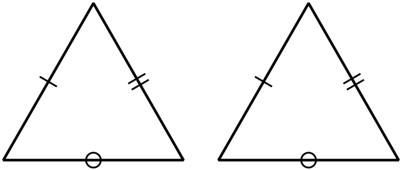
1. 다음 그림은 두 삼각형의 합동을 나타낸 그림이다. 합동 조건 중 어떤 합동인지 써라.



▶ 답 : 합동

▷ 정답 : SSS 합동

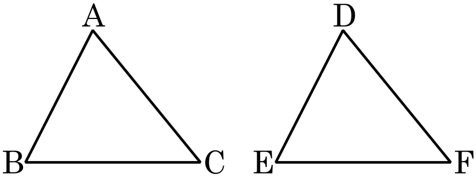
해설

삼각형의 합동 조건

- 대응하는 세 변의 길이가 같을 때
- 대응하는 두 변의 길이와 그 끼인각이 같을 때
- 대응하는 한 변의 길이와 양 끝각의 크기가 같을 때

이 중 '대응하는 세 변의 길이가 같을 때' 를 SSS 합동이라고 한다.

2. 다음에 어떤 조건을 하나 더 추가해야 두 삼각형이 SSS 합동이 될 수 있는가?



$\overline{AB} = \overline{DE},\ \overline{BC} = \overline{EF}$, ________________

① $\angle B = \angle E$　② $\overline{AB} = \overline{EF}$　③ $\angle A = \angle D$
④ $\overline{AC} = \overline{DF}$　⑤ $\overline{AC} = \overline{EF}$

해설

①$\overline{AB} = \overline{DE},\ \overline{BC} = \overline{EF},\ \angle B = \angle E$ (SAS 합동)
④ $\overline{AB} = \overline{DE},\ \overline{BC} = \overline{EF},\ \overline{AC} = \overline{DF}$ (SSS 합동)

3. 도형의 합동에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ 반지름의 길이가 같은 두 원은 합동이다. ㉡ 두 도형이 합동이면 모양과 크기가 서로 같다. ㉢ 넓이가 서로 같으면 합동이다. ㉣ 둘레의 길이가 서로 같으면 합동이다.

▶ 답 :

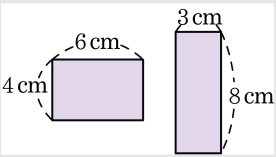
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

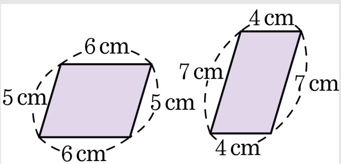
▷ 정답 : ㉡

해설

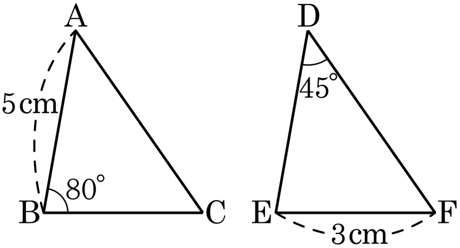
㉢ 넓이가 같지만 합동이 아닌 예



㉣ 둘레의 길이가 같지만 합동이 아닌 예



4. 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{BC} = 3\,\text{cm}$ ② $\angle E = 80°$ ③ $\angle F = 55°$

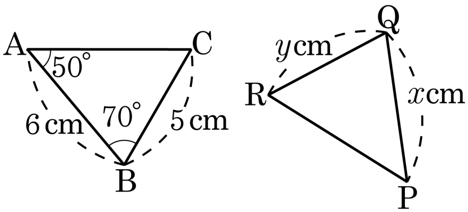
④ $\overline{DE} = 5\,\text{cm}$ ⑤ $\angle A = 40°$

해설

③ $\angle F = 180° - (45° + 80°) = 55°$

⑤ $\angle A = \angle D = 45°$

5. 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle PQR$ 이다. 다음 중 옳은 것은?



① $\angle P = 70°$　② $\angle Q = 50°$　③ $\overline{PQ} = 5\text{cm}$

④ $\overline{QR} = 6\text{cm}$　⑤ $\angle R = 60°$

해설

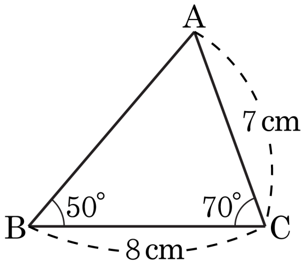
① $\angle P = 50°$

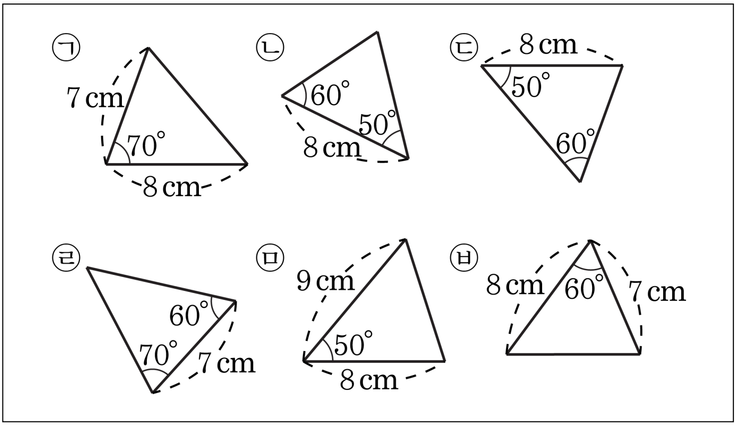
② $\angle Q = 70°$

③ $\overline{PQ} = 6\text{cm}$

④ $\overline{QR} = 5\text{cm}$

6. 다음 그림의 △ABC 와 합동인 삼각형을 보기에서 모두 골라라.





▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

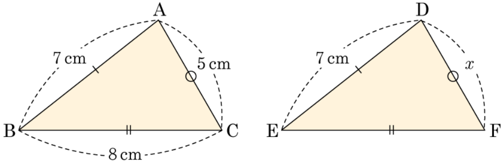
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠. 8cm, 7cm, 70° : 대응하는 두 변의 길이가 같고 끼인 각의 크기가 같다.
㉢. 8cm, 50°, 70° : 대응하는 한 변의 길이가 같고 그 양 끝각의 크기가 같다.
㉣. 7cm, 70°, 60° : 대응하는 한 변의 길이가 같고 그 양 끝각의 크기가 같다.

7. 다음 그림은 SSS 조건을 만족하는 합동인 두 삼각형이다. x 값을 구하여라.



