1. 소리를 발생하는 음원의 음향 파워레벨(L) 의 단위를 데시벨(dB) 이라 하며 그 크기가 다음과 같다.

$L = 10\log\frac{W}{10^{-12}}$ (단 W는 음원의 음향파워이고 단위는 와트$/m^2$)

음향 파워가 10^{-8}(와트$/m^2$) 인 음원의 음향파워레벨은 몇 데시벨인지 구하면?

① 8　② 12　③ 26　④ 40　⑤ 64

해설

주어진 식에 음향 파워가 10^{-8}(와트$/m^2$)를 대입하면

$$\begin{aligned} L &= 10\log\frac{10^{-8}}{10^{-12}} \\ &= 10\log\frac{1}{10^{-4}} \\ &= 10\times 4 = 40dB \end{aligned}$$

2. 수소 이온 농도는 용액 1L 속에 존재하는 수소 이온의 그램이온수의 역수의 상용로그를 취하여 구하고, 기호 pH로 나타낸다.

즉, $\mathrm{pH} = \log \dfrac{1}{[\mathrm{H}^+]}$ ($[\mathrm{H}^+]$는 수소 이온의 그램이온수)이다. 두 용액 A, B의 수소 이온 농도가 각각 4, 6이고 수소 이온의 그램이온수가 각각 a, b일 때, $\dfrac{a}{b}$의 값은?

① $\dfrac{1}{100}$ ② $\dfrac{1}{10}$ ③ 1 ④ 10 ⑤ 100

해설

$4 = \log \dfrac{1}{a}$ 에서 $\dfrac{1}{a} = 10^4 \quad \therefore\ a = 10^{-4}$

$6 = \log \dfrac{1}{b}$ 에서 $\dfrac{1}{b} = 10^6 \quad \therefore\ b = 10^{-6}$

$\therefore \dfrac{a}{b} = \dfrac{10^{-4}}{10^{-6}} = 10^{-4-(-6)} = 10^2 = 100$

3. 데시벨(dB)은 소리의 세기를 표준음의 세기 $10^{-12}\mathrm{W/m^2}$와 비교해서 나타낸다. 소리의 세기 $x\mathrm{W/m^2}$를 $y\mathrm{dB}$로 나타내는 식은 다음과 같다.

$$\boxed{y = 120 + 10\log x}$$

요란한 음악의 세기가 130dB일 때, 이것은 표준음의 세기의 몇 배인가?

① 10^9 배 ② 10^{10} 배 ③ 10^{11} 배
④ 10^{12} 배 ⑤ 10^{13} 배

해설

요란한 음악의 세기가 130dB이므로 이 소리의 세기를 a라 하면
$130 = 120 + 10\log a$
$10 = 10\log a$
$1 = \log a$
$\therefore\ a = 10$
따라서 표준음의 세기의 $\dfrac{10}{10^{-12}} = 10^{1-(-12)} = 10^{13}$(배)

4. 해수면의 빛의 밝기가 A 인 어느 지역의 바닷물은 깊이가 일정하게 깊어질수록 빛의 밝기가 일정한 비율로 감소한다고 한다. 깊이가 xm 인 곳의 빛의 밝기를 L이라 하면 다음과 같은 관계가 있다.

$L = Ak^x$(단, k는 $k \neq 1$인 양의 상수)

이 지역의 바다에서 깊이가 20m 인 곳의 빛의 밝기는 해수면의 빛의 밝기의 50% 일 때, 물속에서의 빛의 밝기가 해수면의 빛의 밝기의 $\frac{1}{6}$ 이 되는 지점의 수심은 am 이다. 이때, 실수 a의 값을 구하여라. (단, $\log_2 3 = 1.6$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

깊이가 20m 인 곳의 빛의 밝기는 해수면의 빛의 밝기 A 의 50% 이므로

$Ak^{20} = \frac{1}{2}A \quad \therefore\ k = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{20}} = 2^{-\frac{1}{20}}$

따라서, 빛의 밝기가 해수면의 빛의 밝기의 $\frac{1}{6}$ 이 되는 지점의 수심을 xm 라 하면

$A \cdot 2^{-\frac{x}{20}} = \frac{1}{6}A \quad \therefore 2^{-\frac{z}{20}} = \frac{1}{6}$

위의 식의 양변에 밑이 2 인 로그를 취하면

$-\frac{x}{20} = \log_2 \frac{1}{6} = -\log_2 6$

$\therefore\ x = 20(\log_2 2 + \log_2 3)$

$= 20(2 + 1.6) = 72(\text{m})$

5. 다음 포그슨의 공식에 의하면 2등성인 별의 밝기는 4등성의 밝기의 약 몇 배인가? (단, 별의 각 등급 간의 밝기의 비는 일정하고, $100^{\frac{2}{5}} \fallingdotseq 2.5^2$ 이다.)

