

1. $4^3 + 5^3 + 6^3 + \dots + 10^3$ 의 값을 구하여라.



답: _____

2. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 5$, $\sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 20$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k + 1)^3 - \sum_{k=1}^{10} (a_k - 1)^3$ 의 값은?

① 110

② 120

③ 122

④ 132

⑤ 140

3. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1, a_{10} = 30$ 을 만족할 때 $\sum_{k=1}^9 a_{k+1} - \sum_{k=2}^{10} a_{k-1}$ 의 값은?

① 26

② 27

③ 28

④ 29

⑤ 30

4. $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$ 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{5}{6}$

5. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{4k^2 - 1}$ 의 값은?

① $\frac{1}{n+1}$

② $\frac{n}{n+1}$

③ $\frac{2n}{n+1}$

④ $\frac{n}{2n+1}$

⑤ $\frac{2n}{2n+3}$

6. 두 등차수열 a_n, b_n 에 대하여 $a_1 + b_1 = 5$, $a_{10} + b_{10} = 10$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} b_k \text{의 값은?}$$

① 75

② 85

③ 95

④ 105

⑤ 115

7. $\sum_{k=1}^n (k^2 + 1) - \sum_{k=1}^{n-1} (k^2 - 1) = 62$ 를 만족하는 자연수 n 의 값을 구하여라.



답: _____

8. $\sum_{k=1}^{n-1} k(k+1)(k+2)$ 를 n 에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{n(n+1)}{2}$

② $\frac{n(n-1)}{3}$

③ $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

④ $\frac{n(n-1)(n+1)(n+2)}{4}$

⑤ $\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{3}$

9. $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + 2n$ 일 때, $\sum_{k=1}^3 (a_k + 1)^2 - \sum_{k=1}^3 (a_k - 1)^2$ 의 값을 구하여라.



답: _____

10. $(2^2 + 1) + (3^2 + 3) + (4^2 + 5) + \dots + (10^2 + 17)$ 의 값은?

① 465

② 466

③ 467

④ 468

⑤ 469

11. 등차수열 $2, 5, 8, \dots, 68$ 의 합을 기호 \sum 를 써서 나타내면 $\sum_{k=1}^n (ak + b)$ 이다. 이때 상수 a, b, n 의 합 $a + b + n$ 의 값은? (단, n 은 자연수이다.)

① 21

② 22

③ 23

④ 24

⑤ 25

12. 수열 $2, 3, 5, 8, 12, \dots$ 에서 처음으로 200보다 커지는 항은?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

13. $a_n = 2n^2 + n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 인 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라고 할 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하여라.



답: _____

14. 수열 $1, 3, 7, 13, 21, \dots$ 의 제20항은?

① 377

② 379

③ 381

④ 383

⑤ 385

15. $a_n = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{n-1}$ 이라 할 때, 수열 $\frac{1}{1+a_1}, \frac{3}{3+a_2}, \frac{7}{1+a_3}, \frac{15}{1+a_4}, \dots$ 의 첫째항부터 제20항까지의 합은?

① $19 - \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$

② $20 - \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$

③ $19 + \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$

④ $20 + \left(\frac{1}{2}\right)^{19}$

⑤ $21 + \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$

16. 다음 군수열에서 47은 몇 군의 몇째 항인가?

제1군	제2군	제3군	제4군
(1),	(2, 3),	(4, 5, 6),	(7, 8, 9, 10),...

- ① 제9군의 9항 ② 제10군의 2항 ③ 제10군의 3항
④ 제11군의 2항 ⑤ 제11군의 3항

17. 수열 $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \dots$ 에서 제 20 항은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{2}{3}$

③ $\frac{5}{6}$

④ 1

⑤ $\frac{1}{7}$

18. $\sum_{k=1}^{10} \left\{ \sum_{m=1}^n (k-2) \cdot 2^{m-1} \right\}$ 을 n 에 관한 식으로 나타내면?

