

1. $4^3 + 5^3 + 6^3 + \cdots + 10^3$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

2. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 5$, $\sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 20$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k + 1)^3 - \sum_{k=1}^{10} (a_k - 1)^3$ 의 값은?

① 110

② 120

③ 122

④ 132

⑤ 140

3. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1, a_{10} = 30$ 을 만족할 때 $\sum_{k=1}^9 a_{k+1} - \sum_{k=2}^{10} a_{k-1}$ 의 값은?

① 26

② 27

③ 28

④ 29

⑤ 30

4. $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$ 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{5}{6}$

5. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{4k^2-1}$ 의 값은?

① $\frac{1}{n+1}$

② $\frac{n}{n+1}$

③ $\frac{2n}{n+1}$

④ $\frac{n}{2n+1}$

⑤ $\frac{2n}{2n+3}$

6. 두 등차수열 a_n, b_n 에 대하여 $a_1 + b_1 = 5$, $a_{10} + b_{10} = 10$ 일 때,
 $\sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값은?

① 75 ② 85 ③ 95 ④ 105 ⑤ 115

7. $\sum_{k=1}^n (k^2 + 1) - \sum_{k=1}^{n-1} (k^2 - 1) = 62$ 를 만족하는 자연수 n 의 값을 구하여라.

 답: _____

8. $\sum_{k=1}^{n-1} k(k+1)(k+2)$ 를 n 에 관한 식으로 나타내면?

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| ① $\frac{n(n+1)}{2}$ | ② $\frac{n(n-1)}{3}$ |
| ③ $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ | ④ $\frac{n(n-1)(n+1)(n+2)}{4}$ |
| ⑤ $\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{3}$ | |

9. $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + 2n$ 일 때, $\sum_{k=1}^3 (a_k + 1)^2 - \sum_{k=1}^3 (a_k - 1)^2$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

10. $(2^2 + 1) + (3^2 + 3) + (4^2 + 5) + \cdots + (10^2 + 17)$ 의 값은?

① 465

② 466

③ 467

④ 468

⑤ 469

11. 등차수열 2, 5, 8, $\dots$, 68의 합을 기호 $\sum$ 를 써서 나타내면 $\sum_{k=1}^n (ak+b)$ 이다. 이때 상수 a , b , n 의 합 $a+b+n$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.)

① 21

② 22

③ 23

④ 24

⑤ 25

12. 수열 2, 3, 5, 8, 12, ...에서 처음으로 200보다 커지는 항은?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

13. $a_n = 2n^2 + n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 인 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라고 할 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

14. 수열 1, 3, 7, 13, 21, ... 의 제20 항은?

① 377

② 379

③ 381

④ 383

⑤ 385

15. $a_n = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{n-1}$ 이라 할 때, 수열 $\frac{1}{1+a_1}, \frac{3}{3+a_2}, \frac{7}{1+a_3}, \frac{15}{1+a_4}, \dots$ 의 첫째항부터 제20항까지의 합은?

- ① $19 - \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$ ② $20 - \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$ ③ $19 + \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$
 ④ $20 + \left(\frac{1}{2}\right)^{19}$ ⑤ $21 + \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$

16. 다음 군수열에서 47은 몇 군의 몇째 항인가?

제1군	제2군	제3군	제4군
(1),	(2, 3),	(4, 5, 6),	(7, 8, 9, 10),...

- ① 제9군의 9항 ② 제10군의 2항 ③ 제10군의 3항
- ④ 제11군의 2항 ⑤ 제11군의 3항

17. 수열 $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \dots$ 에서 제 20 항은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{2}{3}$

③ $\frac{5}{6}$

④ 1

⑤ $\frac{1}{7}$

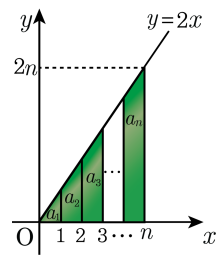
18. $\sum_{k=1}^{10} \{\sum_{m=1}^n (k-2) \cdot 2^{m-1}\}$ 을 n 에 관한 식으로 나타내면?

