cdots$$

① -11 ② -12 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

첫 번째 괄호를 b라 하면 $b^2 = (-2) \times (-8)$, $b^2 = 16$

따라서 $b = 4$이고 공비는 -2인 수열이 되므로 구하는 수열은

$-2,\ 4,\ -8,\ 16,\ -32,\ 64,\ \cdots$

$\therefore\ 4 + 16 - 32 = -12$

3. 제 4항이 6, 제 7항이 162인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 10항까지의 합은?

① $\frac{1}{9}(3^{10}-1)$ ② $\frac{1}{10}(3^{10}-1)$ ③ $\frac{1}{9}(3^{10}+1)$
④ $\frac{1}{10}(3^{10}+1)$ ⑤ $\frac{1}{9}(3^{11}-1)$

해설

첫째항을 a, 공비를 r이라 하면

$ar^3=6,\ ar^6=162$

$r^3=27$

$\therefore\ r=3,\ a=\frac{2}{9}$

$$S_n=\frac{\frac{2}{9}\cdot(3^{10}-1)}{3-1}=\frac{1}{9}(3^{10}-1)$$

4. 수열 $\{a_n\}$이 다음을 만족할 때, $a_3 + a_4$의 값은?

$$a_1 = 3,\ a_2 = 6,\ a_{n+1} = \frac{2a_n \cdot a_{n+2}}{a_n + a_{n+2}}(n = 1,\ 2,\ 3)$$

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{7}{16}$ ④ $\frac{5}{24}$ ⑤ $\frac{7}{36}$

해설

$a_{n+1} = \dfrac{2a_n \cdot a_{n+2}}{a_n + a_{n+2}}$ 로부터 수열 $\{a_n\}$은 조화수열이다. 따라서

수열 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$은 등차수열이고, 이때, $\dfrac{1}{a_1} = 3,\ \dfrac{1}{a_2} = 6$이므로

$$\frac{1}{a_n} = 3 + (n-1) \cdot 3 = 3n,\ a_n = \frac{1}{3n}$$

$$a_3 = \frac{1}{9},\ a_4 = \frac{1}{12} \quad \therefore\ a_3 + a_4 = \frac{7}{36}$$

5. 16의 네제곱근 중 음수인 것을 a, -27의 세제곱근 중 실수인 것을 b라 할 때, ab의 값은?

① -12　② -6　③ 6　④ 12　⑤ 36

해설

16의 네제곱근 중 음수인 것은

$-\sqrt[4]{16}=-2 \quad \therefore\ a=-2$

-27의 세제곱근을 x라 하면

$x^3=-27, \quad (x+3)(x^2-3x+9)=0$

이때, -27의 세제곱근 중 실수인 것은 -3이다.

$\therefore\ b=-3$

$\therefore ab=(-2)\times(-3)=6$

6. 등식 $\sqrt[4]{a\sqrt{\sqrt[3]{a^2}}}=27$을 만족하는 양수 a의 값은?

① 3 ② 3^2 ③ 3^3 ④ 3^6 ⑤ 3^9

해설

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{a\sqrt{\sqrt[3]{a^2}}} &= \left\{a(a^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{4}}\\ &= (a\cdot a^{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}}\\ &= (a^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{4}}=a^{\frac{1}{3}}\end{aligned}$$

$a^{\frac{1}{3}}=3^3$이므로 $(a^{\frac{1}{3}})^3=(3^3)^3$

$\therefore a=3^9$

7. $3^x = 5$ 일 때, $(\frac{1}{81})^{-\frac{x}{4}}$ 의 값을 구하면?

① 3 ② $\sqrt{3}$ ③ 5 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$(\frac{1}{81})^{-\frac{x}{4}} = (3^{-4})^{-\frac{x}{4}} = 3^x = 5$$

8. $(\log_2 3 + 2\log_4 7)\log_{\sqrt[4]{21}} 8$ 의 값은?