> 기원전 그리스의 히파르코스(Hipparchos, 190? ~ 125?B.C)는 눈에 보이는 별들을 밝기에 따라 가장 밝은 별(1등성)에서 가장 어두운 별 6등성)까지 6등급으로 분류하였다. 그 후 1등성의 밝기는 6등성의 밝기의 약100배임을 알게 되었다. 1856년에도 유도된 포그슨의 공식(Pogson' formula)에 의하면 별의 등급 (m)과 별의 밝기 (L)사이의 관계는 다음과 같다.
> $m = -\frac{5}{2}\log L + C$($C$는 상수)

① 2.5　② 5　③ 6.25　④ 7.5　⑤ 8

해설

2등성 별의 밝기를 L_2, 4등성 별의 밝기를 L_4 라고 하면

$2 = -\frac{5}{2}\log L_2 + C \cdots\cdots$ ㉠

$4 = -\frac{5}{2}\log L_4 + C \cdots\cdots$ ㉡

㉠ - ㉡에서 $\frac{4}{5} = \log \frac{L_2}{L_4}$

$\therefore \frac{L_2}{L_4} = 10^{\frac{4}{5}} = 100^{\frac{2}{5}} \fallingdotseq 2.5^2 = 6.25$

6. 반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이 S와 부피 V는 다음과 같다.

$S = 4\pi r^2,\ V = \frac{4}{3}\pi r^3$

다음 중 r의 값에 관계없이 항상 일정한 값을 갖는 것은?

① $\log S - \frac{1}{3}\log V$　② $\log S - \frac{2}{3}\log V$　③ $\log S - log V$

④ $\log S - \frac{4}{3}\log V$　⑤ $\log S - \frac{5}{3}\log V$

해설

$\log S = \log 4\pi + 2\log r \cdots$ ㉠

$\log V = \log \frac{4}{3}\pi + 3\log r \cdots$ ㉡

㉠×3−㉡×2에서

$3\log S - 2\log V$

$= 3\log 4\pi - 2\log \frac{4}{3}\pi$

$= 3(\log S - \frac{2}{3}\log V)$(일정)

7. *Richter*는 지진의 규모를 M, 지진의 진앙지로부터 100km 떨어진 곳에서 측정한 지진의 강도를 I라 할 때, $M = \log_{10} \frac{I}{S}$ (단, S는 상수)로 나타내기로 했다. 지난 5월 12일 중국 쓰촨성에서 발생한 지진의 규모가 8.0이었고, 도호쿠 지진의 강도는 7.2이었다. 이때, 쓰촨성 지진의 강도는 도호쿠 지진의 강도의 몇 배인가?

<상용로그표>

수	0	1	2	3	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
6.1	.7853	.7860	.7868	.7875	$\cdots$
6.2	.7924	.7931	.7938	.7945	$\cdots$
6.3	.7993	.8000	.8007	.8014	$\cdots$
6.4	.8062	.8069	.8075	.8082	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

① 6.15　② 6.20　③ 6.26　④ 6.31　⑤ 6.35

해설

쓰촨성 지진의 강도를 I_1, 도호쿠의 지진의 강도를 I_2라 하면

$\log_{10} \frac{I_1}{S} = 8.0 \cdots$ ㉠

$\log_{10} \frac{I_2}{S} = 7.2 \cdots$ ㉡

㉠−㉡에서 $\log_{10} \frac{I_1}{I_2} = 0.8 = \log_{10} 6.31$

$\therefore \frac{I_1}{I_2} = 6.31$

8. 어느 비행센터에서는 대기압을 x(mmHg), 외부온도를 t(°C)로 설정할 때, 비행기 운행에 적절한 고도 h(m)는 다음과 같은 관계식으로 정해진다고 한다.

$h = (30t + 8000)\log\dfrac{760}{x}$

대기압을 15.2mmHg, 외부온도를 $-30°C$ 로 설정할 때, 비행기 운행에 적절한 고도가 am 이다. 이때, a의 값은? (단, $\log 2 = 0.3$으로 계산한다.)

① 11070　② 12070　③ 13070
④ 14070　⑤ 15070

해설

$h = a,\ t = -30,\ x = 15.2$ 이므로

$a = \{30 \times (-30) + 8000\}\log\dfrac{760}{15.2}$

$= 7100\log 50 = 7100(\log 100 - \log 2)$

$= 7100 \times 1.7 = 12070(\mathrm{m})$

9. 연이율 5% 의 복리로 이자를 계산하는 정기예금에 1000 만 원을 20 년 동안 예금하였을 때, 원리합계를 구하여라. (단, $\log 1.05 = 0.02$, $\log 2.51 = 0.40$ 으로 계산한다.)