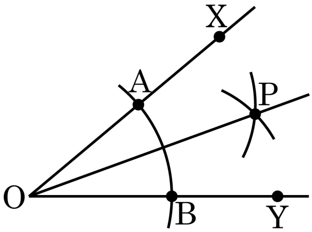
▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 5 cm

해설

$x = \overline{DF} = \overline{AC} = 5(cm)$

8. 다음 그림에서 $\overrightarrow{OP}$ 가 $\angle XOY$ 의 이등분선이면 $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ 이다. 이때, 이용되는 삼각형의 합동조건을 써라.



▶ 답 : 합동

▷ 정답 : SAS합동

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OP}$ 는 공통

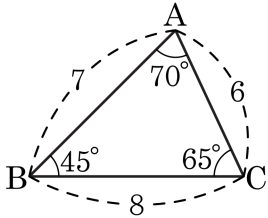
$\overrightarrow{OP}$ 가 $\angle XOY$ 의 이등분선이므로

$\angle AOP = \angle BOP$ 이다.

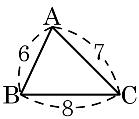
따라서 $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (SAS 합동) 이다.

9. 다음 중 보기와 SAS 합동인 것은?

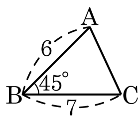
보기



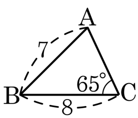
①



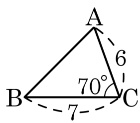
②



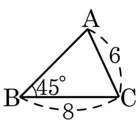
③



④



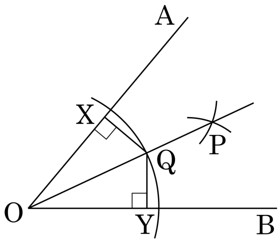
⑤



해설

④ $\overline{AC} = 6, \overline{AB} = 7, \angle A = 70°$ (SAS 합동)

10. 다음 그림에서 $\angle AOP = \angle BOP$이다. $\triangle XOQ \equiv \triangle YOQ$일 때, 삼각형의 합동 조건을 써라.



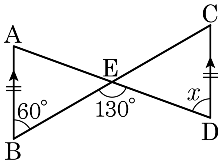
▶ **답 :** 합동

▷ **정답 :** ASA 합동

해설

$\angle AOP = \angle BOP$, $\angle X = \angle Y = 90°$이므로 $\angle XQO = \angle YQO$이다. $\overline{OQ}$는 공통이므로 ASA 합동이다.

11. 다음 그림에서 $\overline{AB} // \overline{CD}$ 이고, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$의 크기를 구하면?



① 60° ② 65° ③ 70° ④ 75° ⑤ 80°

해설

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다.

$\angle ABE = \angle DCE = 60°$

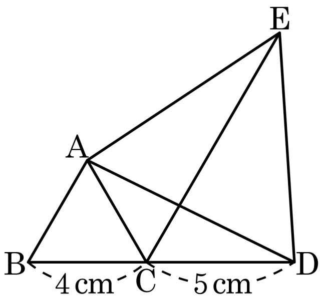
$\angle BAE = \angle CDE = x$

따라서 $\triangle ABE \equiv \triangle DCE$(ASA합동)

$\angle CED = 180° - \angle BED = 180° - 130° = 50°$

따라서 $\angle EDC = 180° - \angle DCE - \angle CED = 180° - 60° - 50° = 70°$ 이다.

12. 아래 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 변 BC 의 연장선 위에 점 D 를 잡고 $\overline{AD}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 ADE 를 그린다. $\overline{BC} = 4\text{cm}$,$\overline{CD} = 5\text{cm}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{BD} = \overline{CE}$

② $\angle AEC = \angle ADB$

③ $\angle BAD = \angle CAE$

④ $\triangle ACD \equiv \triangle ACE$

⑤ $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ ($\because$ 정삼각형)

$\angle BAD = \angle CAE$

($\because \angle BAD = \angle CAE = 60^\circ + \angle DAC$)

$\overline{AD} = \overline{AE}$ ($\because$ 정삼각형)

$\therefore \triangle ABD \equiv \triangle ACE$ (SAS 합동)

합동이면 대응하는 변의 길이와 각의 크기는 같으므로

①$\overline{BD} = \overline{CE}$

②$\angle AEC = \angle ADB$

③ $\triangle BAD \equiv \triangle CAE$

13. 다음 두 도형 중 합동이 아닌 것은?

① 넓이가 같은 두 정사각형

② 둘레의 길이가 같은 두 정삼각형

③ 넓이가 같은 두 마름모

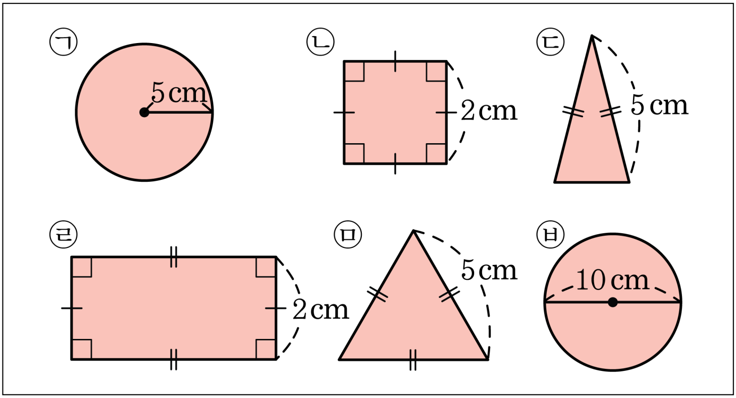
④ 반지름의 길이가 같고 호의 길이가 같은 두 부채꼴

⑤ 넓이가 같은 두 원

해설

③ 두 개의 대각선의 길이가 모두 같은 마름모는 합동이다.

14. 다음 중 서로 합동인 도형을 골라라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉥

해설

㉠ 반지름이 5cm 인 원
㉡ 한 변의 길이가 2cm 인 정사각형
㉢ 한 쌍의 변의 길이가 5cm 인 이등변삼각형
㉣ 한 변의 길이가 2cm 인 직사각형
㉤ 한 변의 길이가 5cm 인 정삼각형
㉥ 지름이 10cm 인 원

15. 두 도형을 서로 포개어 접었을 때 겹치는 도형은?

① 넓이가 같은 두 평행사변형

② 둘레의 길이가 같은 두 마름모

③ 지름의 길이가 같은 두 원

④ 한 변의 길이가 같은 두 직사각형

⑤ 둘레의 길이가 같은 두 오각형

해설

③ 반지름이나 지름의 길이 또는 둘레 , 넓이가 같은 두 원은 서로 합동이다.

