

1.  $\frac{x-2}{2x^2-5x+3} + \frac{3x-1}{2x^2+x-6} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2}$  을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

(준 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{x-2}{(2x-3)(x-1)} + \frac{3x-1}{(2x-3)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2} \\ &= \frac{(x-2)(x+2) + (3x-1)(x-1)}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{4x^2-4x-3}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-3)(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{2x^2+2x-4}{(x+2)(x-1)} = 2 \end{aligned}$$

2. 분수식  $\frac{1}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2+5x+3}{x^2-5x+6}$  을 간단히 하면 ?

① 1

② -2

③  $\frac{-x^2+2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$

④  $\frac{x^2-2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$

⑤  $\frac{-x^2+2x+7}{(x+1)(x-2)(2x-3)}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2+5x+3}{x^2-5x+6} \\ &= \frac{1}{(x+2)(x-1)} - \frac{x+1}{(x-3)(x-1)} \\ & \times \frac{(x-2)(x-3)}{(2x+3)(x+1)} \\ &= \frac{2x+3 - (x-2)(x+2)}{(x+2)(x-1)(2x+3)} \\ &= \frac{-x^2+2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)} \end{aligned}$$

3.  $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$  을 만족시키는 상수  $a$ 와  $b$ 가 있다. 이때,  $a+b$ 의 값은?

- ① -6    ② -3    ③ -1    ④ 2    ⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$  의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4} \end{aligned}$$

따라서  $a-b=1$ ,  $-2(a+b)=6$

$\therefore a=-1$ ,  $b=-2$

$\therefore a+b=-1-2=-3$

4.  $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

①  $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

②  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

③  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

⑤  $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} \\ &= \frac{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})} \\ &= \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

5.  $x = \sqrt{3 + \sqrt{8}}$  일 때,  $x^2 - 2x + 4$  의 값을 구하면?

- ① 3      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 9

해설

$$x = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1, x^2 = 3 + 2\sqrt{2}$$
$$\therefore x^2 - 2x + 4 = (3 + 2\sqrt{2}) - 2\sqrt{2} - 2 + 4 = 5$$

6. 유리수  $a, b$ 에 대하여  $(1+2\sqrt{2})a + (-1+\sqrt{2})b = 5+7\sqrt{2}$ 가 성립할 때,  $a+b$ 의 값은?

① 3      ② 2      ③ 0      ④ -2      ⑤ -3

해설

$$(1+2\sqrt{2})a + (-1+\sqrt{2})b = 5+7\sqrt{2}$$

$$(a-b) + (2a+b)\sqrt{2} = 5+7\sqrt{2} \cdots \text{㉠}$$

$a, b$ 가 유리수이면

$a-b, 2a+b$ 도 유리수이므로 ㉠에서

$$\begin{cases} a-b=5 \\ 2a+b=7 \end{cases}$$

이것을 연립하여 풀면  $a=4, b=-1$

$$\therefore a+b=3$$

7. 부분분수를 이용하여 다음을 만족시키는 양수  $x$  를 구하여라.

$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} = \frac{4}{9}$$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

주어진 식을 부분분수로 나타내면

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ & + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ & = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \left( \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \right. \\ & \quad \left. + \left( \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \left( \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \right\} \\ & = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+8} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{x(x+8)} = \frac{4}{x(x+8)} \\ & = \frac{4}{9} \\ & \therefore x(x+8) = 9 \\ & x^2 + 8x - 9 = (x-1)(x+9) = 0 \\ & x > 0 \text{ 이므로 } x = 1 \end{aligned}$$

8. 유리수  $\frac{87}{19} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e + \frac{1}{2}}}}}$  로 나타낼 때,  $a+b+c+d+e$

의 값을 구하면?

- ① 7      ② 8      ③ 9      ④ 10      ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} \frac{87}{19} &= 4 + \frac{11}{19} = 4 + \frac{1}{\frac{19}{11}} \\ &= 4 + \frac{1}{1 + \frac{8}{11}} \\ \frac{8}{11} &= \frac{1}{\frac{11}{8}} = \frac{1}{1 + \frac{3}{8}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{8}{3}}} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{3}{3}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} \end{aligned}$$

$\therefore a = 4, b = 1, c = 1, d = 2, e = 1$   
따라서  $a+b+c+d+e = 9$

9.  $a + b + c = 1$ 일 때,  $\frac{a^2 - 1}{b + c} + \frac{b^2 - 1}{c + a} + \frac{c^2 - 1}{a + b}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} & \frac{a^2 - 1}{b + c} + \frac{b^2 - 1}{c + a} + \frac{c^2 - 1}{a + b} \\ &= \frac{(a - 1)(a + 1)}{b + c} + \frac{(b - 1)(b + 1)}{c + a} \\ & \quad + \frac{(c - 1)(c + 1)}{a + b} \end{aligned}$$

그런데  $a + b + c = 1$ 이므로

$$a - 1 = -(b + c), \quad b - 1 = -(c + a), \quad c - 1 = -(a + b)$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= -(a + 1) - (b + 1) - (c + 1) \\ &= -(a + b + c) - 3 = -1 - 3 = -4 \end{aligned}$$

10. 0이 아닌 실수  $x, y, z$ 에 대하여 등식  $2x - 6y + 4z = 0, 3x + y - 2z = 0$ 이 성립한다. 이때,  $\frac{x^2 + y^2}{xy + y^2}$ 의 값은?