① 2100 만원　② 2110 만원　③ 2130 만원
④ 2150 만원　⑤ 2170 만원

해설

1000 만원을 20 년 동안 연이율의 5% 의 복리로 예금하였을 때의 원리합계는
$1000(1+0.05)^{20} = 1000 \times 1.05^{20}$(만원)
1.05^{20} 에 상용로그를 취하면
$\log 1.05^{20} = 20 \log 1.05 = 20 \times 0.02 = 0.4$
이때, $\log 2.51 = 0.40$ 이므로 $1.05^{20} = 2.51$
따라서 구하는 원리합계는 $1000 \times 2.51 = 2150$(만원)

10. 어떤 방사능 물질이 일정한 비율로 붕괴되어 x년 후에는 방사능이 $y = y_0 a^{-x}$이 남는다고 한다. 2년 후의 방사능이 초기의 방사능의 $\frac{1}{2}$이 되었다고 할 때, 8년 후의 y의 값을 구하면? (단, y_0는 상수, $a > 0$)

① $\frac{1}{4}y_0$ ② $\frac{1}{8}y_0$ ③ $\frac{1}{16}y_0$ ④ $\frac{1}{32}y_0$ ⑤ $\frac{1}{64}y_0$

해설

x년 후 방사능의 양 $y = y_0 a^{-x}$이므로
초기 방사능의 양$= y_0 a^{-0} = y_0$
2년 후 방사능의 양$= y_0 a^{-2}$

$y_0 \cdot a^{-2} = \frac{1}{2}y_0$

즉 $a^{-2} = \frac{1}{2}$

8년 후 방사능의 양
$y = y_0 a^{-8} = y_0(a^{-2})^4$

$= y_0(\frac{1}{2})^4$

$= \frac{1}{16}y_0$

11. 어느 지역의 바다에서 수면으로부터 dm 인 곳에서의 빛의 세기를 $L(d)$ 라 하면 $L(d+12)=\frac{3}{10}L(d)$ 의 관계식이 성립한다고 한다. 이 바다에서 수면에서의 빛의 세기의 10% 인 곳의 수심을 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림한 값을 구하면? (단, $\log 3=0.48$ 으로 계산한다.)

① 23m ② 25m ③ 27m ④ 29m ⑤ 31m

해설

$L(d+12)=\frac{3}{10}L(d)$ 에서

$L(12)=\frac{3}{10}L(0)$

$L(24)=\frac{3}{10}L(12)=\left(\frac{3}{10}\right)^2 L(0)$

$L(36)=\frac{3}{10}L(24)=\left(\frac{3}{10}\right)^3 L(0)$

$\vdots$

이므로 $L(12d)=\left(\frac{3}{10}\right)^d L(0)$ 이 성립한다.

$\therefore L(d)=\left(\frac{3}{10}\right)^{\frac{d}{12}} L(0)$

수면에서의 빛의 세기의 10% 인 곳의 수심을 xm 라 하면

$\left(\frac{3}{10}\right)^{\frac{x}{12}} L(0)=\frac{1}{10}L(0)$이므로 $\left(\frac{3}{10}\right)^{\frac{x}{12}}=\frac{1}{10}$

로그의 정의에 의하여

$\frac{x}{12}\log\frac{3}{10}=\log\frac{1}{10}$, $\frac{x}{12}(\log 3-1)=-1$

$\therefore x=\frac{-12}{\log 3-1}=\frac{-12}{0.48-1}\fallingdotseq 23.07$

따라서, 구하는 수심은 약 23m 이다.

12. 지진의 규모를 나타내는 표현으로 진도와 리히터 규모가 있다. 진도는 각 지점에서 지진의 세기이므로 지역에 따라 다르게 나타나고, 리히터 규모 M은 지진의 진원지에서 100km 떨어진 지점 P에서 지진계로 측정된 지진파의 최대 진폭에 따라 결정되는데 지진파의 최대 진폭이 A 미크론일 때, $M = \log A$인 관계가 성립한다. P 지점에서 측정된 두 지진파의 최대 진폭이 160배 차이가 날 때, 두 지진의 규모의 차이는 얼마인가? (단, 1 미크론$= 10^{-3}$mm 이고, $\log 2 = 0.30$으로 계산한다.)