16. 도형의 합동에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 합동인 두 도형에서 대응하는 변의 길이, 각의 크기는 각각 같다.
② 정삼각형은 모두 합동이다.
③ 반지름의 길이가 같은 원은 모두 합동이다.
④ 합동인 두 도형은 넓이가 같다.
⑤ '두 도형 P, Q가 합동이다.'는 기호로 P ≡ Q와 같이 나타낸다.

해설

넓이 또는 둘레의 길이가 같은 정삼각형끼리는 합동이다.

17. 합동인 두 도형에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ?

① 대응하는 선분의 길이가 같다.

② 넓이가 같은 두 삼각형은 합동이다.

③ 직각을 낀 두 변의 길이가 같은 두 직각삼각형은 합동이다.

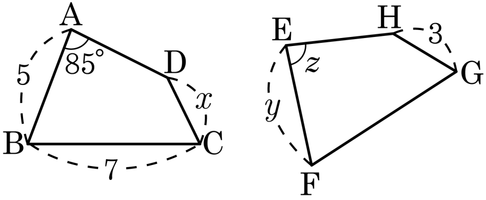
④ 반지름의 길이가 같은 두 원은 합동이다.

⑤ 한 변의 길이가 같은 정다각형은 합동이다.

해설

② 합동인 두 도형의 넓이는 같지만 두 도형의 넓이가 같다고 해서 두 도형이 합동인 것은 아니다.

18. 다음 그림에서 □ABCD ≡ □EFGH 일 때, $\frac{1}{2}(xy+z)$ 의 값을 구하여라.



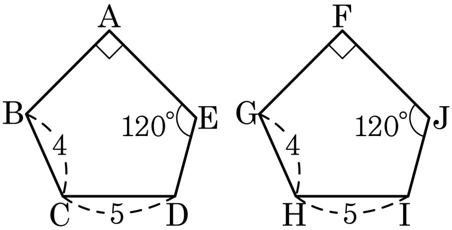
▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

□ABCD ≡ □EFGH 이므로
$\overline{\mathrm{CD}}$ 의 대응변은 $\overline{\mathrm{GH}}$ 이다. 따라서 $x=3$
$\overline{\mathrm{EF}}$ 의 대응변은 $\overline{\mathrm{AB}}$ 이다. 따라서 $y=5$
$\angle\mathrm{E}$ 의 대응각은 $\angle\mathrm{A}$ 이다. 따라서 $z=85$ 가 된다.
따라서 $\frac{1}{2}(xy+z)=\frac{1}{2}(3\times5+85)=\frac{1}{2}\times100=50$ 이 된다.

19. 다음 두 오각형이 서로 합동일 때, 옳지 않은 것은?



① $\overline{AB} = \overline{FG}$

② $\angle BCD = \angle GHI$

③ $\overline{AE} = \overline{FJ}$

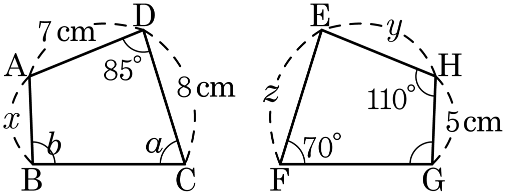
④ $\angle CDE = \angle HIJ$

⑤ $\overline{CE} = \overline{HF}$

해설

오각형 ABCDE ≡ 오각형 FGHIJ 이다. $\overline{CE} = \overline{HJ} \neq \overline{HF}$

20. 다음 그림에서 □ABCD 와 □HGFE 가 합동일 때, 옳지 않은 것을 모두 고르면?



① $\angle A = 70°$

② $\angle B = 95°$

③ $x = 5\text{cm}$

④ $y = 7\text{cm}$

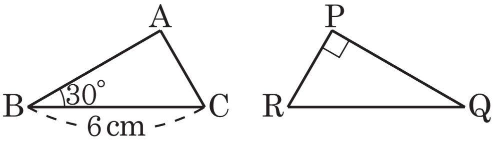
⑤ $z = 7\text{cm}$

해설

① $\angle A = \angle H = 110°$

⑤ $z = \overline{EF} = \overline{DC} = 8(\text{cm})$

21. 다음 그림에서 삼각형 ABC 와 삼각형 PQR 는 서로 합동이다. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① 변 AC 와 변 PR 의 길이는 같다.

② $\angle C$ 의 크기는 $60°$ 이다.

③ 변 QR 의 길이는 6cm 이다.

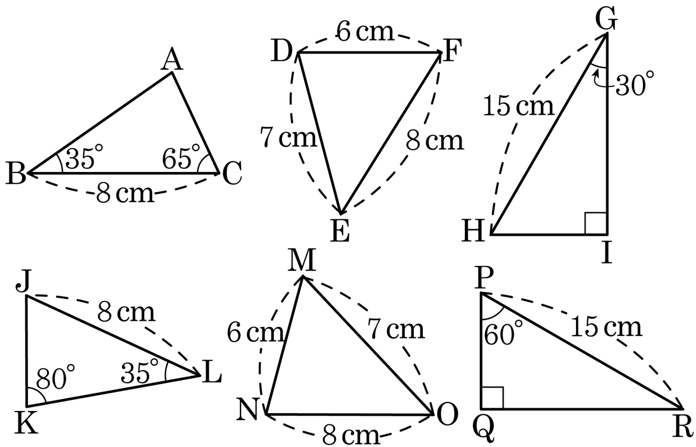
④ 변 AB 의 대응변은 변 PQ 이다.

⑤ $\angle B$ 의 대응각은 $\angle R$ 이다.

해설

⑤ $\angle B$ 의 대응각은 $\angle Q$ 이다.

22. 다음 그림에서 서로 합동인 두 삼각형과 합동 조건이 아닌 것을 모두 고르면?

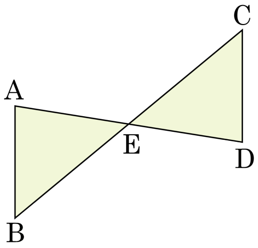


① △ABC ≡ △KLJ (ASA)
② △ABC ≡ △MON (ASA)
③ △DEF ≡ △MON (SSS)
④ △DEF ≡ △RPQ (SSS)
⑤ △GHI ≡ △RPQ (ASA)

해설

② △MON 은 각이 나와있지 않으므로 ASA 합동이 될 수 없다.
④ △PQR 은 세 변의 길이가 주어진 것이 아니므로 합동이 될 수 없다.