- ①  $\frac{2}{7}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④  $\frac{5}{6}$       ⑤  $\frac{12}{13}$

해설

두 식을 연립하여 풀면  $2x = y$ 가 나온다.

$$\frac{x^2 + y^2}{xy + y^2} = \frac{x^2 + 4x^2}{2x^2 + 4x^2} = \frac{5x^2}{6x^2} = \frac{5}{6}$$

11. 다음 등식이 성립할 때, 상수  $k$ 의 값은?

$$\frac{x+2y}{2} = \frac{2y+z}{3} = \frac{z}{4} = \frac{x+8y-z}{k}$$

- ① -1      ② -5      ③ -8      ④ -10      ⑤ -12

해설

$$\frac{x+2y}{2} = \frac{2y+z}{3} = \frac{z}{4} = \frac{x+8y-z}{k}$$

$$\begin{cases} x+2y = \frac{z}{2} \cdots \text{①} \\ 2y+z = \frac{3}{4}z \cdots \text{②} \end{cases}$$

① - ②하면

$$x-z = -\frac{1}{4}z, \quad x = \frac{3}{4}z, \quad y = -\frac{1}{8}z$$

$$\frac{x+8y-z}{k} = \frac{\frac{3}{4}z - z - z}{k} = \frac{-\frac{5}{4}z}{k} = \frac{z}{4}$$

$$\therefore k = -5$$

해설

가비의 리에 따라

$$\begin{aligned} \frac{x+2y}{2} &= \frac{6y+3z}{3 \times 3} = \frac{-4z}{4 \times (-4)} \\ &= \frac{x+8y-z}{2+9-16} = \frac{x+8y-z}{-5} \end{aligned}$$

$$\therefore k = -5$$

12.  $\frac{a+b}{5} = \frac{2b+c}{4} = \frac{c}{3} = \frac{2a+8b-c}{x}$  에서  $x$  의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답:  $x = 10$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a+b}{5} &= \frac{2b+c}{4} = \frac{c}{3} \\ &= \frac{2(a+b) + 3(2b+c) - 4c}{2 \times 5 + 3 \times 4 + (-4) \times 3} \\ &= \frac{2a+8b-c}{10}\end{aligned}$$

$$\therefore x = 10$$

13.  $\frac{y}{x-z} = \frac{x+y}{z} = \frac{x}{y}$ 를 만족하는 서로 다른 양수  $x, y, z$ 에 대하여  $\frac{x}{y}$ 는? (단,  $x+y \neq 0$ )

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{3}{5}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{5}{3}$       ⑤ 2

해설

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \text{이고}$$

$$b+d+f \neq 0 \text{이면 } \frac{a+c+e}{b+d+f} = k (\because \text{가비의 리})$$

이것을 이용하면

$$\frac{x}{y} = \frac{y+(x+y)+x}{(x-z)+z+y} = \frac{2(x+y)}{x+y} = 2$$

14. 괄호가 없는 수식의 계산을 오른쪽에서 왼쪽으로 계산하는 전자계산기가 있다. 예를 들면  $a \times b - c$ 는  $a(b-c)$ 로 계산한다. 이 전자계산기로  $a \div b - c + d$ 를 계산하면?

①  $\frac{a}{b} - c + d$       ②  $\frac{a}{b} - c - d$       ③  $\frac{d+c-b}{a}$   
④  $\frac{a}{b-c+d}$       ⑤  $\frac{a}{b-c-d}$

해설

$a \div b - c + d$ 의 오른쪽부터 차례로 계산하면  
 $d \rightarrow d + c \rightarrow -(d + c) \rightarrow b - c - d \rightarrow \frac{a}{b - c - d}$

15. 다음 식이 성립하는 실수  $x$ 의 최솟값을 구하라.

$$\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} = \sqrt{(x+1)(x-2)}$$

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} = \sqrt{(x+1)(x-2)}$ 가 성립되지 않는 범위는  $x+1 < 0$  이고  $x-2 < 0$

$\therefore x < -1$

따라서  $x < -1$ 일 때, 위의 등식이 성립되지 않는다.

$\{x \mid x < -1\}$ 의 여집합 되어야 하므로

$\{x \mid x \geq -1\}$ 이고 실수  $x$ 의 최솟값은  $\therefore -1$

16.  $x, y$ 는 실수이고  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = -\sqrt{\frac{x}{y}}$  일 때,  $\sqrt{(y-x)^2} + (\sqrt{x-y})^2 - 2\sqrt{y^2}$  을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $2x$

해설

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = -\sqrt{\frac{x}{y}} \text{ 이 성립하므로 } y < 0, x \geq 0$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(y-x)^2} + (\sqrt{x-y})^2 - 2\sqrt{y^2} \\ &= |y-x| + x-y - 2|y| \\ &= -y+x+x-y+2y = 2x \end{aligned}$$

17.  $x = ab$ ,  $y = a^2 + b^2$  이고  $a + b = 5$ ,  $ab = 3$  일 때,  $\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{(x+y)^2}$  의 값은? (단,  $a, b$  는 실수)

- ① 6      ② 8      ③ 32      ④ 38      ⑤ 40

해설

$$x = ab = 3$$

$$y = a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 25 - 6 = 19$$

$x - y < 0$ ,  $x + y > 0$  이므로

$$\text{(준식)} = |x - y| + |x + y|$$

$$= -(x - y) + (x + y) = 2y = 38$$

18. 실수  $x, y$ 에 대하여  $\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = -\sqrt{\frac{y}{x}}$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{x^2+3}\sqrt{(x+y)^3} + \sqrt[4]{(x-y)^4}$$