① 4 ② 6 ③ 12

④ $4\log_2 3$ ⑤ $6\log_2 5$

해설

밑의 변환 공식을 이용하여 밑을 같게 한 후 계산한다.

$(\log_2 3 + 2\log_4 7)\log_{\sqrt[4]{21}} 8$

$$= \left(\log_2 3 + 2\frac{\log_2 7}{\log_2 4}\right) \cdot \frac{\log_2 8}{\log_2 \sqrt[4]{21}}$$

$$= \left(\log_2 3 + 2\frac{\log_2 7}{\log_2 2^2}\right) \cdot \frac{\log_2 2^3}{\log_2 21^{\frac{1}{4}}}$$

$$= \left(\log_2 3 + 2\frac{\log_2 7}{2\log_2 2}\right) \cdot \frac{3\log_2 2}{\frac{1}{4}\log_2 21}$$

$$= (\log_2 3 + \log_2 7) \cdot \frac{12}{\log_2 21}$$

$$= \log_2 21 \cdot \frac{12}{\log_2 21} = 12$$

9. $\log_3 2 = a$, $\log_3 5 = b$라고 할 때, $\log_8 125$를 a, b로 나타내면?

① $1-2b$ ② $2b-a$ ③ $a-b$

④ $\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{a}{b}$

해설

$\log_3 2 = a \quad \log_3 5 = b$

$\log_8 125 = \log_{2^3} 5^3 = \log_2 5$

$= \frac{\log_3 5}{\log_3 2} = \frac{b}{a}$

10. $\frac{1}{2}\log_3 \frac{9}{7} + \log_3 \sqrt{7} = a$, $\log_3 4 \cdot \log_4 \sqrt{3} = b$일 때, $a + 2b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a = \log_3 \frac{3}{\sqrt{7}} + \log_3 \sqrt{7} = \log_3 3 = 1$$

$$b = \log_3 4 \cdot \log_4 3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a + 2b = 1 + 1 = 2$$

11. 직각삼각형의 세 변의 길이 $a, b, 3$이 등차수열을 이룬다. 이때, $a+b$의 값은? (단, $a<b<3$)

① $\frac{21}{5}$ ② $\frac{22}{5}$ ③ $\frac{23}{5}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ 5

해설

$$a^2+b^2=9$$

$$\frac{a+3}{2}=b$$

$$a^2+\left(\frac{a+3}{2}\right)^2=9$$

$$a^2+\frac{a^2+6a+9}{4}=9$$

$$4a^2+a^2+6a+9-36=0$$

$$5a^2+6a-27=0$$

$$(a+3)(5a-9)=0$$

$$a=\frac{9}{5} \quad (a>0)$$

$$b=\frac{a+3}{2}=\frac{\frac{9}{5}+3}{2}=\frac{\frac{9+15}{5}}{2}$$

$$=\frac{24}{10}=\frac{12}{5}$$

$$\therefore a+b=\frac{9}{5}+\frac{12}{5}=\frac{21}{5}$$

12. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$이 공차가 각각 $2, 3$인 등차수열일 때, 수열 $\{a_n + b_n\}$의 공차는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot 2$
$b_n = b_1 + (n-1) \cdot 3$
$a_n + b_n = a_1 + b_1 + (n-1) \cdot 5$
$\therefore$ 공차$= 5$

13. 첫째항이 -10인 등차수열 $\{a_n\}$에서 첫째항부터 제 7항까지의 합과 제 7항의 값이 같을 때, 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$S_7 = a_7$

$$S_7 = \frac{7(2a+6d)}{2}$$

$a_7 = a + 6d$

$$\frac{7(2a+6d)}{2} = a + 6d$$

$7a + 21d = a + 6d$

$6a = -15d$

$$d = \frac{6 \times (-10)}{-15} = 4$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10(2a+9d)}{2}$$

$$= \frac{10(-20+36)}{2}$$

$$= \frac{160}{2} = 80$$

14. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\begin{cases} a_1 + a_7 + a_{13} = 12 \\ a_5 + a_{10} + a_{15} = 21 \end{cases}$ 이 성립할 때, $a_7 + a_{10}$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면