23. 다음 그림에서 $\overline{AB} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{CD}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 일 때, 두 삼각형 $\triangle ABE$, $\triangle DCE$ 가 합동이다. 이 때 합동조건을 구하여라.



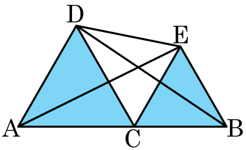
▶ 답 : <u>합동</u>

▷ 정답 : ASA <u>합동</u>

해설

$\angle BAE = \angle CDE$(엇각),
$\angle ABE = \angle DCE$(엇각),
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 ASA 합동이다.

24. 다음 그림은 두 정삼각형을 이용하여 만든 도형이다. $\triangle ACE$와 합동인 삼각형을 구하여라.



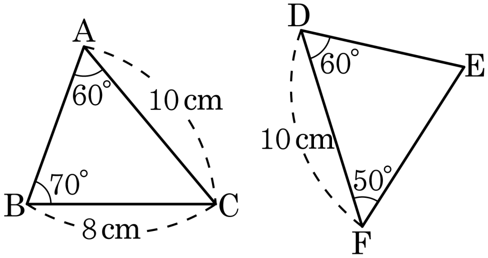
▶ 답 :

▷ 정답 : $\triangle$ DCB

해설

$\triangle DCB$와 SAS 합동이다.

25. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 합동조건을 써라.



▶ 답: 합동

▷ 정답: ASA 합동

해설

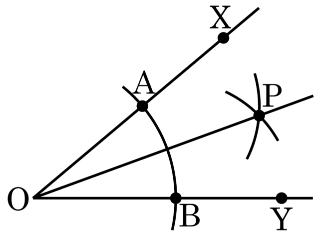
$\angle C = 180° - (60° + 70°) = 50°$,

$\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle F$, $\overline{AC} = \overline{DF}$,

$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (ASA 합동)

26. 다음은 각의 이등분선을 작도하였을 때, $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ 임을 보인 것이다. (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

보기



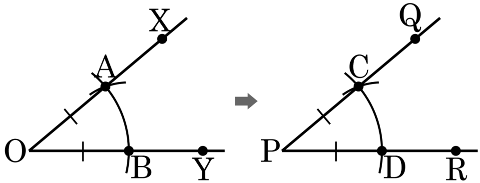
$\triangle AOP$ 와 $\triangle BOP$ 에서
$\overline{AO} = \overline{BO}$,
$\overline{AP} =$ (가),
(나) 는 공통이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ ((다) 합동)

① $\overline{AB}$, $\overline{AB}$, SSS
② $\overline{AB}$, $\overline{OP}$, SSS
③ $\overline{BP}$, $\overline{AB}$, SSS
④ $\overline{BP}$, $\overline{OP}$, SSS
⑤ $\overline{BP}$, $\overline{AB}$, SAS

해설

$\overline{AO} = \overline{BO}$,
$\overline{AP} = \overline{BP}$
$\overline{OP}$ 는 공통이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (SSS 합동)

27. 다음은 ∠XOY 와 크기가 같고 반직선 $\overrightarrow{PR}$ 을 한 변으로 하는 각을 작도하였을 때, $\triangle AOB \equiv \triangle CPD$ 임을 보인 것이다. (가), (나), (다), (라) 에 알맞은 것으로 짝 지어진 것은?



$\triangle AOB$ 와 $\triangle CPD$ 에서
$\overline{OA} =$ (가), $\overline{OB} =$ (나), $\overline{AB} =$ (다)
$\therefore\ \triangle AOB \equiv \triangle CPD$((라) 합동)

① (가) $\overline{PD}$, (나) $\overline{PC}$, (다) $\overline{CD}$, (라) SAS

② (가) $\overline{PC}$, (나) $\overline{PD}$, (다) $\overline{OA}$, (라) SSS

③ (가) $\overline{OB}$, (나) $\overline{OA}$, (다) $\overline{CD}$, (라) ASA

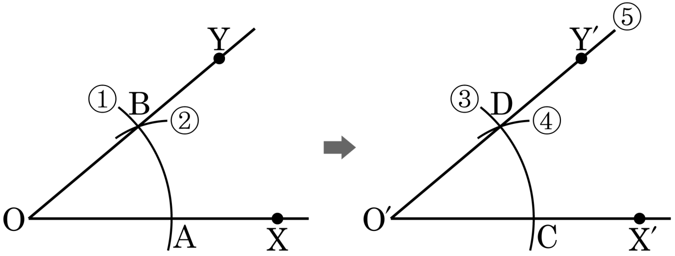
④ (가) $\overline{AB}$, (나) $\overline{CD}$, (다) $\overline{PD}$, (라) SSS

⑤ (가) $\overline{PC}$, (나) $\overline{PD}$, (다) $\overline{CD}$, (라) SSS

해설

$\triangle AOB$ 와 $\triangle CPD$ 에서
$\overline{OA} = \overline{PC}$, $\overline{OB} = \overline{PD}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$
$\therefore \triangle AOB \equiv \triangle CPD$(SSS합동)

28. 다음은 $\angle XOY$ 와 크기가 같은 각을 $\overrightarrow{O'X'}$ 를 한 변으로 하여 $\triangle BOA \equiv \triangle DO'C$ 가 SSS 합동임을 보이기 위해 작도하는 과정이다. 작도 순서대로 번호를 나열한 것은?



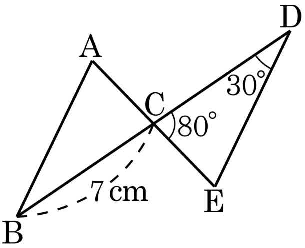
① ①-②-④-⑤-③ ② ①-②-③-④-⑤ ③ ①-⑤-③-②-④

④ ①-③-②-④-⑤ ⑤ ①-④-③-②-⑤

해설

컴퍼스와 눈금 없는 자를 이용하여
① 컴퍼스로 $\overline{OA}$ 의 길이를
③ $\overline{OD}$, $\overline{OC}$ 로 옮긴다.
② $\overline{AB}$ 의 길이를
④ $\overline{CD}$ 로 옮긴다.
⑤ 눈금없는 자로 $\overline{O'D}$ 를 잇는다.

29. 다음 그림은 SAS 합동에 의한 $\triangle ABC \equiv \triangle EDC$ 을 나타낸 그림이다. $\angle ABC + \angle ACD$ 의 값을 구하면?