① $60(2^n - 1)$

② $35(2^n - 1)$

③ $20(2^n + 1)$

④ $20(2^n - 1)$

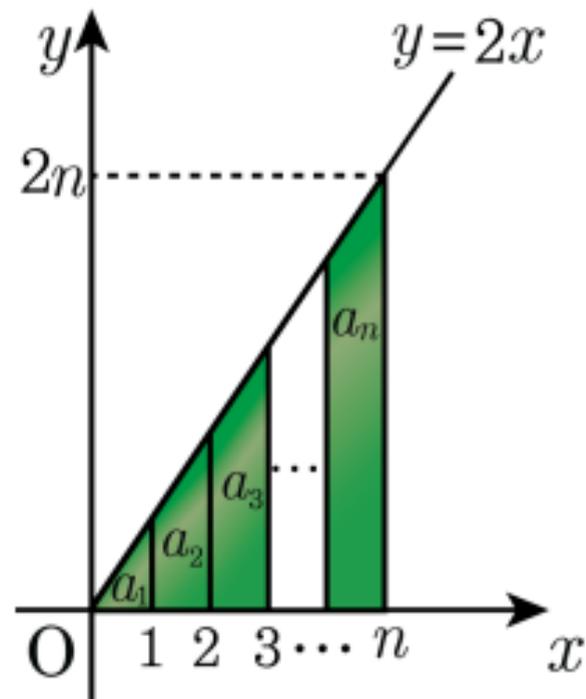
⑤ $16(2^n - 1)$

19. 수열 $\sum_{k=1}^8 (2k - 1) \cdot 2^{k-1}$ 의 합을 구하여라.



답: _____

20. 오른쪽 그림과 같이 각 영역의 넓이를 차례로 a_1, a_2, \dots, a_n 이라 할 때, $a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$ 의 값을 구하여라.



답:

21. 자연수 k 에 대하여 $a_k = \sqrt{k} - \sqrt{k^2 - 1}$ 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{80} a_k = a\sqrt{2} + b\sqrt{10}$ 을 만족하는 두 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

22. $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+n}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{n}{n+1}$

② $\frac{2n}{n+1}$

③ $\frac{3n}{n+1}$

④ $\frac{4n}{n+1}$

⑤ $\frac{5n}{n+1}$

23. $\left[\frac{2k-1}{3} \right] = \frac{2k-1}{3}$ 을 만족하는 자연수 k 를 작은 수부터 차례로 나열

한 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제40항까지의 합은?

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 1010

② 1210

③ 2020

④ 2220

⑤ 2420

24. 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n = \left[\frac{100}{2^{2n}} \right]$ 으로 정의할 때, $\sum_{k=1}^{100} a_k$ 의 값은?

① 31

② 32

③ 33

④ 34

⑤ 35

25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $b = a_{n+1} - a_n$ 이라 할 때, 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, $a_n \cdot b_n \neq 0$)

보기

- ㉠ 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이면 수열 $\{b_n\}$ 도 등비수열이다.
㉡ 수열 $\{b_n\}$ 이 등비수열이면 수열 $\{a_n\}$ 도 등비수열이다.
㉢ 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이면 수열 $\{a_n \cdot b_n\}$ 도 등비수열이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

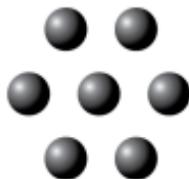
⑤ ㉡, ㉢

26. 아래 그림과 같이 정육각형 모양이 되도록 배열한 바둑알의 개수를 육각형정수라 한다.

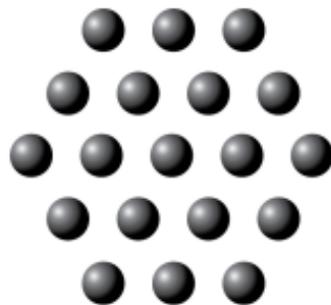
예를 들면, 첫번째 육각형정수는 1이고, 두 번째 육각형정수는 7이다. 이때, 10번째 육각형 정수를 구하여라.