- ① $60(2^n - 1)$ ② $35(2^n - 1)$ ③ $20(2^n + 1)$
④ $20(2^n - 1)$ ⑤ $16(2^n - 1)$

19. 수열 $\sum_{k=1}^8 (2k-1) \cdot 2^{k-1}$ 의 합을 구하여라.

 답: _____

20. 오른쪽 그림과 같이 각 영역의 넓이를 차례로 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 이라 할 때, $a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$ 의 값을 구하여라.



 답: _____

21. 자연수 k 에 대하여 $a_k = \sqrt{k - \sqrt{k^2 - 1}}$ 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{80} a_k = a\sqrt{2} + b\sqrt{10}$ 을 만족하는 두 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

22. $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+n}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{n}{n+1}$ ② $\frac{2n}{n+1}$ ③ $\frac{3n}{n+1}$ ④ $\frac{4n}{n+1}$ ⑤ $\frac{5n}{n+1}$

23. $\left\lfloor \frac{2k-1}{3} \right\rfloor = \frac{2k-1}{3}$ 을 만족하는 자연수 k 를 작은 수부터 차례로 나열한 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제40항까지의 합은?
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 1010 ② 1210 ③ 2020 ④ 2220 ⑤ 2420

24. 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n = \left\lfloor \frac{100}{2^{2n}} \right\rfloor$ 으로 정의할 때, $\sum_{k=1}^{100} a_k$ 의 값은?

① 31

② 32

③ 33

④ 34

⑤ 35

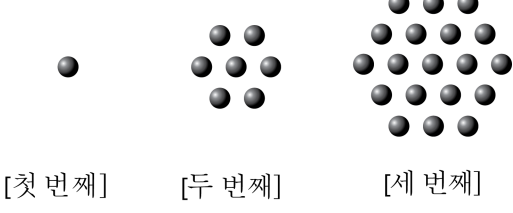
25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $b = a_{n+1} - a_n$ 이라 할 때, 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, $a_n \cdot b_n \neq 0$)

보기

- ㉠ 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이면 수열 $\{b_n\}$ 도 등비수열이다.
- ㉡ 수열 $\{b_n\}$ 이 등비수열이면 수열 $\{a_n\}$ 도 등비수열이다.
- ㉢ 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이면 수열 $\{a_n \cdot b_n\}$ 도 등비수열이다.

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉡, ㉢

26. 아래 그림과 같이 정육각형 모양이 되도록 배열한 바둑알의 개수를 육각형정수라 한다.
예를 들면, 첫번째 육각형정수는 1이고, 두 번째 육각형정수는 7이다.
이때, 10 번째 육각형 정수를 구하여라.



 답: _____

27. 다음 수열의 합은? (단, $x \neq 1$)

$$1 + 3x + 5x^2 + 7x^3 + \cdots + (2n - 1)x^{n-1}$$

- ① $S = \frac{(1 - x^n)}{(1 - x)^2} - \frac{(2n - 1)x^n}{1 - x}$
- ② $S = \frac{(1 - x^n)}{(1 + x^n)^2} - \frac{1 - (2n - 1)x^n}{1 - x}$
- ③ $S = \frac{(1 - x^n)}{(2 - x)^2} - \frac{1 + (2n - 1)x^n}{2 - x}$
- ④ $S = \frac{2(2 - x^n)}{(1 - x)^2} - \frac{(2n - 2)x^n}{1 - x}$
- ⑤ $S = \frac{2(1 - x^n)}{(1 - x)^2} - \frac{1 + (2n - 1)x^n}{1 - x}$

28. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 다음 관계식이 성립한다.
 $2a_1 + 6a_2 + 12a_3 + \cdots + n(n+1)a_n = n+1$
수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 100항까지의 합을 $\frac{q}{p}$ 라고 할 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

 답: _____

29. 함수 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ 에 대하여 옳은 것을 보기에서 모두 고른 것은?