$a_1 + a_7 + a_{13} = a_1 + (a_1 + 6d) + (a_1 + 12d)$

$= 3a_1 + 18d = 12 \quad \therefore \ a_1 + 6d = 4 \cdots$ ㉠

$a_5 + a_{10} + a_{15} = (a_1 + 4d) + (a_1 + 9d) + (a_1 + 14d) = 3a_1 + 27d = 21$

$\therefore \ a_1 + 9d = 7 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $d = 1, \ a_1 = -2$

$\therefore \ a_n = -2 + (n-1) \cdot 1 = n - 3$

$\therefore \ a_7 + a_{10} = (7-3) + (10-3) = 11$

15. 두 수 3과 -96 사이에 네 실수 $a,\ b,\ c,\ d$를 넣어서 이 순서로 등비수열을 이루도록 할 때, $a+b+c+d$의 값은?

① 18　② 24　③ 30　④ 36　⑤ 42

해설

공비를 r이라고 하면 $-96 = 3 \cdot r^5$에서

$r^5 = -32 \quad \therefore\ r = -2$

따라서 네 수 $a,\ b,\ c,\ d$의 값은 각각 $-6,\ 12,\ -24,\ 48$이므로

$a+b+c+d = (-6)+12+(-24)+48 = 30$

16. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n = 2 \cdot 3^n - 1$일 때, $a_1 + a_4$의 값은?

① 111　② 112　③ 113　④ 114　⑤ 115

해설

$n = 1$일 때, $a_1 = S_1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$ ⋯⋯㉠

$n \geq 2$일 때, $a_n = S_n - S_{n-1} = 2 \cdot 3^n - 1 - (2 \cdot 3^{n-1} - 1) = 4 \cdot 3^{n-1}$ ⋯⋯㉡

그런데 ㉡에 $n = 1$을 대입하면 ㉠과 다르므로 이 수열은 제2항부터 등비수열을 이룬다.

$\therefore a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$ $(n \geq 2)$, $a_1 = 5$

$\therefore a_1 + a_4 = 5 + 4 \cdot 3^3 = 113$

17. $\sum_{k=1}^{n}(k^2+1)-\sum_{k=1}^{n-1}(k^2-1)=62$를 만족하는 자연수 n의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\sum_{k=1}^{n}(k^2+1)-\sum_{k=1}^{n-1}(k^2-1)$

$=\sum_{k=1}^{n}(k^2+1)-\left\{\sum_{k=1}^{n}(k^2-1)-(n^2-1)\right\}$

$=\sum_{k=1}^{n}\left\{(k^2+1)-(k^2-1)\right\}+(n^2-1)$

$=\sum_{k=1}^{n}2+(n^2-1)=n^2+2n-1=62$

이것을 정리하여 인수분해하면 $(n+9)(n-7)=0$

따라서 $n=-9$ 또는 $n=7$

그런데 $n>0$이므로 $n=7$

18. $\sum_{l=1}^{n}\left(\sum_{k=1}^{l} 12k\right) = 1008$을 만족시키는 n의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\sum_{l=1}^{n}\left(\sum_{k=1}^{l} 12k\right)$

$= \sum_{l=1}^{n} 12 \cdot \left\{\frac{l(l+1)}{2}\right\} = 6\left(\sum_{l=1}^{n} l^2 + \sum_{l=1}^{n} l\right)$

$= 6\left\{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2}\right\}$

$= n(n+1)(2n+4) = 2n(n+1)(n+2)$

즉, $2n(n+1)(n+2) = 1008$이므로

$n(n+1)(2n+4) = 7 \cdot 8 \cdot 9 = 504$

$\therefore\ n = 7$

19. 첫째항부터 제 n항까지의 합이 $S_n = n^3 - n$인 수열 $\{a_n\}$에서 $\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \cdots + \frac{1}{a_{20}}$의 값은?

