

1. 세 집합 $A = \{1, 4, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{1, 5, 9, 10\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A \cap B = \{4\}$
② $B \cap C = \emptyset$
③ $A \cup C = \{1, 9, 10\}$
④ $(A \cap B) \cup C = \{1, 4, 5, 9, 10\}$
⑤ $A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$

해설

- ③ $A \cup C = \{1, 4, 5, 9, 10\}$

2. 다음 집합들 중 서로소인 것은?

① $A = \{x \mid x = 2n, n \text{은 자연수}\}, B = \{x \mid x = 2n - 1, n \text{은 자연수}\}$

② $A = \{x \mid x = 6m, m \text{은 정수}\}, B = \{x \mid x = 3m, m \text{은 정수}\}$

③ $A = \{x \mid x \text{는 } x^2 \leq 4 \text{인 정수}\}, B = \{0, 1, 2\}$

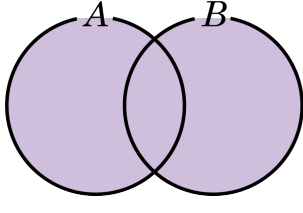
④ $A = \{x \mid x \text{는 복소수}\}, B = \{x \mid x \text{는 실수}\}$

⑤ $A = \{x \mid 3 \leq x < 8\}, B = \{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$

해설

A 는 짝수의 집합, B 는 홀수의 집합을 나타내기 때문에 서로소인 집합이 된다.

3. 두 집합 $A = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이상 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 ?



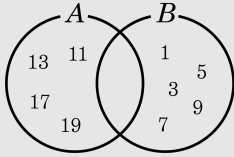
- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
② $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$
③ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 17\}$
④ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면

$$A = \{11, 13, 17, 19\}$$

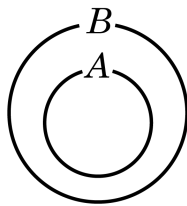
벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



색칠한 부분이 나타나는 원소는

$\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.

4. 다음 벤 다이어그램과 같은 포함 관계일 때, 옳지 않은 것은?



- ① $A \cap B = A$
- ② $A - B = \emptyset$
- ③ $A \cup B = B$
- ④ $A \subset B$
- ⑤ $(A \cup B) - B = A$

해설

- ⑤ $(A \cup B) - B = \emptyset$

5. 전제집합 U 의 부분집합 A, B 에서 집합 $(A \cup B) \cap (A - B)^c$ 을 간단히 한 것은?

① $\emptyset$

② A

③ B

④ U

⑤ $A \cap B$

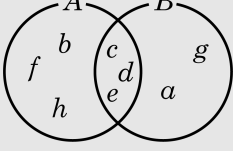
해설

$$(A \cup B) \cap (A \cap B^c)^c = (A \cup B) \cap (A^c \cup B) = B$$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{a, c, d, e, g\}$, $A \cap B = \{c, d, e\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ 일 때, 집합 A 는?
- ① $\{b, c, d, e, h\}$ ② $\{c, d, e, f, h\}$
③ $\{a, b, c, d, e, f, h\}$ ④ $\{a, b, c, f\}$
⑤ $\{b, c, d, e, f, h\}$

해설

$B = \{a, c, d, e, g\}$, $A \cap B = \{c, d, e\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ 이므로 벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



그러므로 집합 A 는 $\{b, c, d, e, f, h\}$ 가 된다.

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x|x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$, $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?
- ① $\{4, 5\}$
 - ② $\{2, 4, 5, 6\}$
 - ③ $\{x|x \text{는 } 2 \leq x < 7 \text{인 자연수}\}$
 - ④ $\{x|x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\}$
 - ⑤ $\{x|x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\}$

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 B 는 원소 4, 5 를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

④ $\{x|x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\} \neq 4$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$ 이다.

② $A \subset (A \cup B)$

③ $A \cap B = B \cap A$

④ $A \cup \emptyset = A$

⑤ $A \cup A = A$

해설

① $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

10. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 15 \text{미만의 소수}\}$, $B = \{11, 13, a, a+1\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$ 일 때, a 의 값을 모두 구하면?