보기

$\textcircled{\tiny A} \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

$\textcircled{\tiny B} \quad f(x) + f(1-x) = 1$

$\textcircled{\tiny C} \quad \sum_{k=1}^{100} f\left(\frac{k}{101}\right) = 50$

- ① $\textcircled{\tiny A}$

② $\textcircled{\tiny A}, \textcircled{\tiny B}$

③ $\textcircled{\tiny A}, \textcircled{\tiny C}$
- ④ $\textcircled{\tiny B}, \textcircled{\tiny C}$

⑤ $\textcircled{\tiny A}, \textcircled{\tiny B}, \textcircled{\tiny C}$

30. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1, 3(a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = (n+2)a_n (n = 1, 2, 3, \cdots)$ 과 같이 정의될 때, $a_n > 100$ 을 만족시키는 최소의 자연수 n 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

31. 두 수 0, 1을 사용하여 다음과 같은 수열을 만들었을 때, 10001은 몇 번째항인가?

1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001,...

- ① 15
- ② 16
- ③ 17
- ④ 18
- ⑤ 19

32. 다음과 같이 배열된 55개의 수의 합은?

1
2 4
3 6 9
4 8 12 16
5 10 15 20 25
6 12 18 24 30 36
7 14 21 28 35 42 49
8 16 24 32 40 48 56 64
9 18 27 36 45 54 63 72 81
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

- ① 1655 ② 1705 ③ 1715 ④ 1725 ⑤ 1735

33. $\sum_{k=1}^{10} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + k^2}{2k + 1}$ 의 값은?

① $\frac{220}{3}$

② 110

③ $\frac{440}{3}$

④ $\frac{550}{3}$

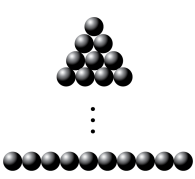
⑤ 220

34. 수열 $1, -2, 3, -4, 5, \dots, (-1)^{n-1}n, \dots$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $S_{100} + S_{25}$ 의 값은?

- ① -37 ② -65 ③ 37 ④ 65 ⑤ 129

35. 오른쪽 그림과 같이 바둑알이 10줄로 붙어 나열되어 있다. 이때, 바둑알끼리 맞닿은 점의 개수는?

- ① 110
- ② 120
- ③ 135
- ④ 140
- ⑤ 150



36. 모든 자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 은 다음을 만족시킨다. 이때, a_{10} 의 값을 구하여라.

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_1 + \cdots + a_k}{k} = (n+1)^2$$

 답: _____

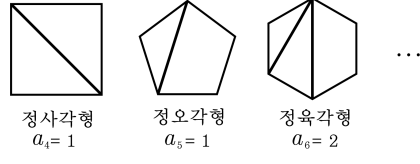
37. 방정식 $x^3 + 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 하자. 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 을 ω^n 의 실수 부분으로 정의할 때, $\sum_{k=1}^{999} \left\{ f(k) + \frac{1}{3} \right\}$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

38. x 에 대한 이차방정식 $\sum_{k=1}^{10} x^2 - \sum_{k=1}^{10} \frac{x}{k(k+1)} - \sum_{k=1}^{10} k = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 의 값은?

- ① $\alpha + \beta = \frac{1}{11}, \alpha\beta = -\frac{11}{2}$ ② $\alpha + \beta = \frac{10}{11}, \alpha\beta = -\frac{11}{2}$
③ $\alpha + \beta = \frac{10}{11}, \alpha\beta = -\frac{2}{11}$ ④ $\alpha + \beta = 11, \alpha\beta = -\frac{11}{2}$
⑤ $\alpha + \beta = 11, \alpha\beta = -22$

39. 그림과 같이 정 n 각형 ($n \geq 4$)의 서로 다른 대각선의 길이의 개수를 a_n 이라 하자.



예를 들면 $a_4=1$, $a_5=1$, $a_6=2$ 이다. 이때, $\sum_{k=4}^{17} a_k$ 의 값은?

 답: _____

40. 함수 $f(x) = x - [x]$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{1}{2n+1}x$ (단, n 은 자연수) 의 교점의 개수를 a_n 이라고 할 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k^2$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)
- ① 1510 ② 1520 ③ 1530 ④ 1540 ⑤ 1550

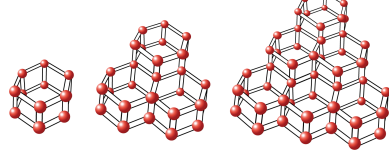
41. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 수열 $\{S_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라 할 때, 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $a_2 = b_1$
- ㉡ $a_1 + b_1 + b_2 + b_3 = S_4$
- ㉢ 수열 $\{a_n\}$ 이 등차수열이면 수열 $\{b_n\}$ 도 등차수열이다.