① 100° ② 110° ③ 120° ④ 130° ⑤ 140°

해설

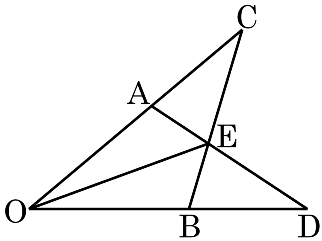
SAS 합동에 의해 $\triangle ABC \equiv \triangle EDC$ 이므로

$\angle ABC = \angle CDE = 30°$

$\angle ACD = 180° - 80° = 100°$

$\Rightarrow \angle ABC + \angle ACD = 30° + 100° = 130°$

30. 다음 그림에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{AC}=\overline{BD}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AD}=\overline{BC}$

② $\angle OAE=\angle EBD$

③ $\triangle OBC\equiv\triangle OAD$

④ $\triangle ACE\equiv\triangle BDE$

⑤ $\triangle OAE\equiv\triangle OBE$

해설

① $\triangle OBC\equiv\triangle OAD$ 이므로

② $\angle OAE=\angle OBE$

③ $\overline{OA}=\overline{OB},\ \overline{OC}=\overline{OD}$, $\angle AOB$ 는 공통

$\therefore \triangle OBC\equiv\triangle OAD$ (SAS 합동)

④ $\angle ECA=\angle EDB$ ($\because \triangle OBC\equiv\triangle OAD$)

$\angle CAE=\angle DBE$ ($\because \angle ECA=\angle EDB,\ \angle AEC=\angle BED$)

$\overline{AC}=\overline{BD}$

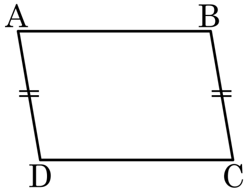
$\therefore \triangle ACE\equiv\triangle BDE$ (ASA 합동)

⑤

$\overline{OA}=\overline{OB}$, $\angle OAE=\angle OBE$($\because \triangle OBC\equiv\triangle OAD$) ,$\overline{AE}=\overline{BE}$($\because$
$\triangle ACE\equiv\triangle BDE$)

$\therefore \triangle OAE\equiv\triangle OBE$ (SAS 합동)

31. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$일 때 , 다음 괄호 안에 알맞은 것은?



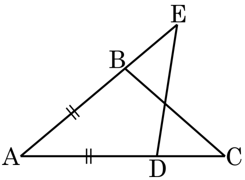
$\triangle ABC$ 와 $\triangle CDA$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$,
(ㄱ)는 공통,
$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB =$ (ㄴ)
$\therefore \triangle ABC \equiv CDA$(SAS합동)

① (ㄱ) $\overline{AB}$ (ㄴ) $\angle CAD$
② (ㄱ) $\overline{AB}$ (ㄴ) $\angle CDA$
③ (ㄱ) $\overline{AB}$ (ㄴ) $\angle ACD$
④ (ㄱ) $\overline{AC}$ (ㄴ) $\angle CAD$
⑤ (ㄱ) $\overline{AC}$ (ㄴ) $\angle CDA$

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle CDA$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AC}$는 공통,
$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle CAD$(엇각)
$\therefore \triangle ABC \equiv CDA$(SAS합동)

32. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle ABC = \angle ADE$ 일 때, $\triangle ABC \equiv \triangle ADE$이다. 이때 합동이 되는 이유로 알맞은 것은?



① $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{AC} = \overline{AE}$, $\overline{BC} = \overline{DE}$

② $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{AC} = \overline{AE}$, $\angle A$는 공통

③ $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle A$는 공통, $\angle ABC = \angle ADE$

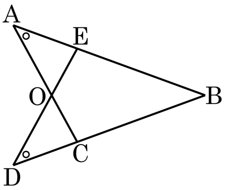
④ $\overline{BC} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{AE}$ $\angle A$는 공통

⑤ $\angle A$는 공통, $\angle ABC = \angle ADE$, $\angle ACB = \angle AED$

해설

$\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle ABC = \angle ADE$, $\angle A$ 는 공통 (ASA 합동)

33. 다음 그림에서 $\angle A = \angle D$, $\overline{BA} = \overline{BD}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ACB \equiv \triangle DEB$

② $\overline{BE} = \overline{BC}$

③ $\angle ACB = \angle DEB$

④ $\overline{AE} = \overline{BE}$

⑤ $\angle OEB = \angle OCB$

해설

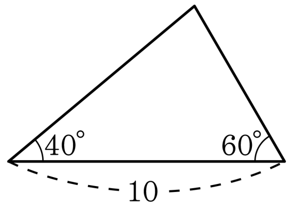
$\angle B$ 는 공통각이므로

$\triangle ACB \equiv \triangle DEB$ (ASA 합동)

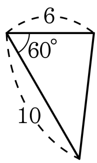
따라서 $\overline{BE} = \overline{BC}$, $\angle ACB = \angle DEB$ 이다.

34. 다음 보기의 삼각형과 합동인 것을 모두 찾으면?

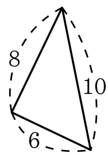
보기



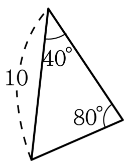
①



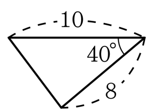
②



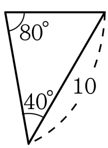
③



④



⑤



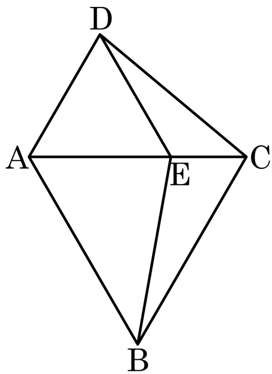
해설

보기의 삼각형은 변 10cm 길이의 양 끝 각 40°와 60°가 주어진 ASA 합동을 나타내는 그림이다.

⑤ 주어진 각의 크기가 40°와 80°이므로 나머지 각의 크기는 60°이다.

그러면 주어진 변 10cm를 사이로 양 끝 각이 40°와 60°가 되므로 보기와 똑같은 ASA 합동이다.

35. 그림에서 $\triangle ABC$, $\triangle AED$ 는 모두 정삼각형이다. 아래의 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle DAC = \angle EAB$

② $\angle ACD = 30°$ 이면 $\angle AEB = 90°$ 이다.