① $\frac{17}{19}$ ② $\frac{17}{30}$ ③ $\frac{19}{40}$ ④ $\frac{17}{50}$ ⑤ $\frac{19}{60}$

해설

$a_n = S_n - S_{n-1} = (n^3 - n) - \left\{(n-1)^3 - (n-1)\right\} = 3n(n-1)(n \geq 2)$

$\therefore \frac{1}{a_n} = \frac{1}{3n(n-1)} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right)(n \geq 2)$

$\therefore \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \cdots + \frac{1}{a_{20}}$

$= \frac{1}{3}\left\{\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{19} - \frac{1}{20}\right)\right\}$

$= \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{20}\right) = \frac{19}{60}$

20. $1+\dfrac{1}{1+2}+\dfrac{1}{1+2+3}+\cdots+\dfrac{1}{1+2+3+\cdots+10}$ 의 값은?

① $\dfrac{9}{10}$ ② $\dfrac{11}{10}$ ③ $\dfrac{10}{11}$ ④ $\dfrac{20}{11}$ ⑤ $\dfrac{11}{20}$

해설

$$\frac{1}{1+2+\cdots+n}=\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}=\frac{2}{n(n+1)}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10}\frac{2}{k(k+1)}=2\sum_{k=1}^{10}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$$

$$=2\left\{\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{11}\right)\right\}$$

$$=2\left(1-\frac{1}{11}\right)=\frac{20}{11}$$

21. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_1 = 2$, $a_{10} = 25$이다. 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라 할 때, $b_1 + b_2 + \cdots + b_9$ 의 값은?

① 21　② 22　③ 23　④ 24　⑤ 25

해설

$a_{10} - a_1 = b_1 + b_1 + \cdots + b_9$

$\therefore b_1 + b_2 + \cdots + b_9 = 25 - 2 = 23$

22. $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n + 2^n (n = 1, 2, 3, \cdots)$으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대하여 일반항 a_n은?

① 2^{n-1} ② $2^{n-1} + n - 1$ ③ $2^n - 1$

④ $2^n + n - 2$ ⑤ $2^{n+1} - 3$

해설

$a_{n+1} = a_n + 2^n$의 양변에 $n = 1, 2, 3, \cdots, (n-1)$을 대입하여 변끼리 더하면

$$
\begin{array}{rl}
 & a_2 = a_1 + 2 \\
 & a_3 = a_2 + 2^2 \\
 & \vdots \\
+) & \underline{a_n = a_{n-1} + 2^{n-1}} \\
 & a_n = a_1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{n-1}
\end{array}
$$

$$= a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2^k$$

$$= 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{n-1}$$

$$= \frac{2^n - 1}{2 - 1}$$

$$= 2^n - 1$$

23. 수열 $\{a_n\}$의 일반항이

$$a_n = \begin{cases} 2n+1 & (n\text{이 홀수}) \\ 2^{\frac{n}{2}} & (n\text{이 짝수}) \end{cases}$$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2m}$의 값은?

(단, m은 자연수)

① $2m^2 + m + 2^m$

② $2m^2 + 2m + 2^{m+1}$

③ $2m^2 + m + 2^{m+1} - 2$

④ $2m^2 + m + 2^{m+1} - 1$

⑤ $2m^2 + m + 2^{m+1}$

해설

수열 $\{a_n\}$의 홀수 번째 항으로 이루어진 수열은 $3,\ 7,\ 11,\ 15, \cdots$ 이므로

공차가 4인 등차수열이고 처음 m개의 항의 합은

$$\frac{m\{2\cdot 3 + (m-1)\cdot 4\}}{2} = 2m^2 + m$$

수열 $\{a_n\}$ 의 짝수 번째 항으로 이루어진 수열은 $2,\ 2^2,\ 2^3,\ 2^4, \cdots$ 이므로 공비가 2인 등비수열이고 처음 m개의 항의 합은

$$\frac{2(2^m - 1)}{2-1} = 2^{m+1} - 2$$

$\therefore a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2m} = 2m^2 + m + 2^{m+1} - 2$

24. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2 \cdots$ ㉠ 이 성립함을 수학적으로 증명한 것이다.