- ① 2 ② 5 ③ 6 ④ 9 ⑤ 10

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$, $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$ 이므로 $6 \in B$
(i) $a = 6$ 일 때,
 $B = \{6, 7, 11, 13\}$
 $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$
(ii) $a + 1 = 6$ 일 때,
 $a = 5$ 이므로 $B = \{5, 6, 11, 13\}$
 $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$
따라서 $a = 5$ 이다.

11. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } k \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \cup B = B$ 인 조건을 만족하는 자연수 k 의 값으로 적당하지 않은 것은?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$A \cup B = B$ 를 만족하려면 $A \subset B$ 인 관계가 성립하여야 하므로 집합 B 는 집합 A 의 원소인 8의 배수를 모두 포함하여야 한다. 따라서 k 가 8의 약수일 때다. 즉 6의 배수는 8의 배수 전부를 포함하지 않는다.

12. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 99 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}, B = \{x|x \text{는 } 99 \text{ 이하의 } 9 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B)$ 의 원소의 개수는?

- ① 3개 ② 9개 ③ 13개 ④ 31개 ⑤ 33개

해설

$n(A) = 33, n(B) = 11, n(A \cap B) = 11$ 이므로
 $n(A \cup B) = 33 + 11 - 11 = 33$

13. 두 집합 A, B 에 대하여 집합 B 가 집합 A 에 포함되고 $n(A \cap B) = 7$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 10

④ 22

⑤ 32

해설

$B \subset A$ 이므로 $A \cup B = A$, $A \cap B = B$

$\therefore n(A) - n(B) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 29 - 7 = 22$

14. $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$,
 $B^c = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 일 때, $A^c - B^c$ 은?

① $\{3, 5\}$

② $\{3, 7\}$

③ $\{3, 5, 7\}$

④ $\{3, 5, 7, 9\}$

⑤ $\{3, 5, 7, 8, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B^c = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로

$A^c - B^c = \{3, 5, 6, 7, 9, 10\} - \{2, 4, 6, 8, 10\} = \{3, 5, 7, 9\}$ 이다.

15. 100 이하의 자연수의 부분집합 중 자연수 k 의 배수의 집합을 A_k 라고 할 때, $n(A_2 \cap (A_3 \cup A_9))$ 의 값은?

① 5

② 11

③ 16

④ 22

⑤ 33

해설

$$A_2 \cap (A_3 \cup A_9) = A_2 \cap A_3 = A_6$$

$$n(A_6) = 16$$

16. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 라고 정의할 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?(단, $U \neq \emptyset$)

- ① $A \Delta U = U$
- ② $A \Delta B = B \Delta A$
- ③ $A \Delta \emptyset = A^c$
- ④ $A \Delta B = A^c \Delta B^c$
- ⑤ $A \Delta A^c = \emptyset$

해설

$A \Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 에 따라 $A \Delta U = A$

17. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 연산 $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ 로 정의할 때, $(A \Delta B) \Delta B$ 와 같은 집합은?

- ① U
- ② $\emptyset$
- ③ A
- ④ B
- ⑤ $A \cap B$

해설

$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

따라서 $(A \Delta B) \Delta B = \{(A \Delta B) - B\} \cup \{B - (A \Delta B)\}$ 이므로 이를 벤 다이어그램으로 나타내면

$\therefore (A \Delta B) \Delta B = A$

18. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 60$, $n(A) = 36$, $n(B) = 29$, $n(A^c \cap B^c) = 8$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값은?

① 13 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A^c \cap B^c) = 60 - 8 = 52$$

이므로

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 36 + 29 - 52 = 13$$

$$\therefore n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 36 - 13 = 23$$

19. 공집합이 아닌 두 집합 A, B 에 대하여 $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$ 라고 정의하자. 집합 $A = \{2, 3, 5, 6\}$, $B = \{1, 5\}$, $C = \{2, 3, 4\}$ 일 때, $n((A \times B) \cap (A \times C))$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

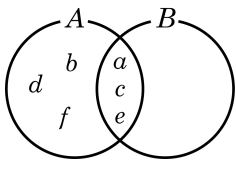
$$A \times B = \{(2, 1), (2, 5), (3, 1), (3, 5), (5, 1), (5, 5), (6, 1), (6, 5)\}$$

$$A \times C = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (6, 2), (6, 3), (6, 4)\}$$

$$\therefore (A \times B) \cap (A \times C) = \emptyset$$

$$\text{따라서 } n((A \times B) \cap (A \times C)) = 0$$

20. 다음 벤 다이어그램에서 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$, $A \cap B = \{a, c, e\}$ 가 성립할 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 있는 것은?