① 2.2cm ② 2.4cm ③ 2.5cm
④ 2.6cm ⑤ 2.8cm

해설

최대 진폭이 A일 때, 지진의 규모를 M_1이라고 하면, 최대 진폭이 $160A$일 때, 지진의 규모를 M_2라 하면

$M_1 = \log A,\ M_2 = \log 160A$

$\therefore M_2 - M_1 = \log 160A - \log A = \dfrac{160A}{A}$

$= \log 160 = \log(16 \times 10)$

$= \log 16 + 1 = \log 2^4 + 1$

$= 4\log 2 + 1 = 4 \times 0.30 + 1 = 2.2$

13. 사람의 기억력은 시간이 지남에 따라 점점 떨어진다. 현재의 기억양을 100이라 할 때, 현재의 기억량 중 t개월이 지난 후까지 남는 양은 $\log_2 \frac{2^{100}}{(t+1)^k}$($k$는 상수) 이라 한다. 9개월이 지난 후까지 남는 기억량이 현재 기억량의 $\frac{3}{4}$일 때, $10k$의 값을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3$으로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 75

해설

현재 기억량을 100이라 할 때, 9개월이 지난 후까지 남는 기억량이 현재 기억량의 $\frac{3}{4}$이므로 $\log_2 \frac{2^{100}}{(9+1)^k} = \frac{3}{4} \times 100$

$100 - k \log_2 10 = 75$

$k = \frac{25}{\log_2 10} = 25 \log_{10} 2 = 25 \times 0.3 = 7.5$

$\therefore 10k = 75$

14. 전파가 어떤 벽을 투과할 때 전파의 세기가 A에서 B로 바뀌면, 그 벽의 전파감쇄비 F는 $\mathrm{F} = 10\log\left(\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}\right)$ (데시벨)로 정의한다. 전파감쇄비가 -7(데시벨)인 벽을 투과한 전파의 세기는 투과하기 전 세기의 몇 배인가? (단, $10^{\frac{3}{10}} = 2$로 계산한다.)

① $\frac{1}{10}$　② $\frac{1}{5}$　③ $\frac{3}{10}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{7}{10}$

해설

$-7 = 10\log\frac{B}{A}$

$-\frac{7}{10} = \log\frac{B}{A}$

$\frac{B}{A} = 10^{-\frac{7}{10}} = 10^{-1}\times 10^{\frac{3}{10}} = \frac{1}{10}\times 2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

15. 어느 반도체 업체의 2001년 말의 매출액이 8억원이었다. 13년동안 매출이 지속적으로 상승하여 지난 2014년 말에는 매출액이 160억원이 되었다고 한다. 다음의 상용로그표를 이용하여 이 회사의 연평균 매출신장률을 구하면?(단, $\log 2 = 0.3$)

<상용로그표>

수	4	5	6	7	8
1.0	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334
1.1	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719
1.2	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072

① 약 16%　　② 약 18%　　③ 약 24%

④ 약 26%　　⑤ 약 28%

해설

연평균 매출신장률을 r이라 하면

$8(1+r)^{13} = 160,\ (1+r)^{13} = 20$

양변에 상용로그를 취하면

$13\log(1+r) = \log 20 = 1 + \log 2$

$\log(1+r) = \dfrac{1+\log 2}{13} = 0.1$

$\log 1.25 = 0.0969$이고

$\log 1.26 = 0.1004$이므로

$x : 0.01 = 31 : 35$

$\therefore\ x \fallingdotseq 0.00886$

$1 + r \fallingdotseq 1.25 + 0.00886$

$\fallingdotseq 1.25886$

$\therefore\ r \fallingdotseq 0.25886$이므로 연평균 매출신장률은 약 26%이다.

16. 어느 나라의 인구는 2014년부터 5년간 전년도에 비해 매년 10% 씩 감소하였는데, 이 나라 정부의 지속적인 출산 장려 정책의 효과로 2019년부터는 전년도에 비해 매년 5% 씩 증가할 것이 예상된다고 한다. 이와 같은 추세로 인구가 계속 증가세를 보일 때, 처음으로 2014년의 인구보다 많아지려면 최소 몇 년간 증가해야 하는가? (단, $\log 3 = 0.4771, \log 1.05 = 0.0212$ 이다.)

① 17년 ② 15년 ③ 13년 ④ 11년 ⑤ 9년

해설

2014년의 인구를 T 라 할 때 5년 후 인구는 $T \times 0.9^5$
또, 올해부터 전년도에 비해 매년 5% 씩 n 년간 증가한 후 인구는
$T \times 0.9^5 \times 1.05^n$ 이므로
$T \times 0.9^5 \times 1.05^n \geq T$
$5 \log 0.9 + n \log 1.05 \geq 0$
$5(2 \times 0.4771 - 1) + n \times 0.0212 \geq 0$
$n \geq \dfrac{2290}{212} \fallingdotseq 10.8$
따라서 최소 11년간 증가해야 한다.