보기

(i) $n=1$일 때, (좌변)$=1$, (우변)$=1^2=1$이므로 ㉠이 성립한다.
(ii) $n=k$일 때, 등식이 성립한다고 가정하면 $1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2$
이 식의 양변에 $\boxed{(가)}$를 더하면
$1+3+5+\cdots+(2k-1)+\boxed{(가)}$
$=k^2+\boxed{(가)}=\boxed{(나)}$
따라서, $n=k+1$일 때에도 ㉠은 성립한다.
(i), (ii)에 의하여 주어진 ㉠은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

① $2k-1,\ (k+1)^2$
② $2k,\ k+1$
③ $2k,\ (k+1)^2$
④ $2k+1,\ k+1$
⑤ $2k+1,\ (k+1)^2$

해설

(ii) $n=k$일 때, 등식이 성립한다고 가정하면 $1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2$
이 식의 양변에 $\boxed{2k+1}$를 더하면
$1+3+5+\cdots+(2k-1)+\boxed{2k+1}$
$=k^2+\boxed{2k+1}=\boxed{(k+1)^2}$
따라서, $n=k+1$일 때에도 ㉠은 성립한다.
(i), (ii)에 의하여 주어진 ㉠은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.
$\therefore$ (가) $=2k+1$, (나) $=(k+1)^2$

25. $a=2^{12}$ 일 때, $\sqrt{\dfrac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a}}}\times\sqrt[4]{\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\left(a^{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}\times\left(a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}=a^{\frac{1}{24}}\times a^{\frac{1}{24}}=a^{\frac{1}{12}}$

$a=2^{12}$ 이므로

$a^{\frac{1}{12}}=\left(2^{12}\right)^{\frac{1}{12}}=2$

26. $a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=4$ 일 때, $a+a^{-1}$ 의 값을 구하여라.(단, $a>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=4$ 의 양변을 제곱하면 $\left(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}\right)^2=4^2$

$a+a^{-1}+2=16$

$\therefore a+a^{-1}=14$

27. $a>0, b>0$ 일 때, $\log_4(a+2b)+\log_4\left(\frac{2}{a}+\frac{1}{b}\right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 1　② $\frac{3}{2}$　③ 2　④ $\frac{2}{5}$　⑤ 3

해설

$$\log_4(a+2b)+\log_4\left(\frac{2}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

$$=\log_4(a+2b)\left(\frac{2}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

$$=\log_4\left(\frac{a}{b}+\frac{4b}{a}+4\right)$$

이때, 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하면

$$\frac{a}{b}+\frac{4b}{a}\geq 2\sqrt{\frac{a}{b}\cdot\frac{4b}{a}}=4$$

따라서, 주어진 식의 최솟값은

$$\log_4(4+4)=\log_4 8=\log_{2^2}2^3=\frac{3}{2}$$

28. $3^a = 2,\ 3^b = 7$일 때, $\log_6 84$를 $a,\ b$로 나타내면?

① $\dfrac{2a+b+1}{a+1}$ ② $\dfrac{a+2b+1}{b+1}$ ③ ab

④ $\dfrac{2a+b-1}{a+1}$ ⑤ $\dfrac{2a+b-1}{b+1}$

해설

$3^a = 2$이므로 $a = \log_3 2,\ 3^b = 7$이므로 $b = \log_3 7$

$$\therefore \ \log_6 84 = \frac{\log_3 84}{\log_3 6} = \frac{\log_3(2^2 \times 3 \times 7)}{\log_3(2 \times 3)}$$

$$= \frac{\log_3 2^2 + \log_3 3 + \log_3 7}{\log_3 2 + \log_3 3}$$

$$= \frac{2\log_3 2 + 1 + \log_3 7}{\log_3 2 + 1} = \frac{2a+b+1}{a+1}$$

29. 다음 상용로그표를 이용하여 $\log \sqrt[3]{0.141}$ 의 소수 부분을 구하여라.