- ① $\{a, b, c, d, e\}$ ② $\{a, c, d, e, g\}$ ③ $\{b, d, e, f, g\}$
④ $\{a, c, d, e, g\}$ ⑤ $\{a, c, e, g, h\}$

해설

집합 B 는 반드시 $A \cap B = \{a, c, e\}$ 을 포함하여야 한다.
그러나 A 집합에만 존재하는 원소 b, d, f 는 들어갈 수 없다.
① b, d 가 포함되어서 옳지 않다.
② d 가 포함되어서 옳지 않다.
③ b, d, f 가 포함되어서 옳지 않다.
④ d 가 포함되어서 옳지 않다.

21. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 5, 6, 7, 9, 10, 13, 15, 16\}$, $B = \{1, 3, 8, 10, 13, 16\}$ 이고 $B \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족할 때 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① $B \subset X$

② $X \subset (A \cup B)$

③ $(A \cap B) \subset X \subset B$

④ $(A \cap B) \subset X \subset A$

⑤ $\{10, 13\} \subset X$

해설

$B \cap X = X$ 일 때 $X \subset B$ 이고 $(A \cap B) \cup X = X$ 이면 $(A \cap B) \subset X$ 를 만족한다.

- ① $X \subset B$ 이므로 옳지 않다.
- ④ $(A \cap B) \subset X \subset B$ 이지만 $X \subset A$ 라고 할 수 없기 때문에 $(A \cap B) \subset X \subset A$ 라고 할 수 없다.
- ⑤ $\{10, 13\} \subset A \cap B$ 이므로 $\{10, 13\} \subset X$ 이다.

22. 다음 두 조건을 만족하는 집합 A 의 부분집합의 개수는?

$A \cap \{2, 3, 4, 5\} = \{2, 5\}$ $A \cup \{2, 3, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

- ① 6개 ② 7개 ③ 8개 ④ 9개 ⑤ 10개

해설

$A \cap \{2, 3, 4, 5\} = \{2, 5\}$ 에서 집합 A 는 원소 2, 5를 포함하고,
원소 3, 4는 포함하지 않는다.
 $A \cup \{2, 3, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 A 는 원소 1을 포함
한다.
 $\therefore A = \{1, 3, 4\}$
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^3 = 8$ (개)이다.

23. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음 조건을 모두 만족할 때, $U - (A \cup B)$ 은?

- ㉠ $U = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$

㉡ $A \cap B^c = \{1\}$

㉢ $A^c \cap B = \{6, 10\}$

㉣ $A \cap B = \{2, 4, 8\}$

- ① {3, 4, 5, 7, 9}

② {4, 5, 7, 9}

③ {4, 7, 9}

④ {3, 4, 5, 6, 7, 9}

⑤ {3, 5, 7, 9}

해설

㉠. $U = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

㉡. $A \cap B^c = \{1\} = A - B$

㉢. $A^c \cap B = \{6, 10\} = B - A$

㉣. $A \cap B = \{2, 4, 8\}$ 에서
 $A \cup B = \{1\} \cup \{6, 10\} \cup \{2, 4, 8\}$
 $= \{1, 2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로
 $U - (A \cup B) = \{3, 5, 7, 9\}$

24. 집합 $A = \{2, 3 \times a, a + 3\}$, $B = \{a, 2 \times a + 1, 3 \times a - 2\}$ 이고 $A - B = \{6\}$ 일 때, $C = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 $(A - C) \cup (B \cap C)$ 는?

① $\{2, 4\}$

② $\{2, 5\}$

③ $\{2, 6\}$

④ $\{2, 5, 6\}$

⑤ $\{2, 6, 7\}$

해설

$A - B = \{6\}$ 이므로

(1) $3 \times a = 6$ 일 때, $a = 2$ 이다.

따라서 $A = \{2, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 5\}$ 이고 $C = \{1, 2, 3\}$ 이므로

$(A - C) \cup (B \cap C) = \{5, 6\} \cup \{2\} = \{2, 5, 6\}$ 이다.

(2) $a + 3 = 6$ 일 때, $a = 3$ 이다.