- ①  $x$                       ②  $x-y$                       ③  $-x+y$   
④  $-x-y$                       ⑤  $-x+2y$

해설

$$\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = -\sqrt{\frac{y}{x}} \Leftrightarrow x < 0, y \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{x^2} = |x| = -x, \sqrt[3]{(x+y)^3} = x+y, \sqrt[4]{(x-y)^4} = |x-y| =$$

$$-x+y$$

$$\therefore \sqrt{x^2+3}\sqrt{(x+y)^3} + \sqrt[4]{(x-y)^4}$$

$$= -x+x+y-x+y = -x+2y$$

19.  $-1 < a < 3$ 일 때,  $\sqrt{a^2+2a+1} + \sqrt{a^2-6a+9}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-3)^2} \\ &= |a+1| + |a-3| = (a+1) - (a-3) = 4\end{aligned}$$

20.  $x = a + \frac{1}{a}$  (단,  $a > 1$ ) 일 때,  $x + \sqrt{x^2 - 4}$ 를  $a$ 로 나타내면?

- ①  $2a$       ②  $\frac{2}{a}$       ③  $a$       ④  $\frac{1}{a}$       ⑤  $a + \frac{1}{a}$

해설

$$x = a + \frac{1}{a} \text{에서}$$

$$x^2 - 4 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4 = a^2 + 2 + \frac{1}{a^2} - 4 = a^2 - 2 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2$$

$$\begin{aligned} x + \sqrt{x^2 - 4} &= \left(a + \frac{1}{a}\right) + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} \\ &= a + \frac{1}{a} + \left(a - \frac{1}{a}\right) \quad (\because a - \frac{1}{a} > 0) \\ &= 2a \end{aligned}$$

21.  $x = \sqrt{3}$ 일 때,  $\frac{1}{\sqrt{x+1-2\sqrt{x}}} - \frac{1}{\sqrt{x+1+2\sqrt{x}}}$ 의 값을 구하면?

- ①  $-\frac{\sqrt{3}+1}{2}$       ②  $-(\sqrt{3}+1)$       ③  $\sqrt{3}+1$   
④  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       ⑤  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

해설

$$\sqrt{(x+1) \pm 2\sqrt{x}} = \sqrt{x} \pm 1 (\because x > 1)$$

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \\ &= \frac{2}{x-1} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1 \end{aligned}$$

22.  $f(a, b)$ 를 다음과 같이 정의하였다.

$$f(a, b) = \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} \quad (\text{단, } b > a > 0)$$

위의 정의를 이용하여

$f(1, 2) + f(2, 3) + f(3, 4) = k$ 를 만족하는  $k$ 의 값을 구하면?

- ① 1                      ② -1                      ③  $\sqrt{5}-1$   
④  $\sqrt{5}+1$                 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} f(a, b) &= \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} \\ &= \sqrt{b}-\sqrt{a} \quad (b > a > 0) \\ f(1, 2) + f(2, 3) + f(3, 4) \\ &= \sqrt{2}-\sqrt{1} + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \sqrt{4}-\sqrt{3} \\ &= 2-1 = 1 = k \end{aligned}$$

23.  $\sqrt{17 + \sqrt{288}}$ 의 소수 부분을  $x$ 라 할 때,  $\sqrt{x^2 + 4x}$ 의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

(1) 단계

$$\sqrt{17 + 2\sqrt{72}} = 3 + \sqrt{8}$$

(2) 단계

( $2 < \sqrt{8} < 3$ 이므로)

$$\begin{aligned}\sqrt{17 + 2\sqrt{72}} &= 3 + \sqrt{8} - 2 + 2 \\ &= 5 + \sqrt{8} - 2 \text{에서 소수 부분 } x = \sqrt{8} - 2 \text{이므로}\end{aligned}$$

(3) 단계

$$x + 2 = \sqrt{8}$$

(양변을 제곱하면)  $x^2 + 4x + 4 = 8$ ,

$$x^2 + 4x = 4 \text{를 대입하면}$$

$$(\text{준식}) = \sqrt{4} = 2$$

24.  $\sqrt{11+2\sqrt{18}}$ 의 정수 부분을  $a$ , 소수 부분을  $b$ 라 할 때,  $\frac{4}{a} + \frac{2}{b}$ 의 값은?

①  $2+2\sqrt{2}$

②  $3+2\sqrt{2}$

③  $4+2\sqrt{2}$

④  $5+2\sqrt{2}$

⑤  $6+2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{11+2\sqrt{18}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{9}+(\sqrt{2}))^2} \\ &= 3+\sqrt{2} \therefore 3+\sqrt{2}=4\dots \\ & \therefore \text{정수 부분 } a: 4, \text{ 소수 부분 } b: \sqrt{2}-1 \\ & \Rightarrow \frac{4}{a} + \frac{2}{b} = \frac{4}{4} + \frac{2}{\sqrt{2}-1} \\ & \quad = 3+2\sqrt{2} \end{aligned}$$