[첫 번째]



[두 번째]



[세 번째]



답: _____

27. 다음 수열의 합은? (단, $x \neq 1$)

$$1 + 3x + 5x^2 + 7x^3 + \cdots + (2n - 1)x^{n-1}$$

$$\textcircled{1} S = \frac{(1 - x^n)}{(1 - x)^2} - \frac{(2n - 1)x^n}{1 - x}$$

$$\textcircled{2} S = \frac{(1 + x^n)}{(1 - x)^2} - \frac{1 - (2n - 1)x^n}{1 - x}$$

$$\textcircled{3} S = \frac{(1 - x^n)}{(2 - x)^2} - \frac{1 + (2n - 1)x^n}{2 - x}$$

$$\textcircled{4} S = \frac{2(2 - x^n)}{(1 - x)^2} - \frac{(2n - 2)x^n}{1 - x}$$

$$\textcircled{5} S = \frac{2(1 - x^n)}{(1 - x)^2} - \frac{1 + (2n - 1)x^n}{1 - x}$$

28. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 다음 관계식이 성립한다.

$$2a_1 + 6a_2 + 12a_3 + \cdots + n(n+1)a_n = n+1$$

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 100항까지의 합을 $\frac{q}{p}$ 라고 할 때, $p+q$ 의

값을 구하여라.(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



답: _____

29. 함수 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ 에 대하여 옳은 것을 보기에서 모두 고른 것은?

보기

㉠ $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

㉡ $f(x) + f(1-x) = 1$

㉢ $\sum_{k=1}^{100} f\left(\frac{k}{101}\right) = 50$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

30. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1, 3(a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = (n+2)a_n (n = 1, 2, 3, \cdots)$

과 같이 정의될 때, $a_n > 100$ 을 만족시키는 최소의 자연수 n 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

31. 두 수 0, 1을 사용하여 다음과 같은 수열을 만들었을 때, 10001은 몇 번째항인가?

1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, ...

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

32. 다음과 같이 배열된 55개의 수의 합은?

1
2 4
3 6 9
4 8 12 16
5 10 15 20 25
6 12 18 24 30 36
7 14 21 28 35 42 49
8 16 24 32 40 48 56 64
9 18 27 36 45 54 63 72 81
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

① 1655

② 1705

③ 1715

④ 1725

⑤ 1735

33. $\sum_{k=1}^{10} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2}{2k + 1}$ 의 값은?

① $\frac{220}{3}$

② 110

③ $\frac{440}{3}$

④ $\frac{550}{3}$

⑤ 220

34. 수열 $1, -2, 3, -4, 5, \dots, (-1)^{n-1}n, \dots$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $S_{100} + S_{25}$ 의 값은?

① -37

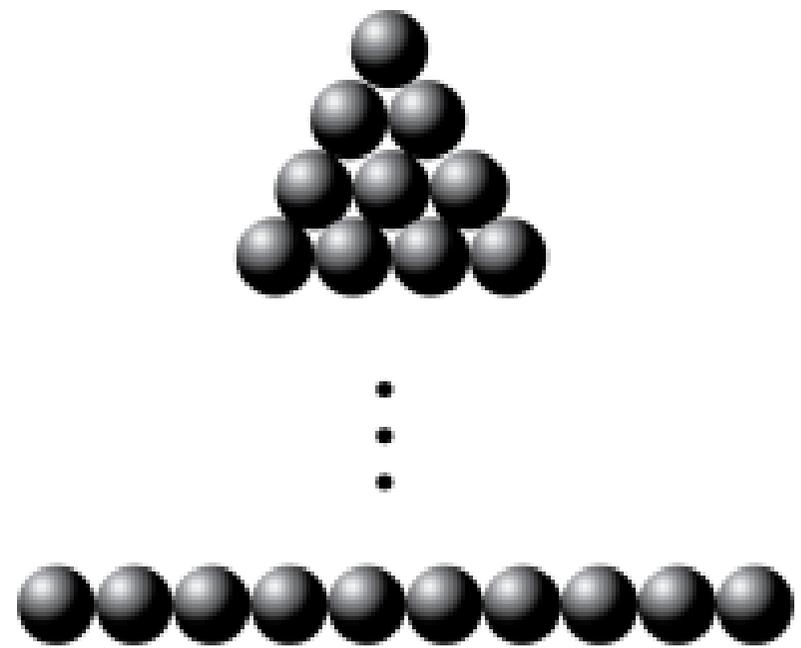
② -65

③ 37

④ 65

⑤ 129

35. 오른쪽 그림과 같이 바둑알이 10줄로 붙어 나열되어 있다. 이때, 바둑알끼리 맞닿은 점의 개수는?