따라서 $A = \{2, 6, 9\}$, $B = \{3, 7\}$ 이므로 $A - B = \{2, 6, 9\} \neq \{6\}$

이므로 조건에 맞지 않다.

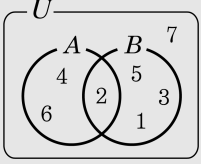
따라서 (1), (2)에서 $(A - C) \cup (B \cap C) = \{2, 5, 6\}$ 이다.

25. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 4, 6\}, A \cap B = \{2\}, B \cap A^c = \{1, 3, 5\}, A^c \cap B^c = \{7\}$ 일 때, A^c 은?

- ① {1, 3}
- ② {1, 5}
- ③ {1, 7}
- ④ {3, 5, 7}
- ⑤ {1, 3, 5, 7}

해설

$B \cap A^c = \{7\} = B - A$ 이므로
 $A^c = U - A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이다.



26. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $A = \{2, 7, 11\}$, $B = \{3, 7, 11, 17\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① $A \cap B = \{7, 11\}$
 - ② $A \cap B^c = \{2\}$
 - ③ $A^c \cap B = \{3, 17\}$
 - ④ $A^c \cup B^c = \{2, 3, 9, 13, 17, 19\}$
 - ⑤ $A^c \cap B^c = \{5, 13, 19\}$

해설

$U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$,
 $A = \{2, 7, 11\}$, $B = \{3, 7, 11, 17\}$
② $A \cap B^c = A - B = \{2\}$
③ $A^c \cap B = B - A = \{3, 17\}$
④ $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{2, 3, 5, 13, 17, 19\}$
⑤ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 13, 19\}$

27. 전체집합 $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 두 부분집합 $A = \{7, 19\}$, $B = \{3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 모든 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$A \cup X = X, X \cap (B - A) = \{5, 11\}$$

▶ 답: 개

▶ 정답 : 4 개

해설

$$A \cup X = X \text{ 이므로 } A \subset X$$

$\therefore 7, 19$ 는 X 의 원소

$$B - A = \{3, 5, 11, 13\} \text{ 이고}$$
$$B - A = \{3, 5, 11, 13\} \circ | \underline{10}$$
$$X \cap (B - A) = \{5, 11\} \text{ 이므로}$$

5. 11 은 X 의 원소이고 3, 13 은 X 의 원소가 아니다.

5, 11 은 X 의 원소이고 3, 13 은
따라서 Y 는 5, 7, 11, 0 를 포

따라서 X 는 5, 7, 1

28. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $A \cap B = \{d\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 있는 것은?

- ① $B = \{a, b, c\}$
- ② $B = \{b, c, d\}$
- ③ $B = \{c, d, e\}$
- ④ $B = \{c, d, f\}$
- ⑤ $B = \{d, e, f\}$

해설

$A \cap B = \{d\}$ 이므로 집합 A, B 에 동시에 속하는 원소는 d 뿐이다.
따라서 집합 B 는 A 의 원소 중에서 a, b, c 는 포함하지 않고 d 만을 포함하고 있는 집합이므로 보기에서 조건을 만족하는 것은 $B = \{d, e, f\}$ 이다.

29. 자연수 n 의 양의 배수의 집합을 A_n 이라 할 때, 다음 <보기> 에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, m, n 은 자연수)

보기

- ㉠ $A_5 \cap A_7 = \emptyset$
- ㉡ $A_4 \cup A_6 = A_4$
- ㉢ m, n 이 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$
- ㉤ $m = kn$ (k 는 양의 정수) 이면 $A_m \subset A_n$

- ① ㉠, ㉡, ㉤
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉠, ㉢, ㉤
- ④ ㉡, ㉢, ㉤
- ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉠ $A_5 \cap A_7 = A_{35}$
- ㉡ $A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$
 $A_6 = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$ 이므로
 $A_4 \cup A_6 = \{4, 6, 8, 12, 16, \dots\} \neq A_4$
- ㉢ $A_m = \{m, 2m, \dots, nm, (n+1)m, \dots\}$
 $A_n = \{n, 2n, \dots, mn, (m+1)n, \dots\}$
 m, n 이 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$
- ㉤ $A_m = A_{kn} = \{kn, 2kn, 3kn, \dots\}$
 $A_n = \{n, 2n, 3n, 4n, \dots\}$ 이므로
 $A_m \subset A_n$

30. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 연산 $\star$ 를 $A \star B = (A - B^c) \cup (B^c - A)$ 로 정의할 때, $(A \star B) \star A$ 와 같은 집합은?