25.  $0 \leq a < 2$  이고  $x = \frac{4a}{a^2+4}$  일 때

$\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$1+x = 1 + \frac{4a}{a^2+4} = \frac{a^2+4a+4}{a^2+4} = \frac{(a+2)^2}{a^2+4}$$

$$1-x = 1 - \frac{4a}{a^2+4} = \frac{a^2-4a+4}{a^2+4} = \frac{(a-2)^2}{a^2+4}$$

$a^2+4 > 0$  이고  $0 < a < 2$  이므로

$a+2 > 0, a-2 < 0$

$$\therefore \sqrt{1+x} = \sqrt{\frac{(a+2)^2}{a^2+4}} = \frac{a+2}{\sqrt{a^2+4}}$$

$$\sqrt{1-x} = \sqrt{\frac{(a-2)^2}{a^2+4}} = \frac{-a+2}{\sqrt{a^2+4}}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} &= \frac{a+2}{\sqrt{a^2+4}} + \frac{-a+2}{\sqrt{a^2+4}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{a^2+4}} \end{aligned}$$

$\therefore a=0$  일 때 최댓값 2

26.  $x = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}$ ,  $y = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}$  일 때,  $\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}$  의 값을 구하면?

- ①  $\frac{6\sqrt{5}}{5}$     ②  $\sqrt{5}$     ③  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$     ④  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$     ⑤  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

해설

$$x = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{\frac{6+2\sqrt{5}}{4}} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$y = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{4}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\therefore x+y = \sqrt{5}, \quad x-y = 1$$

$$\therefore \frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y} = \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{1} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

27. 다음은  $\frac{x^2-x-3}{x-1} - \frac{x^2+x-1}{x+1}$  를 계산하는 과정이다. 다음 중 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣을 차례대로 구하고 풀이를 완성하여 그 값을 바르게 구한 것은?

$$\frac{x^2-x-3}{x-1} = (\text{㉠}) + \frac{(\text{㉡})}{x-1}$$

$$\frac{x^2+x-1}{x+1} = (\text{㉢}) + \frac{(\text{㉣})}{x+1}$$

- ①  $-x, +3, x, -1, \frac{2x+4}{x^2-1}$       ②  $x, -3, x, -1, -\frac{2x+4}{x^2-1}$   
 ③  $x, 3, x, 1, -\frac{2x+4}{x^2+1}$       ④  $x, -1, x, -3, -\frac{2x-4}{x^2-1}$   
 ⑤  $x, 1, x, 3, -\frac{2x+4}{x^2+1}$

해설

$$\frac{x^2-x-3}{x-1} = \frac{x(x-1)-3}{x-1} = x + \frac{-3}{x-1}$$

$$\frac{x^2+x-1}{x+1} = \frac{x(x+1)-1}{x+1} = x + \frac{-1}{x+1}$$

∴ ① =  $x$ , ② =  $-3$ , ③ =  $x$ , ④ =  $-1$

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= x - \frac{3}{x-1} - \left(x - \frac{1}{x+1}\right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{3}{x-1} \\ &= \frac{x-1-3(x+1)}{(x+1)(x-1)} \\ &= -\frac{2x+4}{x^2-1} \end{aligned}$$



29. 서로소인 두 자연수  $m, n(m > n)$ 에 대하여 유리수  $\frac{m}{n}$ 을 다음과 같이 나타낼 수 있으며 이와 같은 방법으로  $\frac{151}{87}$ 을 나타낼 때,  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ 의 값은?

$$\frac{m}{n} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots}}}$$

- ㉠ 7      ㉡ 8      ㉢ 9      ㉣ 10      ㉤ 11

해설

$$\begin{aligned} \frac{151}{87} &= 1 + \frac{64}{87} = 1 + \frac{1}{\frac{87}{64}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{23}{64}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{64}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{18}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{23}{18}}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{5}{18}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{3}{5}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}}} \end{aligned}$$

$\therefore a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 1, a_4 = 3$  이므로  
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1 + 2 + 1 + 3 = 7$

30.  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$  일 때,  $\frac{(a-b)(b+c)}{(a+b)(b-c)}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} = \frac{b}{c} &= k (\neq 0) \text{로 놓으면 } a = bk, b = ck \\ \therefore a &= ck^2 \\ \frac{(a-b)(b+c)}{(a+b)(b-c)} &= \frac{(ck^2 - ck)(ck + c)}{(ck^2 + ck)(ck - c)} \\ &= \frac{ck(k-1) \cdot c(k+1)}{ck(k+1) \cdot c(k-1)} = 1 \end{aligned}$$

31.  $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ 의 소수 부분  $x$ 에 대하여  $y = x + \frac{1}{x}$ 일 때,  $\sqrt{x(y-2)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\sqrt{2}-1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{11-6\sqrt{2}} &= \sqrt{11-2\sqrt{18}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{9}-\sqrt{2})^2} \\ &= 3-\sqrt{2} \\ &= 1 \dots \Rightarrow \text{소수부분 } x : 2-\sqrt{2} \\ y = x + \frac{1}{x} &= 2-\sqrt{2} + \frac{1}{2-\sqrt{2}} \\ &= 2-\sqrt{2} + \frac{2+\sqrt{2}}{2} \\ &= 3-\frac{\sqrt{2}}{2} \\ y-2 &= 1-\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2} \\ \sqrt{x(y-2)} &= \sqrt{(2-\sqrt{2})\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)} \\ &= \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} \\ &= \sqrt{2}-1\end{aligned}$$

32.  $x = \frac{2a}{1+a^2}$  ( $a > 1$ ) 일 때,  $P = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$  의 값을 구하면?