- ① 110 ② 120 ③ 135
- ④ 140 ⑤ 150

36. 모든 자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 은 다음을 만족시킨다. 이때, a_{10} 의 값을 구하여라.

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_1 + \cdots + a_k}{k} = (n+1)^2$$



답: _____

37. 방정식 $x^3 + 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 하자. 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 을 ω^n 의 실수 부분으로 정의할 때, $\sum_{k=1}^{999} \left\{ f(k) + \frac{1}{3} \right\}$ 의 값을 구하여라.



답: _____

38. x 에 대한 이차방정식 $\sum_{k=1}^{10} x^2 - \sum_{k=1}^{10} \frac{x}{k(k+1)} - \sum_{k=1}^{10} k = 0$ 의 두
근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 의 값은?

① $\alpha + \beta = \frac{1}{11}, \alpha\beta = -\frac{11}{2}$

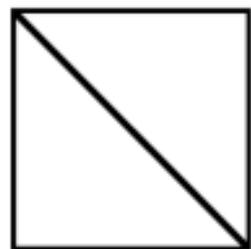
② $\alpha + \beta = \frac{10}{11}, \alpha\beta = -\frac{11}{2}$

③ $\alpha + \beta = \frac{10}{11}, \alpha\beta = -\frac{2}{11}$

④ $\alpha + \beta = 11, \alpha\beta = -\frac{11}{2}$

⑤ $\alpha + \beta = 11, \alpha\beta = -22$

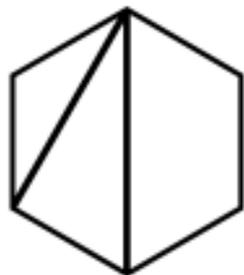
39. 그림과 같이 정 n 각형 ($n \geq 4$)의 서로 다른 대각선의 길이의 개수를 a_n 이라 하자.



정사각형
 $a_4 = 1$



정오각형
 $a_5 = 1$



정육각형
 $a_6 = 2$

...

예를 들면 $a_4 = 1$, $a_5 = 1$, $a_6 = 2$ 이다. 이때, $\sum_{k=4}^{17} a_n$ 의 값은?



답: _____

40. 함수 $f(x) = x - [x]$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{1}{2n+1}x$ (단, n 은 자연수)

의 교점의 개수를 a_n 이라고 할 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k^2$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 1510

② 1520

③ 1530

④ 1540

⑤ 1550

41. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 수열 $\{S_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라 할 때, 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $a_2 = b_1$

㉡ $a_1 + b_1 + b_2 + b_3 = S_4$

㉢ 수열 $\{a_n\}$ 이 등차수열이면 수열 $\{b_n\}$ 도 등차수열이다.

① ㉠

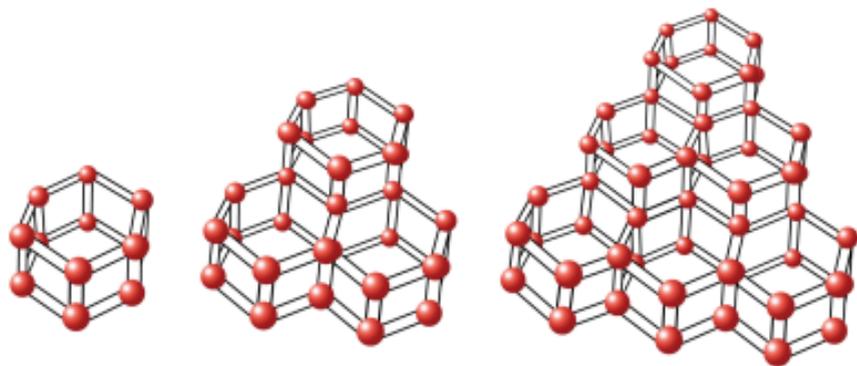
② ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

42. 아래 그림과 같이 쇠구슬과 막대자석을 이용하여 육각기둥 모양을 1개 만드는 데 필요한 막대자석의 개수를 a_1 , 육각기둥 모양을 3개 만드는 데 필요한 막대자석의 개수를 a_2 , 육각기둥 모양을 6개 만드는 데 필요한 막대자석의 개수를 a_3 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하였을 때, a_{10} 의 값은?