17. 어느 도시의 인구가 매년 일정한 비율로 증가하여 10년 만에 2배가 되었다. 10년 동안 이 도시의 인구는 매년 몇 % 씩 증가하였는지 구하여라. (단, $\log 1.07 = 0.03$, $\log 2 = 0.3$으로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

10년 전 인구를 A명이라 하고,
인구 증가율을 a% 라 하면
$A(1+\frac{a}{100})^{10} = 2A$, $\therefore$ $(1+\frac{a}{100})^{10} = 2$
양변에 상용로그를 취하면
$10\log(1+\frac{a}{100}) = \log 2$
$\log(1+\frac{a}{100}) = \frac{1}{10}\log 2 = \frac{1}{10} \times 0.3 = 0.03$
이때 $\log 1.07 = 0.03$이므로
$1+\frac{a}{100} = 1.07$ $\quad\therefore$ $a = 7$
따라서 10년 동안 이 도시의 인구는 매년 7% 씩 증가하였다.

18. 기어가 있는 어떤 자전거는 평지에서 매분 일정한 회전수로 페달을 돌릴 때, 기어를 1단씩 높일 때마다 달리는 속력은 11%씩 증가한다고 한다. 평지에서 매분 일정한 회전수로 페달을 돌릴 때, 11단 기어일 때의 속력은 1단 기어일 때의 속력의 x배라고 한다. x의 값을 아래의 상용로그표를 이용하여 반올림해서 소수점 아래 둘째 자리까지 구하여라.

<상용로그표>

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
2.5	.3979	.3997	.4014	.4031	.4048	.4065	.4082	.4099	.4116	.4133
2.6	.4150	.4166	.4183	.4200	.4216	.4232	.4249	.4265	.4281	.4298
2.7	.4314	.4330	.4346	.4362	.4378	.4393	.4409	.4425	.4440	.4456
2.8	.4472	.4487	4502	.4518	.4533	.4548	.4564	.4579	.4594	.4609
2.9	.4624	.4639	.4654	.4669	.4683	.4698	.4713	.4728	.4742	.4757
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2.84

해설

기어를 1단씩 올릴 때마다 속력은 11%씩 증가하므로 11단 기어일 때의 속력은 1단 기어일 때의 속력의 1.11^{10}배이다.
$1.11^{10} = x$의 양변에 상용로그를 취하면
$\log x = \log 1.11^{10} = 10 \log 1.11$
$= 10 \times 0.0453$
$= 0.453$
또, $\log 2.83 = 0.4518$, $\log 2.84 = 0.4533$이므로
$\log x \fallingdotseq \log 2.84$
$\therefore\ x \fallingdotseq 2.84$
따라서 11단 기어일 때의 속력은 1단 기어일 때의 속력의 약 2.84배이다.

19. 어떤 세균의 수는 2시간마다 3배가 된다고 한다. 관측을 한지 2일 후에 세균의 수는 x배가 된다. 여기에서 x는 몇 자리 정수인가? (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)

① 10자리 ② 11자리 ③ 12자리
④ 13자리 ⑤ 14자리

해설

처음 세균 수를 a라 하면
2시간 후 세균 수$= 3a$
4시간 후 세균 수$= 3^2a$
6시간 후 세균 수$= 3^3a$
⋮
48시간 후 세균 수$= 3^{24}a$
$\therefore x = 3^{24}$

$$\begin{aligned}\log 3^{24} &= 24\log 3\\ &= 24 \times 0.4771\\ &= 11.4504\end{aligned}$$

지표가 11이므로 12자리 정수

20. 어떤 폐수 처리 기계를 통과하면 오염 물질의 10% 가 제거된다고 한다. 폐수를 이 기계에 10 번 반복하여 통과시킬 때, 남아있는 오염 물질의 양은 처음의 몇 % 인지 소수 첫째 자리에서 반올림하여 정수로 구하여라.
(단, $\log 3.483 = 0.5420$, $\log 3 = 0.4771$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

처음 오염 물질의 양을 a 라 하면
1 번 통과 후 남아있는 오염물질의 양$= 0.9$
2 번 통과 후 남아있는 오염물질의 양$= 0.9^2 a$

$\vdots$

10 번 통과 후 남아있는 오염물질의 양$= 0.9^{10} a$

$$\begin{aligned}\log 0.9^{10} &= 10 \times \log 0.9 \\ &= 10 \times (\log 3^2 - 1) \\ &= 10 \times (2 \times 0.4771 - 1) \\ &= -0.458\end{aligned}$$

