

1. $x^4 + 2x^2y^2 + 9y^4$ 을 인수분해하면?

① $(x^2 + 3y^2)^2$

② $(x^2 - 3y^2)^2$

③ $(x^2 + xy + 3y^2)(x^2 - xy + 3y^2)$

④ $(x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)$

⑤ $(x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 6x^2y^2 + 9y^4 - 4x^2y^2 \\&= (x^2 + 3y^2)^2 - (2xy)^2 \\&= (x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)\end{aligned}$$

2. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = 2$$

$$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$$

3. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

4. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = 12, b = 9$

② $a = -12, b = 9$

③ $a = 12, b = -9$

④ $a = -12, b = -9$

⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면
이 식의 우변은

$$\begin{aligned} & x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2 \\ &= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2 \end{aligned}$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, \quad p^2 + 2q = -2$$

$$p = 2, \quad q = -3 \text{에서}$$

$$a = 2pq = -12, \quad b = q^2 = 9$$

5. $\frac{11^6 - 1}{11^2(11^2 + 1) + 1}$ 의 값을 구하면?

① 119

② 120

③ 121

④ 122

⑤ 123

해설

$$\begin{aligned}& \frac{(11^2)^3 - 1}{(11^2)^2 + (11^2) + 1} \\&= \frac{(11^2 - 1)\{(11^2)^2 + (11^2) + 1\}}{(11^2)^2 + (11^2) + 1} \\&= 11^2 - 1 = (11 + 1)(11 - 1) = 120\end{aligned}$$

6. 자연수 $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$ 의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ 답: 개

▷ 정답: 49 개

해설

$$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = (a + 1)^3$$

$$\therefore N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$$

$$= (35 + 1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6$$

$$\therefore \text{약수의 개수} = (6 + 1) \times (6 + 1) = 49$$

7. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2) \\ \therefore a + b + c + d &= 4\end{aligned}$$

8. 임의의 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 $*$ 를 $A * B = A^2 + B^2 - A - B$ 라 할 때, 다음 중 $(x+1) * X = 2(x+1)^2$ 을 만족하는 다항식 X 는?

① $x - 1$

② $x + 2$

③ $2(x - 2)$

④ $2(x + 3)$

⑤ $(x + 1)(x - 2)$

해설

주어진 조건에 의해, 식을 전개하면 다음과 같다.

$$x^2 + x + X^2 - X = 2x^2 + 4x + 2$$

$$X^2 - X = x^2 + 3x + 2,$$

$$[X - (x + 2)][X + (x + 1)]$$

따라서 $X = x + 2$ 또는 $X = -x - 1$

9. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A \otimes B = \frac{B}{B-A}$ 라 할 때, $(x \otimes x^2) + (x^2 - x) \otimes (x - 1)$ 을 간단히 하면? (단, $x \neq 0, x \neq 1$ 인 실수)

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(x \otimes x^2) = \frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{x-1}$$

$$(x^2 - x) \otimes (x - 1) = \frac{x-1}{(x-1) - (x^2 - x)}$$

$$= \frac{x-1}{x-1-x^2+x}$$

$$= \frac{(x-1)}{-(x^2-2x+1)}$$

$$= \frac{(x-1)}{-(x-1)^2}$$

$$= -\frac{1}{x-1}$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = \frac{x}{x-1} - \frac{1}{(x-1)} = \frac{x-1}{x-1} = 1$$

10. 임의의 실수 a, b 에 대하여 연산 Δ 를 $a\Delta b = a^2 - ab + b^2$ 라 할 때, $(x^2\Delta x) + (2x\Delta x) - (x\Delta 1) - 3$ 을 인수분해하면?

- ① $(x-1)(x+1)(x^2-x+4)$ ② $(x-2)(x+1)(x^2-x+4)$
③ $(x-1)(x+2)(x^2-x+2)$ ④ $(x-1)(x+1)(x+2)^2$
⑤ $(x-2)(x+1)(x+2)^2$

해설

$$x^2\Delta x = x^4 - x^3 + x^2$$

$$2x\Delta x = 4x^2 - 2x^2 + x^2 = 3x^2$$

$$x\Delta 1 = x^2 - x + 1 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}\text{준 식} &= x^4 - x^3 + x^2 + 3x^2 - x^2 + x - 1 - 3 \\ &= x^4 - x^3 + 3x^2 + x - 4 \\ &= (x-1)(x+1)(x^2-x+4)\end{aligned}$$