- ①  $a$       ②  $a+1$       ③  $a-1$       ④  $a^2$       ⑤  $\frac{1}{a}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{1+x} &= \sqrt{1 + \frac{2a}{1+a^2}} \\ &= \sqrt{\frac{1+2a+a^2}{1+a^2}} = \frac{\sqrt{(a+1)^2}}{\sqrt{1+a^2}} \\ &= \frac{|a+1|}{\sqrt{1+a^2}} = \frac{1+a}{\sqrt{1+a^2}} \\ &(\because \text{조건에서 } a > 1) \\ \text{또, } \sqrt{1-x} &= \frac{|a-1|}{\sqrt{1+a^2}} = \frac{-1+a}{\sqrt{1+a^2}} \\ \therefore P &= \frac{\frac{1+a}{\sqrt{1+a^2}} - \frac{-1+a}{\sqrt{1+a^2}}}{\frac{1+a}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{-1+a}{\sqrt{1+a^2}}} \\ &= \frac{2}{2a} = \frac{1}{a}\end{aligned}$$

33.  $T_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ 이라 하고,  $P_n = \frac{T_2}{T_2-1} \times \frac{T_3}{T_3-1} \times \dots \times \frac{T_n}{T_n-1}$  ( $n \geq 2$ )라고 할 때,  $P_{1991}$ 에 가장 근사한 값은?

- ① 2.0      ② 2.3      ③ 2.6      ④ 2.9      ⑤ 3.2

해설

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\frac{T_n}{T_n-1} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{\frac{n(n+1)}{2}-1} = \frac{(n+1)n}{(n+2)(n-1)}$$

$$= \frac{(n+1)}{(n-1)} \cdot \frac{n}{(n+2)}$$

$$P_n = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 4} \times \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 5} \times \dots \times \frac{(n+1) \cdot n}{(n-1)(n+2)} = \frac{3n}{n+2}$$

$$\therefore P_{1991} = \frac{3 \cdot 1991}{1993} \approx 2.9$$

34. 다음 식의 분모를 0으로 하지 않는 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식

$$\frac{4}{x^2-1} + \frac{8}{x^2-4} + \frac{12}{x^2-9} + \cdots + \frac{40}{x^2-100}$$

$$= k \left\{ \frac{1}{(x-1)(x+10)} + \frac{1}{(x-2)(x+9)} + \cdots + \frac{1}{(x-10)(x+1)} \right\}$$

이 항상 성립할 때, 상수  $k$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답:  $k = 22$

해설

(주어진 식)

$$= 2 \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) + 2 \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right)$$

$$+ \cdots + 2 \left( \frac{1}{x-10} - \frac{1}{x+10} \right)$$

$$= 2 \left\{ \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+10} \right) + \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+9} \right) \right.$$

$$\left. + \cdots + \left( \frac{1}{x-10} - \frac{1}{x+1} \right) \right\}$$

$$= 2 \left\{ \frac{11}{(x-1)(x+10)} + \frac{11}{(x-2)(x+9)} \right.$$

$$\left. + \cdots + \frac{11}{(x-10)(x+1)} \right\}$$

$$\therefore k = 22$$

35. 상수  $a, b, c, d$ 에 대하여 등식

$$\frac{3}{x(x-2)} + \frac{3}{(x-1)(x-3)} + \frac{3}{(x-2)(x-4)} + \frac{3}{(x-3)(x-5)} + \frac{3}{(x-4)(x-6)}$$

$$= \frac{d(x^2 - 6x + 3)}{x(x-a)(x-b)(x-c)}$$

이 성립할 때,  $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 20      ② 23      ③ 25      ④ 27      ⑤ 30

**해설**

(주어진 식)

$$= -\frac{3}{2} \left\{ \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} \right) + \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} \right) + \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} \right) + \left( \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-5} \right) + \left( \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-6} \right) \right\}$$

$$= -\frac{3}{2} \left\{ \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-5} - \frac{1}{x-6} \right\}$$

$$= -\frac{3}{2} \left\{ \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x-5} \right) + \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-6} \right) \right\}$$

$$= -\frac{3}{2} \left\{ \frac{-5}{x(x-5)} + \frac{-5}{(x-1)(x-6)} \right\}$$

$$= \frac{15}{2} \cdot \frac{(x-1)(x-6) + x(x-5)}{x(x-5)(x-1)(x-6)}$$

$$= \frac{15}{2} \cdot \frac{2x^2 - 12x + 6}{x(x-1)(x-5)(x-6)}$$

$$= \frac{15(x^2 - 6x + 3)}{x(x-1)(x-5)(x-6)}$$

$$= \frac{d(x^2 - 6x + 3)}{x(x-a)(x-b)(x-c)}$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 5 + 6 + 15 = 27$$

36.  $a+b+c=1$ ,  $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ①  $a$ 는 1일 수 없다.
- ②  $a, b, c$ 중 꼭 하나만 1이다.
- ③  $a, b, c$ 중 꼭 두 개만 1이다.
- ④  $a, b, c$ 중 적어도 하나는 1이다.
- ⑤  $a, b, c$ 가 모두 1이 될 수는 없다.