-0.458
$= -1 + 0.542$
$= \log 10^{-1} + \log 3.483$
$= \log 0.3483 = \log 0.9^{10}$
$\therefore 0.9^{10} = 0.3483$ 이므로
처음의 약 35%

21. 15% 의 소금물 $300g$ 이 있다. 여기서 $60g$ 의 소금물을 퍼내고 같은 양의 물을 부어 넣는다. 이러한 시행을 반복할 때, 최소한 몇 번의 시행을 해야 농도가 1% 이하가 되는가? (단 $\log 2 = 0.3010,\ \log 3 = 0.4771$)

① 10번 ② 11번 ③ 12번 ④ 13번 ⑤ 14번

해설

15% 의 소금물 $300g$ 에 들어 있는 소금의 양$= \dfrac{15}{100} \times 300 = 45(g)$

$60g$ 의 소금물을 퍼내고 같은 양의 물을 넣으므로 소금물 전체의 양은 줄어들지 않고, 소금의 양만 $\dfrac{60}{300} = 20\%$ 씩 줄어든다.

처음 소금의 양$= 45g$

1 회후 소금의 양$= 45 \times 0.8$

2 회후 소금의 양$= 45 \times 0.8^2$

$\vdots$

n 회후 소금의 양$= 45 \times 0.8^n$

$45 \times 0.8^n \leq 3$

$45 \times 0.8^n \leq \log 3$

$\log 45 + n \log 0.8 \leq \log 3$

$2 \log^3 + 1 - \log^2 + n(3 \log 2 - 1) \leq \log^3$

$n = \dfrac{-0.4771 - 1 + 0.3010}{-0.97} = \dfrac{-1.1761}{-0.097}$

$n = 12.124 = 13$

22. 어떤 용기에 물이 담겨있다. 이 용기에 있는 물의 양은 전날 같은 시각의 물의 양의 90% 라고 한다. 이와 같은 추세로 물의 양이 줄어들 때, 남아 있는 물의 양이 현재의 절반 이하가 되려면 최소한 며칠이 걸리겠는가?
(단, $\log 2 = 0.3010,\ \log 3 = 0.4771$)

① 5일　② 6일　③ 7일　④ 8일　⑤ 9일

해설

처음 물의 양$= a$ 라하자
1일 후 물의 양$= 0.9a$
2일 후 물의 양$= 0.9^2 a$
$\vdots$
n일 후 물의 양$= 0.9^n a$
$0.9^n a \le \frac{1}{2}a$
$0.9^n \le \frac{1}{2}$
$n \log^{0.9} \le \log^{2^{-1}}$
$n(2\log^3 -1) \le -\log^2$
$n = \frac{-0.3010}{0.398}$
$n = 6.5725$
$\therefore n = 7$

23. 불순물을 포함한 어떤 물질이 여과기를 통과하면 불순물의 10%가 제거된다고 한다. 이 물질에 포함된 불순물을 처음 불순물의 양의 2% 이하로 하려면 최소한 여과기를 몇 번 통과시켜야 하는가? (단, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$)

① 26　② 29　③ 33　④ 38　⑤ 41

해설

처음 불순물의 양$=a$라 하면

(1번 통과 후 불순물의 양)$= 0.9a$

(2번 통과 후 불순물의 양)$= 0.9^2 a$

⋮

(n번 통과 후 불순물의 양)$= 0.9^n a$

$0.9^n a \le 0.02a$

$n \log 0.9 \le \log 0.02$

$$n \ge \frac{\log 2 - 2}{2\log^3} = \frac{-1.699}{-0.0458} \doteqdot 37.096$$

$\therefore\ n = 38$

24. 어느 도시의 방역 당국은 전염병 S 에 걸린 닭을 완전히 격리한 다음, 이 닭을 대상으로 전염병 치료제를 투여하기 시작하였다. 그 결과 전염병 S 에 걸려 격리된 닭의 수가 전날에 비해 매일 16% 씩 감소했다. 처음에 전염병 S 에 걸려 격리된 닭이 a마리였을 때, n일 후에는 처음에 격리된 닭의 수의 5% 이하가 된다. 이때, 자연수 n의 값은? (단, $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771, \log 7 = 0.8451$ 이다.)