- ① A ② B ③ $A \cap B$ ④ $A \cup B$ ⑤ $A - B$

해설

$$\begin{aligned}
 A \star B &= (A - B^c) \cup (B^c - A) \\
 &= (A \cap B) \cup (B^c \cap A^c) \text{ 이므로} \\
 (A \star B) \star A &= [\{(A \cap B) \cup (B^c \cap A^c)\} - A^c] \\
 &\quad \cup [A^c - \{(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)\}] \\
 &= [\{(A \cap B) \cup (A \cup B)^c\} \cap A] \\
 &\quad \cup [A^c \cap \{(A \cap B)^c \cap (A \cup B)\}] \\
 &= [\{(A \cap B) \cap A\} \cup \{A \cap (A \cup B)^c\}] \\
 &\quad \cup [\{A^c \cap (A \cap B)^c\} \cap (A \cup B)] \\
 &= [(A \cap B) \cup \{A \cap A^c \cap B^c\}] \cup [\{A \cup (A \cap B)\}^c \cap (A \cup B)] \\
 &= (A \cap B) \cup \{A^c \cap (A \cup B)\} \\
 &= (A \cap B) \cup \{(A^c \cap A) \cup (A^c \cap B)\} \\
 &= (A \cap B) \cup (A^c \cap B) = (A \cup A^c) \cap B = B
 \end{aligned}$$

31. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의
세 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, $C = \{1, 5\}$
가 있다.
전체집합 U 의 두 부분집합 X, Y 에 대하여 $X \circ Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$
이라 할 때, $(A \circ B) \circ C$ 는?
- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$ ③ $\{1, 7\}$
④ $\{1, 2, 5\}$ ⑤ $\{1, 2, 6, 7\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이다.
 $X \circ Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c) = (X \cup Y) - (X \cap Y)$ 이므로
 $A \circ B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\} - \{1, 3\} = \{2, 5, 6, 7\}$ 이다.
따라서 $(A \circ B) \circ C = \{1, 2, 5, 6, 7\} - \{5\} = \{1, 2, 6, 7\}$ 이다.

32. $U = \{x|0 \leq x \leq 12, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x|x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}, B = \{3, 4, 7, 8, 11\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A = \{4, 8, 12\}, B = \{3, 4, 7, 8, 11\}$ 이므로
$$\begin{aligned} n((A \cup B^c) \cup (B \cap A^c)) &= n((A - B) \cup (B - A)) \\ &= n(\{3, 7, 11, 12\}) = 4 \end{aligned}$$

33. 어떤 백화점의 가구점에는 모든 제품의 40%가 수입품이고, 모든 제품의 30%는 가격이 300 만원을 넘는다. 가격이 300만원 이상인 제품의 60%가 수입품이라면 수입되지 않고 가격이 300만원 이하인 제품은 전체의 몇 %인가?

- ① 22%
- ② 24%
- ③ 48%
- ④ 62%
- ⑤ 72%

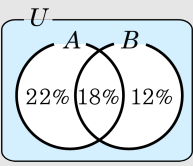
해설

전체집합을 U , 수입품의 집합을 A , 가격이 300 만원 이상인 제품의 집합을 B 라 하면, 가격이 300만원 이상인 제품 (30%) 중에서 수입품은 60%이므로 $A \cap B$ 는 $\frac{30}{100} \times \frac{60}{100} =$

$\frac{18}{100}$

즉, 전체의 18%가 된다.

위의 벤 다이어그램에서 $A \cup B$ 는 52%를 차지한다. 300 만원 이하의 제품 중 수입품이 아닌 것은 위의 어두운 부분에 해당하므로 전체의 48%가 된다.



34. 집합 $A_n = \{x \mid 3n - 1 \leq x \leq 9n + 6, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n \neq \emptyset$ 이 성립하는 n 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

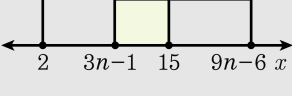
$A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n \neq \emptyset$ 이므로

$A_1 \cap A_n \neq \emptyset$

$A_1 = \{x \mid 2 \leq x \leq 15\}$,

$A_n = \{x \mid 3n - 1 \leq x \leq 9n + 6\}$

A_1, A_n 을 수직선 위에 나타낼 때 아래와 같은 꼴이어야 문제의 조건을 만족시킨다.