③ $\triangle EBC \equiv \triangle DCA$

④ $\angle ACD = \angle ABE$

⑤ $\triangle ABE \equiv \triangle ACD$

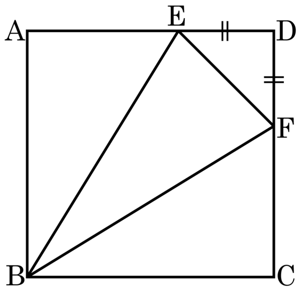
해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AE} = \overline{AD}$, $\angle EAB = \angle DAE = 60°$ 이므로

$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ (SAS 합동)

36. 다음 그림은 정사각형 ABCD 의 꼭짓점 B 에서 $\overline{BE} = \overline{BF}$ 인 이등변삼각형을 그린 것이다. $\overline{ED} = \overline{DF}$ 일 때, $\triangle ABE \equiv \triangle CBF$ 가 되는 합동조건은 무엇인지 써라.



▶ 답 : ______ 합동

▶ 답 : ______ 합동

▷ 정답 : SSS 합동

▷ 정답 : SAS 합동

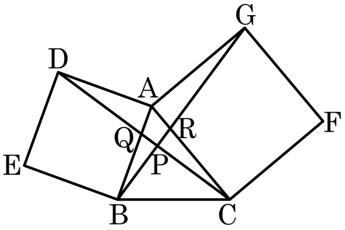
해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle CBF$ 에서 $\overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AB} = \overline{CB}, \overline{BE} = \overline{BF}$ 에서 SSS 합동이다.

$\overline{AE} = \overline{CF},\ \overline{AB} = \overline{CB},\ \angle EAB = \angle FCB = \angle R$

따라서 SAS 합동 또는 RHS 합동이다.

37. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외부에 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 각각 한 변으로 하는 $\square ADEB$, $\square ACFG$ 를 그리고, $\overline{CD}$ 와 $\overline{BG}$ 의 교점을 P 라고 할 때, $\triangle ADC$ 와 합동인 삼각형과 합동조건으로 올바르게 짝지어진것은?

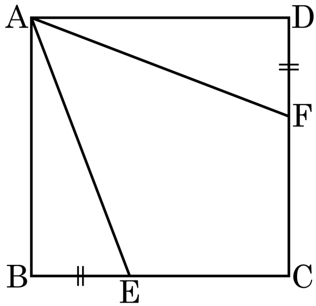


① $\triangle ADG$, SAS합동
② $\triangle ABC$, SAS합동
③ $\triangle ABC$, ASA합동
④ $\triangle ABG$, ASA합동
⑤ $\triangle ABG$, SAS합동

해설

㉠ $\overline{AD} = \overline{AB}$
㉡ $\overline{AC} = \overline{AG}$
㉢ $\angle CAD = \angle CAB + 90° = \angle GAB$
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle ADC \equiv \triangle ABG$ (SAS 합동)

38. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$(SSS합동)

② $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$(SSS합동)

③ $\triangle AEC \equiv \triangle AFC$(SAS합동)

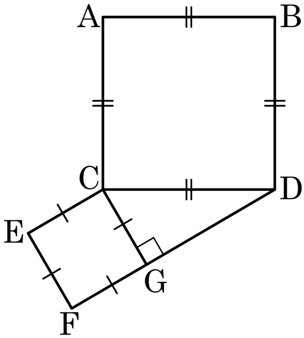
④ $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$(SAS합동)

⑤ $\triangle AEC \equiv \triangle AFC$(ASA합동)

해설

①,④ $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$(SAS합동)
:$\angle B = \angle D = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이다.
대응하는 두 변의 길이가 각각 같고 그 끼인각의 크기가 같으므로 $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$(SAS합동) 이다.
② $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$(SSS합동, SAS합동)
:$\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BC} = \overline{DC}$, $\overline{AC}$ 는 공통인 변이다.
대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로 $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$(SSS합동) 이다.
또는 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BC} = \overline{DC}$, $\angle B = \angle D$ 이다.
대응하는 두 변의 길이가 각각 같고 그 끼인각의 크기가 같으므로 $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$(SAS합동) 이다.
③, ⑤ $\triangle AEC \equiv \triangle AFC$(SAS합동)
:$\overline{EC} = \overline{FC}$, $\angle ACE = \angle ACF = 45°$, $\overline{AC}$ 는 공통인 변이다.
대응하는 두 변의 길이가 각각 같고 그 끼인각의 크기가 같으므로 $\triangle AEC \equiv \triangle AFC$(SAS합동) 이다.

39. 다음 그림의 $\triangle CGD$ 는 직각삼각형이고, 정사각형 ABCD 와 CEFG 가 다음과 같이 놓여있다. $\triangle CED$ 는 $\triangle CGA$ 와 합동이라고 할 때, 어느 조건을 만족해야 합동임을 보일 수 있는가?



① $\overline{CE} = \overline{CG}$, $\overline{AC} = \overline{CD}$, $\angle ECD = \angle GCA$

② $\overline{AG} = \overline{ED}$, $\overline{AC} = \overline{CD}$, $\angle ECD = \angle GCA$

③ $\overline{CE} = \overline{CG}$, $\overline{AC} = \overline{CD}$, $\angle CAG = \angle CED$

④ $\overline{CE} = \overline{CG}$, $\angle ACD = \angle ECG$, $\angle GCD = \angle CDG$

⑤ $\overline{AC} = \overline{CD}$, $\angle ACD = \angle ECG$, $\angle GCD = \angle CDG$

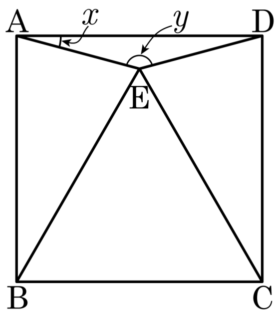
해설

$\overline{CE} = \overline{CG}$ 이고 $\overline{CD} = \overline{CA}$ 이다.

$$\begin{aligned}\angle ECD &= \angle ECG + \angle GCD \\ &= 90^\circ + \angle GCD \\ &= \angle ACD + \angle GCD \\ &= \angle GCA\end{aligned}$$

따라서 $\angle ECD = \angle GCA$ 이므로 SAS 합동에 의해 $\triangle CED \equiv \triangle CGA$ 이다.

40. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고 △EBC 는 정삼각형일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 165

해설

△BEA 와 △CED 에서

$\overline{\mathrm{BA}} = \overline{\mathrm{CD}}$

$\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$

$\angle\mathrm{ABE} = \angle\mathrm{DCE} = 30°(= 90° - 60°)$

$\therefore$ △ABE ≡ △DCE (SAS 합동)

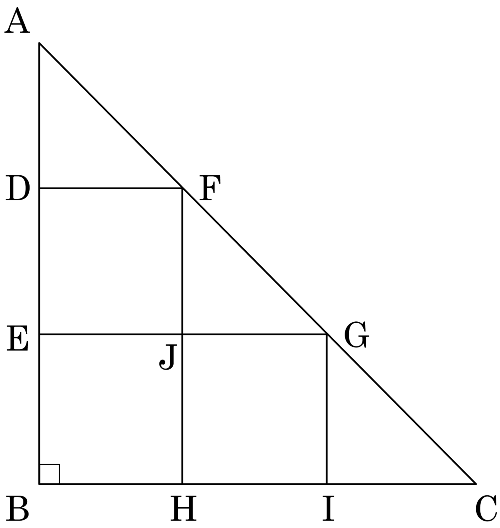
$\angle\mathrm{BEA} = \angle\mathrm{CED} = \dfrac{1}{2} \times (180° - 30°) = 75°$

$\therefore y° = 360° - (75° + 60° + 75°) = 150°$

$\therefore x° = \dfrac{1}{2} \times (180° - 150°) = 15°$

$\therefore x + y = 15 + 150 = 165$

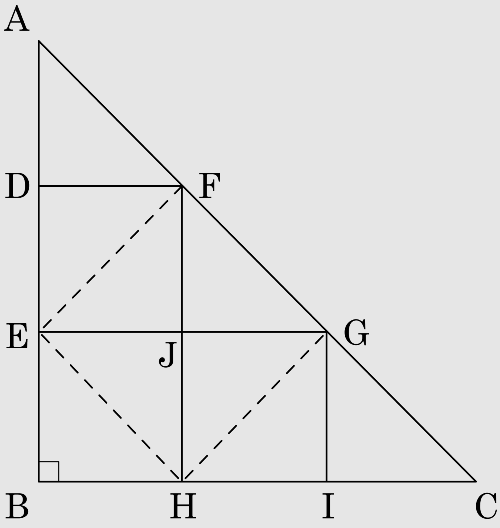
41. 다음 그림의 삼각형 ABC 는 $\angle B = 90°$ 인 직각이등변삼각형이다. 점 D, E 와 H, I, F, G 는 각각 변 AB 와 변 BC, 변 AC 를 삼등분한 점이고, $\triangle ABC = 27\,cm^2$ 일 때, $\triangle ADF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm^2

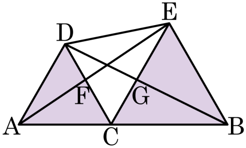
▷ 정답 : $3\,cm^2$

해설



$\triangle ADF$ 와 $\triangle EDF$ 에서 $\overline{DF}$ 는 공통,
$\overline{AD} = \overline{DE}$, $\angle ADF = \angle EDF = \angle EBH = 90°$ 이므로 $\triangle ADF \equiv \triangle DEF$ (SAS 합동)
마찬가지 방법으로 $\triangle GIC \equiv \triangle GIH$ (SAS 합동)
$\triangle GIC \equiv \triangle FJG$ (SAS 합동)
따라서 $\triangle ADF \equiv \triangle EDF \equiv \triangle FJE \equiv \triangle HJE \equiv \triangle EBH \equiv \triangle FJG \equiv \triangle HJG \equiv \triangle GIH \equiv \triangle GIC$
$\therefore \triangle ADF = 27 \div 9 = 3(\,cm^2)$

42. 다음 그림과 같이 선분 AB 위에 한 점 C를 잡아 $\overline{AC}$, $\overline{CB}$를 각각 한 변으로 하는 정삼각형 ACD, CBE를 만들었다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle ACE = \angle DCB$ ② $\overline{AE} = \overline{DB}$

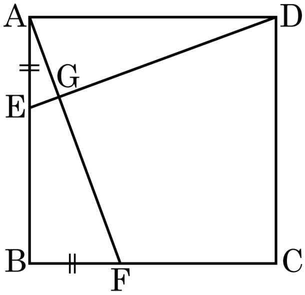
③ $\angle FAC = \angle GDC$ ④ $\triangle AEC \equiv \triangle DBC$

⑤ $\angle DFE = \angle FAC + \angle ACF$

해설

⑤ $\angle DFE = 180° - (\angle FAC + \angle ACF)$

43. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AE}=\overline{BF}$ 일 때, $\angle DGF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ___°

▷ 정답 : 90°

해설

$\triangle ABF$ 와 $\triangle DAE$ 에서 $\overline{AB}=\overline{DA}$ $\cdots$ ㉠

$\angle ABF=\angle DAE=90°$ $\cdots$ ㉡

$\overline{BF}=\overline{AE}$ $\cdots$ ㉢

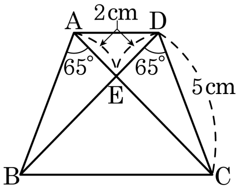
㉠, ㉡, ㉢에 의하여

$\triangle ABF \equiv \triangle DAE$(SAS 합동)

따라서, $\angle ADG=\angle EAG$ 이므로

$\angle DGF=\angle ADG+\angle DAG=\angle EAG+\angle DAG=90°$

44. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 6 cm

해설

$\overline{AE} = \overline{DE} = 2\text{cm}$ 이고,

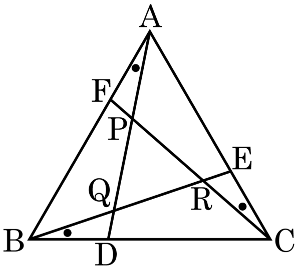
$\angle BAE = \angle CDE = 65°$,

$\angle AEB = \angle DEC$ (맞꼭지각) 이다.

따라서 $\triangle ABE \equiv \triangle DCE$(ASA합동) 이고,

$\overline{AB} = \overline{DC} = 5\text{ cm}$ 이다.

45. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고, $\angle BAD = \angle EBC = \angle FCA$ 일 때, 다음 중 <u>틀린</u> 것은?



① $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$

② $\angle BEC = \angle BDA$

③ $\angle QRP = 60°$

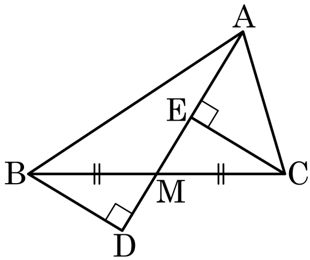
④ $\triangle PQR$은 이등변 삼각형이다.