- ① ㉠
- ② ㉢
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

42. 아래 그림과 같이 쇠구슬과 막대자석을 이용하여 육각기둥 모양을 1개 만드는 데 필요한 막대자석의 개수를 a_1 , 육각기둥 모양을 3개 만드는 데 필요한 막대자석의 개수를 a_2 , 육각기둥 모양을 6개 만드는 데 필요한 막대자석의 개수를 a_3 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하였을 때, a_{10} 의 값은?



- ① 530 ② 531 ③ 532 ④ 533 ⑤ 534

43. 컴퓨터가 n 대 있는 PC방에서 컴퓨터 사이를 선으로 다음 그림과 같은 방법으로 연결하려고 한다.

컴퓨터의 대수	2	3	4	...
케이블선의 수	1	2	6	...
연결 방법				...

이때, 11 대의 컴퓨터를 연결하는 데 필요한 케이블 선의 개수는?

- ① 37
- ② 45
- ③ 55
- ④ 66
- ⑤ 78

44. 다음은 수열의 합
 $S = 1 + 2x + 3x^2 + \cdots + (n - 1)x^{n-2} + nx^{n-1} \cdots \cdots (1)$
을 계산하는 과정이다. 이때, ㉠ ~ ㉥에 들어갈 것으로 알맞지 않은 것은?

$$S - xS \text{를 하면}$$
$$\begin{aligned} S &= 1 + 2x + 3x^2 + \cdots + (n-1)x^{n-2} + nx^{n-1} \\ \rightarrow) xS &= \end{aligned}$$
$$(1-x)S = (1+x+x^2+\cdots+x^{n-1}) - \text{㉠}$$

(i) $x \neq 1$ 일 때,

$$\begin{aligned} (\text{우변}) &= (1+x+x^2+\cdots+x^{n-1}) - \text{㉡} \\ &= \frac{1-(n+1)x^n+nx^{n+1}}{\text{㉢}} \end{aligned}$$
$$\therefore S = \frac{1-(n+1)x^n+nx^{n+1}}{\text{㉣}}$$

(ii) $x = 1$ 일 때, (1)에서

$$S = 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1^2 + \cdots + n \cdot 1^{n-1}$$
$$\therefore S = \text{㉤}$$

- ① ㉠ $x + 2x^2 + 3x^3 + \cdots + (n - 1)x^{n-1}$
- ② ㉡ nx^n
- ③ ㉢ $1 - x$
- ④ ㉣ $(1 - x)^2$
- ⑤ ㉤ $n(n + 1)$

45. 다음을 읽고 (가)에 들어갈 식으로 알맞은 것을 고르면?

1보다 큰 자연수 p 에서 1을 뺀 수를 p_1 이라 한다.
 p_1 이 2보다 크면 p_1 에서 2를 뺀 수를 p_2 라 한다.
 p_2 이 3보다 크면 p_2 에서 3을 뺀 수를 p_3 라 한다.
 $\vdots$
 p_{k-1} 이 k 보다 크면 p_{k-1} 에서 k 를 뺀 수를 p_k 라 한다.
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 수 p_n 이 $(n+1)$ 보다 작으면 이 과정을 멈춘다.
이때, $2p_n$ 이 $(n+1)$ 과 같으면 p 는 $\boxed{(가)}$ 이다.

① $n+1$

② $\frac{(n+1)^2}{2}$

③ $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

④ 2^{n+1}

⑤ $(n+1)!$

46. 유한수열 $2, 2^2 + 2^3, 2^4 + 2^5 + 2^6, 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10}, \dots$ 의 마지막 항이 $2^{56} - 2^{46}$ 일 때, 첫째항부터 마지막 항까지의 합은?

① $2^{56} - 2$

② $2^{56} - 1$

③ 2^{56}

④ $2^{56} + 1$

⑤ $2^{56} + 2$

47. 0 이상 1 이하의 모든 분수를 다음과 같이 단계별로 나타내었다.