① 14　② 16　③ 18　④ 20　⑤ 22

해설

전염병 S 에 걸려 격리된 닭의 수가 전날에 비해 매일 16% 씩 감소하여 n일 후에 처음으로 닭의 수가 최초 전염병 S 에 걸려 격리된 닭의 수의 5% 이하가 되므로

$a(1-0.16)^n \leq 0.05a$

$0.84^n \leq \log 0.05$

양변에 상용로그를 취하면

$\log 0.84^n \leq \log 0.05$

$n \log \frac{84}{100} \leq \log \frac{5}{100}$

$n(-2+2\log 2+\log 3+\log 7) \leq -2+(1-\log 2)$

$n(-2+2\times 0.3010+0.4771+0.8451) \leq -2+1-0.3010$

$-0.0758n \leq -1.301$

$n \geq \frac{1.301}{0.0758} = 17.1\times\times\times$

$\therefore n = 18$

25. 뉴턴의 냉각법칙에 의하면 어떤 물체의 처음 온도를 T_0, t분이 지난 후의 온도를 T, 주위의 온도를 T_S라 할 때,
$\log(T-T_s)-\log(T_0-T_s)=kt$(단, k는 상수)
인 관계가 성립한다고 한다. 처음 온도가 $97°C$인 물체를 $17°C$인 물에 넣고 식혔더니 3분 뒤에 $57°C$가 되었다고 한다. 물체의 온도가 $27°C$가 되도록 식히기 위해서 앞으로 더 필요한 시간은?

① 1분 ② 2분 ③ 3분 ④ 6분 ⑤ 9분

해설

$\log(T-T_s)-\log(T_0-T_s)=kt$에서

$\log\dfrac{T-T_s}{T_0-T_s}=kt$

처음 온도가 $97°C$인 물체를 $17°C$인 물에 넣고 식혔더니 3분 뒤에 $57°C$가 되었으므로

$\log\dfrac{57-17}{97-17}=3k$, $\log\dfrac{1}{2}=3k$

$\therefore k=\dfrac{1}{3}\log\dfrac{1}{2}$

물체의 온도가 $27°C$가 되기 위하여 걸린 시간을 t라 하면

$\log\dfrac{27-17}{97-17}=\dfrac{1}{3}\log\dfrac{1}{2}\times t$

$3\log\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{3}\log\dfrac{1}{2}\times t$

$\therefore t=9$

따라서 더 필요한 시간은 $9-3=6$(분)이다.

26. 매년 매출액의 30%를 임금으로 지급하는 회사가 있다. 2014년 현재 5%인 물가상승률이 2024년까지 10년 동안 매년 같은 비율로 지속된다고 하자. 임금의 물가상승률을 감안하여 2024년 임금이 2007년 현재의 임금에 대하여 실질적으로 3배 인상되었다고 하려면 매년 $x\%$의 매출 신장이 있어야 한다고 한다. 이때, $10x$의 값을 구하여라. (단, 인원수의 변화는 없고, 매출 신장률도 매년 일정하다. 또한 $10^{0.477} = 3,\ 10^{0.0689} = 1.172,\ 10^{0.0727} = 1.182$로 계산하여라.)

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755

▶ 답:

▷ 정답: 172

해설

2014년의 매출액을 a라 하면 2014년의 임금은 $a \times 0.3$이다.
이때, 매출액이 매년 $x\%$씩 늘어난다면 2024년의 매출액은

$a \times \left(1 + \frac{x}{100}\right)^{10} \cdots ㉠$

물가상승률을 감안한 2014년 임금의 실질적인 3배인 2024년의 임금은

$3 \times a \times 0.3 \times 1.05^{10} \cdots ㉡$,

㉠, ㉡에서 $a \times \left(1 + \frac{x}{100}\right)^{10} \times 0.3 = 3 \times a \times 0.3 \times 1.05^{10}$

$\therefore\ (1 + \frac{x}{100})^{10} = 3 \times 1.05^{10}$

따라서, $10 \log \left(1 + \frac{x}{100}\right) = \log 3 + 10 \log 1.05$

㉠ $\Leftrightarrow \log \left(1 + \frac{x}{100}\right) = \frac{1}{10} \log 3 + \log 1.05 = 0.0689 = \log 1.172$

$\therefore\ 1 + \frac{x}{100} = 1.172$

$\therefore\ \frac{x}{100} = 0.172$

$\therefore\ 10x = 172$

27. 어떤 기관이 조사 결과 주택지구와 상업지구에서 발생하는 쓰레기의 양은 다음 표와 같다. 전체 넓이가 같은 두 도시 A, B의 2014년 현재 주택지구와 상업지구의 넓이는 각각 50%로 같다고 한다. 2019년까지 5년 동안 A 도시는 주택지구를 매년 10% 씩 증가시키고, B 도시는 상업지구를 매년 10% 씩 증가시킬 계획을 수립하였다. 이때, 두 도시의 계획이 성공적으로 이루어졌을 경우 A 도시와 B 도시의 전체 쓰레기 발생량의 비를 구하면? (단, $\log 1.1 = 0.04$, $\log 1.6 = 0.2$로 계산하고, 두 도시 A와 B의 넓이는 항상 일정하다.)