해설

$$\begin{aligned} a+b+c=1 & \therefore a+b+c-1=0 \cdots \textcircled{1} \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1, \quad \frac{ab+bc+ca}{abc}=1 \\ \therefore abc-ab-bc-ca=0 \cdots \textcircled{2} \\ \textcircled{1} + \textcircled{2} \text{에서 } abc-ab-bc-ca+a+b+c-1=0 \\ 1-(a+b+c)+(ab+bc+ca)-abc=0 \\ \therefore (1-a)(1-b)(1-c)=0 \\ \text{따라서 } a, b, c \text{ 중 적어도 하나는 1이다.} \end{aligned}$$

37.  $a, b, c$ 는 서로 다른 수이고  $\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \frac{a}{c} = k$ 를 만족한다. 이때,  $k^2 + k$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$b = ak, c = bk, a = ck$ 이므로 변끼리 곱하면  $abc = abck^3$   
 $\therefore k^3 = 1 (\because abc \neq 0)$   
 $\therefore (k-1)(k^2 + k + 1) = 0$ 에서  
 $k^2 + k + 1 = 0$  ( $\because k = 1$ 이면  $a = c$ 가 되어 모순)  
 $\therefore k^2 + k = -1$



39. A, B, C 세 사람은 각각 책 읽는 속도가 다르다. A가 어떤 책을 읽기 시작하고 나서 3시간 지났을 때, B가 같은 책을 읽기 시작하였다. 그로부터 5시간 후에는 A, B가 모두 총 쪽수의  $\frac{1}{3}$ 을 읽었다. C는 이 때부터 같은 책을 읽기 시작하여 B와 동시에 책을 다 읽었다. A가 다른 책을 6시간 걸려서 다 읽는다면 C가 그 책을 모두 읽는 데 걸리는 시간은?

- ① 1시간 50분      ② 2시간 10분      ③ 2시간 30분  
 ④ 2시간 50분      ⑤ 3시간 10분

**해설**

B는 책의  $\frac{1}{3}$ 을 5시간 걸려서 읽었으므로 책을 다 읽는 데는 15시간이 걸린다.  
 A는 책의  $\frac{1}{3}$ 을 읽는 데 B보다 3시간이 더 걸리므로 책을 다 읽는 데는  $(5+3) \times 3 = 24$ (시간)이 걸린다.  
 또, B가 전체의  $\frac{2}{3}$ 를 읽는 데 걸린 시간과 C가 책 전체를 읽는 데 걸린 시간이 같으므로  
 $C$ 는 책을 다 읽는 데  $15 \times \frac{2}{3} = 10$ (시간)이 걸린다.  
 따라서 같은 책을 읽을 때, A와 C의 책 읽는 데 걸리는 시간의 비가  $24:10$ 이므로  
 $C$ 가 A가 읽은 다른 책을 읽는 데 걸리는 시간을  $x$ 라 하면  
 $24:10 = 6:x$   
 $\therefore x = \frac{60}{24} = \frac{5}{2}$ (시간)  
 따라서 2시간 30분이 걸린다.

40.  $a, b, c$ 가 서로 다른 복수소일 때,  $\frac{b}{a-1} = \frac{c}{b-1} = \frac{a}{c-1} = k$ 라고 하자. 이 때,  $1+k+k^2+\dots+k^{2000}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$b = ak - k, c = bk - k, a = ck - k$$

$\therefore b - c = (a - b)k, c - a = (b - c)k, a - b = (c - a)k$ 에서  
변변끼리 곱하면,

$$(a - b)(b - c)(c - a) = (a - b)(b - c)(c - a)k^3$$

$$\therefore k^3 = 1, k^2 + k + 1 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= (1 + k + k^2) + k^3(1 + k + k^2) + \dots \\ &\quad + k^{1998}(1 + k + k^2) \\ &= 0 \end{aligned}$$

41. 수도꼭지 A, B, C 세 개가 달려있는 목욕탕 욕조에 물을 가득 채우는 데, A와 B를 동시에 사용하면  $p$  분, B와 C를 동시에 사용하면  $q$  분, C와 A를 동시에 사용하면  $r$  분이 걸린다고 한다. A, B, C를 동시에 사용하면 몇 분이든 가득 차는가?

- ①  $p + q + r$       ②  $\frac{pq + qr + rp}{p + q + r}$       ③  $\frac{2pqr}{pq + qr + rp}$   
 ④  $\frac{p + q + r}{pq + qr + rp}$       ⑤  $\frac{pqr}{pq + qr + rp}$

**해설**

욕조의 부피를  $V$ , 수도꼭지 A, B, C에서 매 분 나오는 물의 양을  $a, b, c$  라 하면

$$\frac{V}{a+b} = p \cdots \text{㉠}$$

$$\frac{V}{b+c} = q \cdots \text{㉡}$$

$$\frac{V}{c+a} = r \cdots \text{㉢}$$

$$\text{㉠에서 } a+b = \frac{V}{p} \cdots \text{㉠}'$$

$$\text{㉡에서 } b+c = \frac{V}{q} \cdots \text{㉡}'$$

$$\text{㉢에서 } c+a = \frac{V}{r} \cdots \text{㉢}'$$

㉠' + ㉡' + ㉢' 을 하면

$$2(a+b+c) = \frac{grV + prV + pqV}{pqr}$$

$$\therefore a+b+c = \frac{pqV + qrV + rpV}{2pqr}$$

구하는 값은  $\frac{V}{a+b+c}$  이므로

$$\frac{V}{\frac{pqV + qrV + rpV}{2pqr}} = \frac{2pqr}{pq + qr + rp} \text{ (분)}$$



43.  $x = a^2 + b^2$ ,  $y = \frac{3}{2}ab$  라 할 때,  $\sqrt{(x+y)^2} - \sqrt{(x-y)^2}$  을 간단히 하면?