① 530

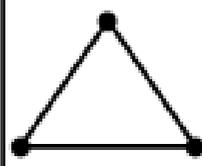
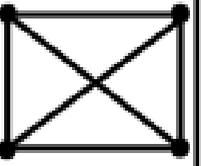
② 531

③ 532

④ 533

⑤ 534

43. 컴퓨터가 n 대 있는 PC방에서 컴퓨터 사이를 선으로 다음 그림과 같은 방법으로 연결하려고 한다.

컴퓨터의 대수	2	3	4	...
케이블선의 수	1	2	6	...
연결 방법				...

이때, 11대의 컴퓨터를 연결하는 데 필요한 케이블 선의 개수는?

- ① 37 ② 45 ③ 55 ④ 66 ⑤ 78

44. 다음은 수열의 합

$$S = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + (n-1)x^{n-2} + nx^{n-1} \dots \dots (1)$$

을 계산하는 과정이다. 이때, ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 알맞지 않은 것은?

$S - xS$ 를 하면

$$\begin{array}{r} S = 1 + 2x + 3x + \dots + (n-1)x^{n-2} + nx^{n-1} \\ -) \quad xS = \\ \hline (1-x)S = (1+x+x^2+\dots+x^{n-1}) - \textcircled{\text{A}} \end{array}$$

(i) $x \neq 1$ 일 때,

$$\begin{aligned} (\text{우변}) &= (1+x+x^2+\dots+x^{n-1}) - \textcircled{\text{B}} \\ &= \frac{1-(n+1)x^n + nx^{n+1}}{\textcircled{\text{C}}} \end{aligned}$$

$$\therefore S = \frac{1-(n+1)x^n + nx^{n+1}}{\textcircled{\text{D}}}$$

(ii) $x = 1$ 일 때, (1)에서

$$S = 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1^2 + \dots + n \cdot 1^{n-1}$$

$$\therefore S = \textcircled{\text{E}}$$

① ㉠ $x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + (n-1)x^{n-1}$

② ㉡ nx^n

③ ㉢ $1-x$

④ ㉤ $(1-x)^2$

⑤ ㉠ $n(n+1)$

45. 다음을 읽고 (가)에 들어갈 식으로 알맞은 것을 고르면?

1보다 큰 자연수 p 에서 1을 뺀 수를 p_1 이라 한다.

p_1 이 2보다 크면 p_1 에서 2를 뺀 수를 p_2 라 한다.

p_2 이 3보다 크면 p_2 에서 3을 뺀 수를 p_3 라 한다.

⋮

p_{k-1} 이 k 보다 크면 p_{k-1} 에서 k 를 뺀 수를 p_k 라 한다.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 수 p_n 이 $(n+1)$ 보다 작으면 이 과정을 멈춘다.

이때, $2p_n$ 이 $(n+1)$ 과 같으면 p 는 (가)이다.

① $n+1$

② $\frac{(n+1)^2}{2}$

③ $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

④ 2^{n+1}

⑤ $(n+1)!$

46. 유한수열 $2, 2^2 + 2^3, 2^4 + 2^5 + 2^6, 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10}, \dots$ 의 마지막 항이 $2^{56} - 2^{46}$ 일 때, 첫째항부터 마지막 항까지의 합은?

① $2^{56} - 2$

② $2^{56} - 1$

③ 2^{56}

④ $2^{56} + 1$

⑤ $2^{56} + 2$

47. 0 이상 1 이하의 모든 분수를 다음과 같이 단계별로 나타내었다.

1단계	$\frac{0}{1}$								$\frac{1}{1}$	
2단계	$\frac{0}{1}$						$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{1}$
3단계	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{3}$				$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$			$\frac{1}{1}$
4단계	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{1}$	
...	...									
8단계	...									

이때, 각 단계의 왼쪽에서 $(2n - 1)$ 번째 수와 $(2n + 1)$ 번째 수가 각각 $\frac{a}{b}$, $\frac{d}{c}$ 이면 $2n$ 번째 수는 $\frac{b+d}{a+c}$ 이다. 이와 같은 방법으로 8단계까지 완성했을 때, 8단계에 나타나는 분수에 대한 보기의 설명 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 분모와 분자의 차가 1 인 분수의 개수는 8 개이다.
- ㉡ 분모의 최댓값은 21 이다.
- ㉢ 모든 분수의 합은 $\frac{129}{2}$ 이다.