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.7164

해설

상용로그표에서 $\log 1.41 = 0.1492$ 이므로

$$\log \sqrt[3]{0.141} = \frac{1}{3}\log 0.141 = \frac{1}{3}\log(1.41 \times 10^{-1})$$
$$= \frac{1}{3}(\log 1.41 - 1) = \frac{1}{3}(0.1492 - 1)$$
$$= -0.2836 = -1 + 0.7164$$

따라서 $\log \sqrt[3]{0.141}$ 의 소수 부분은 0.7164 이다.

30. $\log_{10} 275$ 의 값을 $\log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 11 = 1.041$ 을 이용하여 계산한 다음, 소수 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2.44

해설

$\log_{10} 275 = \log_{10}^{25\times 11} = 2\log_{10}^{5} + \log_{10}^{11}$

$= 2(1 - \log_{10}^{2}) + \log_{10}^{11}$

$= 2(1 - 0.301) + 1.041$

$= 2.439$

소수 셋째 자리에서 반올림하면 2.44

31. 양의 실수 A에 대하여 상용로그 $\log\frac{1}{A}$의 정수 부분과 소수 부분이 이차방정식 $3x^2-5x+2=0$의 두 근일 때, $\log A$의 소수 부분은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

해설

상용로그의 정수 부분과 소수 부분의 의미를 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$\log\frac{1}{A}=n+\alpha$(n은 정수, $0\le\alpha<1$)라 하면

$$n+\alpha=\frac{5}{3}=1+\frac{2}{3}$$

$$\therefore\ n=1,\ \alpha=\frac{2}{3}$$

$$\log A=-\frac{5}{3}=-2+\frac{1}{3}$$

따라서 $\log A$의 소수 부분은 $\frac{1}{3}$이다.

32. 세 수 $\log 3$, $\log(2^x+1)$, $\log(2^x+7)$이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $6x$의 값을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3$으로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

세 수 $\log 3$, $\log(2^x+1)$, $\log(2^x+7)$이 순서대로 등차수열을 이루므로

$2\log(2^x+1) = \log 3 + \log(2^x+7)$

$\log(2^x+1)^2 = \log 3(2^x+7) \Leftrightarrow (2^x+1)^2 = 3(2^x+7)$

$2^x = t$로 치환 $(t+1)^2 = 3(t+7) \Leftrightarrow t^2 - t - 20 = 0$

$(t+4)(t-5) = 0 \Leftrightarrow t = 5(\because t > 0)$

$$\therefore 2^x = 5 \Leftrightarrow x = \log_2 5 = \frac{\log 5}{\log 2} = \frac{1-0.3}{0.3} = \frac{7}{3}$$

따라서 구하는 값은 $6x = 14$

33. 현주는 이번 달 휴대전화의 사용 요금으로 $20,000$ 원을 납부하였다. 매월 사용 요금이 3% 씩 증가한다고 할 때, 9 개월 후에 현주가 납부할 휴대전화 사용 요금을 주어진 상용로그표를 이용하여 구하면?

<상용로그표>

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	비례부분								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27

① 약 $25,400$ 원 ② 약 $25,560$ 원 ③ 약 $26,080$ 원

④ 약 $26,400$ 원 ⑤ 약 $28,380$ 원

해설

1 달 후 사용요금은 $20000(1+0.03)$

2 달 후 사용요금은 $20000(1+0.03)^2$

$\vdots$

9 달 후 사용요금은 $20000(1+0.03)^9$

상용로그표에서 비례부분을 이용하여 계산하면

$$\begin{array}{l} \log 1.30 \;\;= 0.1139 \\ \underline{\qquad\quad 4 \leftarrow \qquad\quad 13} \\ \log 1.304 = 0.1152 \end{array}$$

$\log 1.03^9 = 9\log 1.03$

$= 0.1152$

$= \log 1.304$

$1.03^9 = 1.304$ 이므로

$20000 \times 1.304 = 26080$(원)