- ①  $-2(a^2 + b^2)$       ②  $-3ab$       ③  $2(a^2 + b^2)$   
 ④  $3ab$       ⑤  $0$

해설

$$\begin{aligned} x \pm y &= a^2 \pm \frac{3}{2}ab + b^2 = a^2 \pm \frac{3}{2}ab + \frac{9}{16}b^2 + \frac{7}{16}b^2 \\ &= \left(a \pm \frac{3}{2}b\right)^2 + \frac{7}{16}b^2 \geq 0 \\ \therefore x \pm y &\geq 0 \\ \sqrt{(x+y)^2} - \sqrt{(x-y)^2} &= |x+y| - |x-y| \\ &= (x+y) - (x-y) = 2y \\ &= 2\left(\frac{3}{2}ab\right) = 3ab \end{aligned}$$

해설

(산술평균)  $\geq$  (기하평균) 으로부터

$$\begin{aligned} x = a^2 + b^2 &\geq 2\sqrt{a^2b^2} = 2|ab| \geq \frac{3}{2}|ab| = |y| \\ \therefore x \pm y &\geq 0 \\ \sqrt{(x+y)^2} - \sqrt{(x-y)^2} &= |x+y| - |x-y| \\ &= (x+y) - (x-y) = 2y \\ &= 2\left(\frac{3}{2}ab\right) = 3ab \end{aligned}$$

44. 다음은  $-\frac{1}{2} \leq x < 0$  인  $x$  값에 대하여  $\sqrt{1+2x\sqrt{1-x^2}} - \sqrt{1-2x\sqrt{1-x^2}}$  을 간단한 꼴로 고치는 과정이다. 아래의 과정 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 중에서 틀린 부분을 모두 고르면?

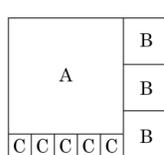
$$\begin{aligned} & \sqrt{1+2x\sqrt{1-x^2}} - \sqrt{1-2x\sqrt{1-x^2}} \\ & \downarrow \text{㉠} \\ & = \sqrt{1+2\sqrt{x^2(1-x^2)}} \\ & \quad - \sqrt{1-2\sqrt{x^2(1-x^2)}} \\ & \downarrow \text{㉡} \\ & = (\sqrt{1-x^2} + \sqrt{x^2}) - (\sqrt{1-x^2} - \sqrt{x^2}) \\ & \downarrow \text{㉢} \\ & = 2\sqrt{x^2} \\ & \downarrow \text{㉣} \\ & = 2x \end{aligned}$$

- ① ㉠, ㉢                      ② ㉠, ㉣                      ③ ㉡, ㉣  
 ④ ㉠, ㉡, ㉣                  ⑤ 없다.

**해설**

- (i)  $x < 0$  이므로  $x = -\sqrt{x^2}$  이다.  
 $\therefore \sqrt{1+2x\sqrt{1-x^2}} - \sqrt{1-2x\sqrt{1-x^2}}$   
 $= \sqrt{1-2\sqrt{x^2(1-x^2)}} - \sqrt{1+2\sqrt{x^2(1-x^2)}}$   
 그러므로 ㉠은 옳지 않다.
- (ii)  $-\frac{1}{2} \leq x < 0$  이므로  $x^2 < 1-x^2$  이다.  
 그러므로 ㉡, ㉣은 모두 옳다.
- (iii)  $x < 0$  이므로  $2\sqrt{x^2} = -2x$  이다.  
 그러므로 ㉣은 옳지 않다.

45. 다음 그림과 같은 정사각형 A, B, C에서 A의 넓이는  $7 + 4\sqrt{3}$ 이다. 정사각형 A, B, C의 한 변의 길이를 각각  $a, b, c$ 라 할 때,  $a + 2b + c$ 의 값을 구하면?



- ①  $3 + 2\sqrt{3}$       ②  $4 + 2\sqrt{3}$       ③  $5 + \sqrt{3}$   
 ④  $6 + \sqrt{3}$       ⑤  $8 + \sqrt{3}$

**해설**

$a, b, c$ 의 관계식은 다음과 같다.  
 $a = 5c, a + b = 3b \Rightarrow 2b = 5c$   
 A의 넓이가  $7 + 4\sqrt{3}$ 이므로  
 $a^2 = 7 + 4\sqrt{3} = 7 + 2\sqrt{12}$   
 $\Rightarrow a = \sqrt{7 + 2\sqrt{12}} = 2 + \sqrt{3}$   
 $a + 2b + c = a + 5c = 2a$   
 $= 2(2 + \sqrt{3})$   
 $= 4 + 2\sqrt{3}$

46.  $\sqrt{6}$ 의 소수 부분을  $p_0$ 이라 하고  $\frac{1}{p_0}$ 의 소수 부분을  $p_1$ ,  $\frac{1}{p_1}$ 의 소수 부분을  $p_2$ 라 한다. 이와 같이  $\frac{1}{p_{n-1}}$ 의 소수 부분을  $p_n$ 이라 할 때,  $p_{2006}$ 의 값은? (단,  $n \geq 1$ )

- ①  $\sqrt{6}$                       ②  $\sqrt{6} + 1$                       ③  $\sqrt{6} - 2$   
 ④  $\sqrt{6} + 2$                       ⑤  $\sqrt{6} + 4$

**해설**

$2 < \sqrt{6} < 3$ 에서  $\sqrt{6}$ 의 정수 부분은 2이므로 소수 부분은  $\sqrt{6} - 2$ 이다. 그러므로  $p_0 = \sqrt{6} - 2$ 이고  $\frac{1}{p_0} = \frac{1}{\sqrt{6} - 2} = \frac{\sqrt{6} + 2}{2}$ 의 정수 부분은 2이다.