① ㉠

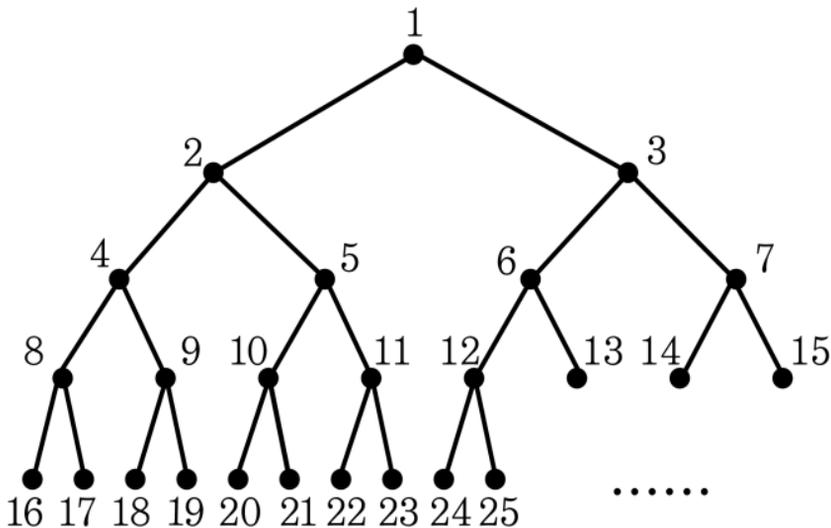
② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

48. 아래 그림과 같이 각각의 점에 1부터 연속된 자연수를 규칙적으로 대응시키고 이 점들을 선분으로 연결한다.



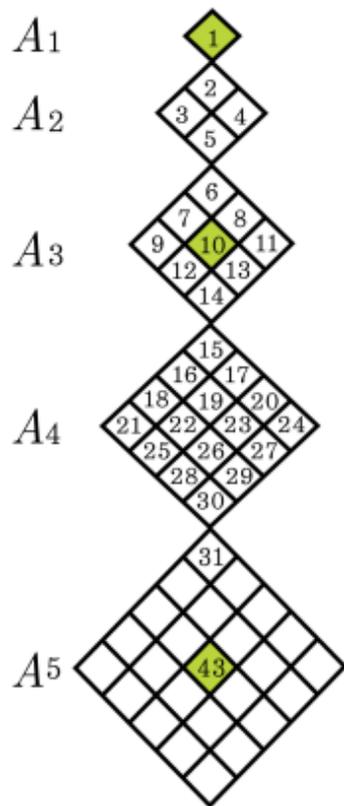
서로 다른 두 자연수 a 와 b 에 대응되는 두 점을 연결하는 선분들의 최소 개수를 $N(a, b)$ 라 하자. 예를 들면 $N(4, 6) = 4$ 이고 $N(12, 27) = 3$ 이다.

$N(32, 33) + N(32, 34) + N(32, 35) + \cdots + N(32, 63)$ 의 값은?

- ① 196 ② 258 ③ 270 ④ 312 ⑤ 344

49. 오른쪽 그림과 같이 크기가 같은 정사각형 1개, 4개, 9개, ... 로 만들어진 도형 A_1, A_2, A_3, \dots 이 이어져 있다. 각 정사각형에 자연수를 규칙적으로 적어 나갈 때, A_1, A_3, A_5, \dots 에는 정중앙(색칠한 부분)에 적힌 수가 있다. 예를 들면, A_3 의 정중앙에 적힌 수는 10이고, A_5 의 정중앙에 적힌 수는 43이다.

이때, A_9 의 정중앙에 적힌 수를 구하여라.



답: _____

50. 다음과 같이 홀수가 배열되어 있을 때, 제10행에서 일곱 번째에 있는 수는?

제1행				1			
제2행			3	5	7		
제3행		9	11	13	15	17	
제4행	19	21	23	25	27	29	31
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

① 139

② 151

③ 163

④ 175

⑤ 205