	$100\mathrm{m}^2$ 당 하루 쓰레기 발생량 (kg)
주택지구	0.4
상업지구	1.4

① 1 : 2　　② 1 : 3　　③ 2 : 3　　④ 2 : 5　　⑤ 3 : 4

해설

2014년도 A 도시와 B 도시의 주택지구와 상업지구의 넓이를 각각 $\frac{1}{2}$이라 하자.
2019년도 A 도시의 주택지구와 B 도시의 상업지구의 넓이는 각각 $\frac{1}{2} \times 1.1^5$이다.
$\log 1.1^5 = 5 \log 1.1$
$= 5 \times 0.04 = 0.2 = \log 1.6 = 0.2$
따라서 A 도시의 주택지구와 상업지구의 넓이의 비는 0.8, 0.2
B 도시의 주택지구와 상업지구의 넓이의 비는 0.2, 0.8
그러므로 두 도시의 쓰레기 발생량의 비는
$(0.8 \times 0.4 + 0.2 \times 1.4) : (0.2 \times 0.4 + 0.8 \times 1.4)$
$= 0.6 : 1.2 = 1 : 2$

28. 빛이 통과하면 밝기가 6% 줄어드는 유리판이 있다. 밝기를 반 이하가 되도록 하려면 최소한 몇 장의 유리판을 통과시켜야 하는가?
(단 $\log 9.4 = 0.9731$, $\log 2 = 0.3010$으로 계산한다.)

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

처음 밝기를 a라 하면
1회 후 밝기$= 0.94a$
2회 후 밝기$= 0.94^2a$
$\vdots$
n회 후 밝기$= 0.94^na$

$0.94^na \le \frac{1}{2}a$

$0.94^n \le \frac{1}{2}$

$\log 0.94^n \le \log \frac{1}{2}$

$n\log 0.94 \le \log 2^{-1}$

$n\log \frac{9.4}{10} \le -\log 2$

$n(\log 9.4 - 1) \le -\log 2$

$n(0.9731 - 1) \le -0.3010$

$n \cdot (-0.0269) \le -0.3010$

$n \ge \frac{3010}{269} = 11.189\times\times\times$

$\therefore n = 12$

29. 6개월에 5% 의 이율로 복리로 계산하는 예금에 5년 간 예치하여 찾을 때 원리합계는 원금의 몇 배인지 구하여라. (소수 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하고, 아래의 상용로그표를 이용하여라.)

수	0	1	2	3	4	5	⋯	비례부분								
								1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	⋯	⋯	.0086	.0128	.0170	.0212	⋯	4	8	12	17	21	25	29	33	37
1.6	⋯	⋯	.2095	.2122	.2148	.2175	⋯	3	5	8	11	13	16	18	21	27

▶ 답 :

▷ 정답 : 1.63

해설

처음 예금을 a 원이라 하면
6개월 후 예금 : $1.05a$
12개월 후 예금 : $1.05 \times 0.05a = 1.05^2 a$
$\vdots$
60개월 후 예금 : $1.05^{10}a$
즉 1.05^{10} 을 구하면 된다.
$\log 1.05^{10} = 10 \times \log 1.05$
$= 10 \times 0.0212$
$= 0.212$
그런데 $\log 1.62 = 0.2095$
$\log 1.63 = 0.2122$ 이므로
$x : 0.01 = 0.0025 : 0.0027 \quad \therefore \quad x = 0.0092 \fallingdotseq 0.009$
1.05^{10} 을 $1.62 + 0.009 \fallingdotseq 1.629 \fallingdotseq 1.63$
따라서 원리합계는 원금의 1.63 배이다.

30. 무게가 $3^{100}g$ 인 물체가 있다. 이 물체의 무게를 $1g$, $5g$, $5^2g, 5^3g, \cdots$ 등의 추를 사용하여 측정하려고 한다. 사용되는 추의 개수를 최소로 할 때, 가장 무거운 추는 몇 g 이어야 하는가? (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)

① $5^{66}g$　② $5^{67}g$　③ $5^{68}g$　④ $5^{69}g$　⑤ $5^{70}g$

해설

$\log 3^{100} = 100 \times \log 3 = 47.71$

$\log 5^n = n \log 5 = n(1 - \log 2)$

$= n(1 - 0.3010) = n$

$5^n < 3^{100}$

$n(1 - \log 2) < 100 \log 3$

$0.699n < 47.71$

$n < \dfrac{47.71}{0.699} \fallingdotseq 68.25$

최대인 n 의 값은 68

$\therefore 5^{68}g$