⑤ $\triangle AFC \equiv \triangle BDA$

해설

④ $\triangle PQR$ 은 정삼각형이다.

46. 다음 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 M , 꼭짓점 B 와 C 에서 선분 AM 과 그 연장선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라고 하자. $\overline{\mathrm{AM}} = a\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BD}} = b\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle\mathrm{ACM}$ 의 넓이를 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $\frac{1}{2}ab\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{BDM}$ 과 $\triangle\mathrm{CEM}$ 에서

$\overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{CM}}$

$\angle\mathrm{DBM} = \angle\mathrm{ECM}$ (엇각)

$\angle\mathrm{BMD} = \angle\mathrm{CME}$ (맞꼭지각)

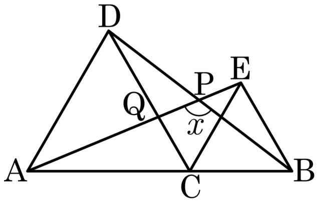
$\triangle\mathrm{BDM} \equiv \triangle\mathrm{CEM}$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{BD}} = b(\mathrm{cm})$

$\triangle\mathrm{ACM}$ 의 넓이는 $\overline{\mathrm{AM}}$ 이 밑변이고 $\overline{\mathrm{CE}}$ 가 높이이므로

$\triangle\mathrm{ACM} = \frac{1}{2} \times a \times b = \frac{1}{2}ab(\mathrm{cm}^2)$

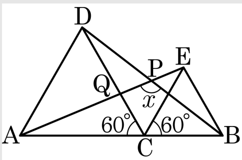
47. 다음 그림에서 $\triangle ACD$, $\triangle CBE$ 는 정삼각형이고, $\overline{BD}$ 와 $\overline{AE}$ 의 교점이 P 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}^\circ$

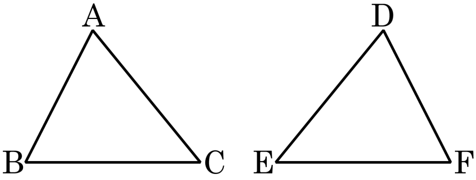
▷ 정답 : $120\underline{^\circ}$

해설



$\triangle ACD$, $\triangle CBE$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{DC}$, $\overline{CE} = \overline{CB}$,
$\angle ACE = \angle DCB$
따라서 $\triangle ACE \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)
$\overline{DC}$ 와 $\overline{AE}$ 의 교점을 Q 라 하면
$\triangle DQP$ 와 $\triangle AQC$ 에서
$\angle DQP = \angle AQC$ (맞꼭지각)
$\angle QAC = \angle QDP$ ($\because$ $\triangle ACE \equiv \triangle DCB$)
따라서 $\angle DPQ = \angle ACQ = 60^\circ$
$\therefore \angle x = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

48. 다음 그림에서 $\angle B = \angle F$, $\angle C = \angle E$ 이다. 두 삼각형이 합동이기 위한 나머지 한 조건이 될 수 없는 것을 모두 고르면?



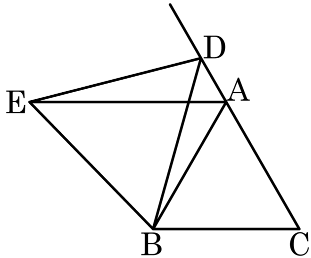
① $\angle B = \angle E$　② $\overline{BC} = \overline{FE}$　③ $\overline{AC} = \overline{DE}$

④ $\angle A = \angle D$　⑤ $\overline{AB} = \overline{DF}$

해설

두 삼각형이 합동이 될 조건은 두 각의 크기가 같으므로 그 두 각을 양 끝 각으로 하는 대응변의 길이가 같으면 된다.
이때 두 각의 크기가 같은 삼각형은 나머지 한 각의 크기도 같으므로 두 삼각형이 합동이기 위한 나머지 한 조건이 될 수 있는 것은 ② , ③ , ⑤ 이다.

49. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 정삼각형이고, 점 D 는 변 AC 의 연장선상 위의 점이다. 삼각형 BDE 도 정삼각형일 때, $\angle BAE - \angle EAD$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

삼각형 ABE 와 삼각형 BCD 에서

$\overline{BE} = \overline{BD}, \overline{AB} = \overline{BC}$

$\angle ABE = 60° + \angle ABD = \angle CBD$ 이므로

삼각형 ABE 와 삼각형 BCD 는 SAS 합동이다.

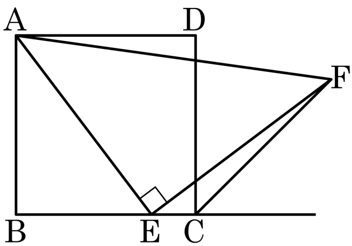
$\therefore \angle BAE = \angle ACB = 60°$

또한 $\angle BAE + \angle EAD + \angle CAB = 180°$ 이므로

$\angle EAD = 60°$

따라서 $\angle BAE - \angle EAD = 60° - 60° = 0°$

50. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 변 BC 위의 점 E 와 $\angle C$ 의 외각의 이등분선 위의 점 F 를 $\angle AEF = 90°$ 가 되게 잡는다. 선분 AE 의 길이가 4cm 일 때, 삼각형 AEF 의 넓이를 구하여라.

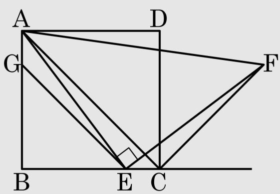


▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답: $8\ \underline{\text{cm}^2}$

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AC} // \overline{EG}$ 가 되도록 $\overline{AB}$ 위에 점 G 를 잡으면



$\angle ACB = \angle GEB = 45°$ (동위각)

즉, $\triangle GBE$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{BG} = \overline{BE}$

한편, $\overline{AG} = \overline{AB} - \overline{GB} = \overline{BC} - \overline{BE} = \overline{CE}$(㉠)

$\angle AGE = 180° - \angle BGE = 180° - 45° = 135°$

$\angle ECF = \angle ECD + \angle DCF = 90° + 45° = 135°$

$\therefore \angle AGE = \angle ECF$(㉡)

$\angle BAE = 90° - \angle AEB = \angle FEC$

$\therefore \angle GAE = \angle FEC$(㉢)

㉠, ㉡, ㉢에 의하여 $\triangle GAE \equiv \triangle CEF$ (ASA 합동) $\therefore \overline{AE} = \overline{EF}$

따라서 $\triangle AEF = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8(\text{cm}^2)$