따라서  $\frac{1}{p_0}$ 의 소수 부분

$$p_1 = \frac{\sqrt{6} + 2}{2} - 2 = \frac{\sqrt{6} - 2}{2}$$

또,  $\frac{2}{\sqrt{6} - 2} = \frac{1}{p_1} = \sqrt{6} + 2$ 의 정수 부분은 4이므로  $p_2 =$

$$(\sqrt{6} + 2) - 4 = \sqrt{6} - 2 = p_0$$

$$\therefore p_0 = p_2 = p_4 = \dots = \sqrt{6} - 2,$$

$$p_1 = p_3 = p_5 = \dots = \frac{\sqrt{6} - 2}{2}$$

$$\therefore p_{2006} = \sqrt{6} - 2$$

47.  $x = 2\sqrt{a-1}$  ( $a > 1$ ) 일 때,  
 $P = \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}$  로 놓는다.

$P = x - \frac{1}{x}$  일 때,  $x$ 의 값은?

- ①  $\sqrt{2}$     ②  $\sqrt{3}$     ③  $\frac{1}{\sqrt{2}}$     ④  $\frac{1}{\sqrt{3}}$     ⑤  $-\frac{2}{\sqrt{3}}$

해설

$$x = 2\sqrt{a-1} \text{ 에서 } \sqrt{a-1} = \frac{x}{2}, a-1 = \frac{x^2}{4}$$

$$\therefore a = \frac{x^2}{4} + 1$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } \sqrt{a+x} = \sqrt{\frac{(x+2)^2}{4}} = \frac{x+2}{2}$$

$$\sqrt{a-x} = \sqrt{\frac{(x-2)^2}{4}} = \frac{|x-2|}{2}$$

$$\therefore P = \frac{x+2+|x-2|}{x+2-|x-2|} = \begin{cases} \frac{2}{x} & (0 < x < 2) \\ \frac{x}{2} & (x \geq 2) \end{cases}$$

i)  $0 < x < 2$  일 때  $\frac{2}{x} = x - \frac{1}{x}$

$$\therefore \frac{3}{x} = x$$

$$\therefore x = \sqrt{3} \text{ (적합)}$$

ii)  $x \geq 2$  일 때  $\frac{x}{2} = x - \frac{1}{x}$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{x}{2}$$

$$\therefore x = \sqrt{2} \text{ (부적합)}$$

i), ii) 에서  $x = \sqrt{3}$

48.  $x = \sqrt[3]{2-\sqrt{3}} + \sqrt[3]{2+\sqrt{3}}$ 일 때  $x^3 - 3x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = \sqrt[3]{2-\sqrt{3}} + \sqrt[3]{2+\sqrt{3}}$ 의  
양변을 세제곱하면

$$\begin{aligned}x^3 &= 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + 3\sqrt[3]{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}x \\ &= 4 + 3\sqrt[3]{4-3}x = 4 + 3x \\ \therefore x^3 - 3x &= 4\end{aligned}$$

49.  $x = \sqrt[3]{\sqrt{3}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{3}-2}$  일 때,  $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 10x - 4$  의 값을 구하면?

- ① 4      ② 3      ③ 2      ④ 1      ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt[3]{\sqrt{3}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{3}-2} \text{에서} \\ \sqrt[3]{\sqrt{3}+2} &= a, \sqrt[3]{\sqrt{3}-2} = b \text{라 하면} \\ x &= a - b, ab = -1 \\ x^3 &= (a - b)^3 \\ &= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) \\ &= \sqrt{3} + 2 - (\sqrt{3} - 2) + 3x = 4 + 3x \\ \therefore x^3 - 3x - 4 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 10x - 4 & \\ &= (x^3 - 3x - 4)(x + 2) + 4 \\ &= 0 + 4 = 4 \end{aligned}$$

50.  $\sqrt[3]{20+a\sqrt{2}} = b+c\sqrt{2}$ 를 만족시키는 양의 정수  $a, b, c$ 에 대하여  $a+b+c$ 의 값은?

- ① 13      ② 15      ③ 17      ④ 19      ⑤ 21

해설

양변을 세제곱하면

$$20 + a\sqrt{2} = (b + c\sqrt{2})^3$$

$$= b^3 + 3b^2c\sqrt{2} + 3bc^2 \cdot 2 + c^3 \cdot 2\sqrt{2}$$

$$(3b^2c + 2c^3 - a)\sqrt{2} + b^3 + 6bc^2 - 20 = 0$$

$$\therefore 3b^2c + 2c^3 - a = 0 \text{ 에서 } c(3b^2 + 2c^2) = a \quad \text{ⓐ}$$

$$b^3 + 6bc^2 - 20 = 0 \text{ 에서 } b(b^2 + 6c^2) = 20 \quad \text{ⓑ}$$

$b, c$ 는 양의 정수이므로

$$b^2 + 6c^2 = 10, b = 2, c = 1$$

$$\text{ⓐ에서 } a = 14 \quad \therefore a + b + c = 17$$