1단계	$\frac{0}{1}$							$\frac{1}{1}$	
2단계	$\frac{0}{1}$			$\frac{1}{2}$				$\frac{1}{1}$	
3단계	$\frac{0}{1}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{1}$	
4단계	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{1}$
...				...					
8단계				...					

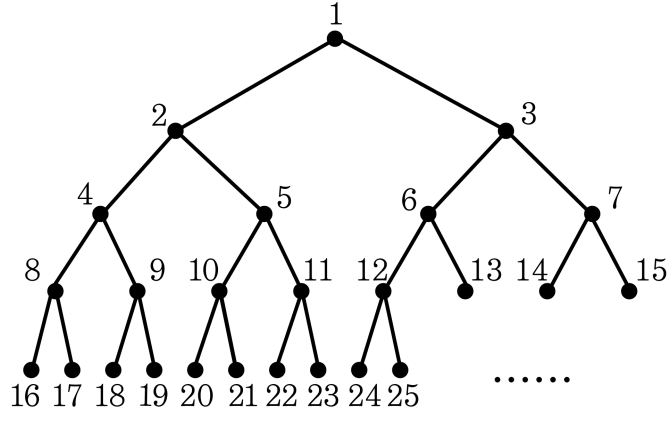
이때, 각 단계의 왼쪽에서 $(2n - 1)$ 번째 수와 $(2n + 1)$ 번째 수가 각각 $\frac{a}{b}$, $\frac{d}{c}$ 이면 $2n$ 번째 수는 $\frac{b+d}{a+c}$ 이다. 이와 같은 방법으로 8 단계까지 완성했을 때, 8 단계에 나타나는 분수에 대한 보기의 설명 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ☐ ㉠ 분모와 분자의 차가 1 인 분수의 개수는 8 개이다.
- ☐ ㉡ 분모의 최댓값은 21 이다.
- ☐ ㉢ 모든 분수의 합은 $\frac{129}{2}$ 이다.

- ☐ ① ㉠
- ☐ ② ㉢
- ☐ ③ ㉠, ㉡
- ☐ ④ ㉠, ㉢
- ☐ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

48. 아래 그림과 같이 각각의 점에 1부터 연속된 자연수를 규칙적으로 대응시키고 이 점들을 선분으로 연결한다.

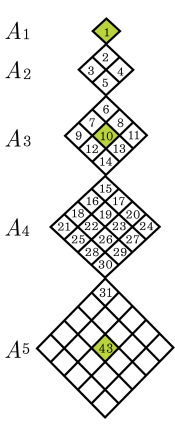


서로 다른 두 자연수 a 와 b 에 대응되는 두 점을 연결하는 선분들의 최소 개수를 $N(a, b)$ 라 하자. 예를 들면 $N(4, 6) = 4$ 이고 $N(12, 27) = 3$ 이다.

$N(32, 33) + N(32, 34) + N(32, 35) + \cdots + N(32, 63)$ 의 값은?

- ① 196
- ② 258
- ③ 270
- ④ 312
- ⑤ 344

49. 오른쪽 그림과 같이 크기가 같은 정사각형 1개, 4개, 9개, ...로 만들어진 도형 $A_1, A_2, A_3, \dots$ 이 이어져 있다. 각 정사각형에 자연수를 규칙적으로 적어 나갈 때, $A_1, A_3, A_5, \dots$ 에는 정중앙(색칠한 부분)에 적힌 수가 있다. 예를 들면, A_3 의 정중앙에 적힌 수는 10이고, A_5 의 정중앙에 적힌 수는 43이다. 이때, A_9 의 정중앙에 적힌 수를 구하여라.



▶ 답: _____

50. 다음과 같이 홀수가 배열되어 있을 때, 제10행에서 일곱 번째에 있는 수는?
- | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|
| 제1행 | | | | 1 | | | |
| 제2행 | | | 3 | 5 | 7 | | |
| 제3행 | | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | |
| 제4행 | 19 | 21 | 23 | 25 | 27 | 29 | 31 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
- ① 139 ② 151 ③ 163 ④ 175 ⑤ 205