따라서, $3n - 1 \leq 15, n \leq \frac{16}{3} \therefore$ 최댓값은 $n = 5 (\because n \text{은 자연수})$

35. z 이 0이 아닌 복소수라 할 때,

$$\overline{z} + \overline{z} = z + \overline{z} \text{인 } z \text{을 } C_1,$$

$$C_2 = \{z \in C^* \mid \overline{z - \overline{z}} = z - \overline{z}\}$$

$$C_3 = \{z \in C^* \mid z^2 = -z\overline{z}\}$$

$$C_4 = \left\{z \in C^* \mid \overline{\left(\frac{\overline{z}}{z}\right)} = \frac{\overline{z}}{z}\right\}$$

에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단, $\overline{z}$ 는 z 의 켈레복소수이다.)

① $C_1 \cap C_2 = C_3$ ② $C_2 \cap C_3 = C_1$ ③ $C_3 \cap C_4 = C_2$

④ $C_2 \cup C_3 = C_4$ ⑤ $C_3 \cup C_4 = C_1$

해설

$z = a + bi, \overline{z} = a - bi$ (a, b 는 실수)라 하면

i) $\overline{z} + \overline{z} = z + \overline{z}$ 이므로 $z + \overline{z}$ 가 실수

그런데 $z + \overline{z} = 2a$ (실수)가 항상 성립한다.

$\therefore C_1$ 은 복소수 전체의 집합이다.

ii) $\overline{z - \overline{z}} = z - \overline{z}$ 이므로 $z - \overline{z}$ 가 실수

그런데 $z - \overline{z} = 2bi$ 가 실수 이므로 $b = 0$ 이다.

$\therefore C_2$ 은 실수의 집합이다.

iii) $z^2 = -z\overline{z} = 0, z(z + \overline{z}) = 0 \Leftrightarrow z + \overline{z} = 0$

($\because z \neq 0$)

$z + \overline{z} = 2a = 0$ 이므로 $a = 0$ 이다.

$\therefore C_3$ 은 순허수의 집합이다. ($\because z \neq 0$)

iv) $\overline{\left(\frac{\overline{z}}{z}\right)} = \frac{\overline{z}}{z}, \frac{z}{\overline{z}} = \frac{\overline{z}}{z} \Leftrightarrow z^2 = \overline{z}^2$

$(z - \overline{z})(z + \overline{z}) = 0$ 에서 $z = \overline{z}$ 또는 $z = -\overline{z}$

따라서 z 는 실수 또는 순허수이다.

$\therefore C_4$ 는 실수와 순허수의 합집합이다.

i) ~ iv)에 의하여 $\therefore C_2 \cup C_3 = C_4$

36. 두 집합 $A = \{2, 1, a + 3, b\}$, $B = \{4, a, b + 1\}$ 에 대하여 $A \cap B = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

(i) $a + 3 = 4$ 일 때, $a = 1$

$A = \{2, 1, 4, b\}$

$B = \{4, 1, b + 1\}$

$b + 1 = 2$, $b = 1(\times)$

(ii) $b = 4$ 일 때,

$A = \{2, 1, a + 3, 4\}$

$B = \{4, a, 5\}$

$a + 3 = 5$, $a = 2(\bigcirc)$

$\therefore a + b = 2 + 4 = 6$

38. $f_k(a) = (a \text{ 를 } k \text{ 로 나누었을 때의 나머지})$ 라고 정의한다.
자연수 전체의 집합 N 의 부분집합 $A_k = \{x|f_k(x^2) = 1, x < 10\}$ 에
대하여 $n(A_3 \cap A_4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f_k(a) = (a \text{ 를 } k \text{ 로 나누었을 때의 나머지})$,
 $A_k = \{x|f_k(x^2) = 1, x < 10\}$ 라는 조건에서
 x^2 의 값이 될 수 있는 수는 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 이다.
 $A_3 = \{1, 4, 16, 25, 49, 64\}$,
 $A_4 = \{1, 9, 25, 49, 81\}$,
 $A_3 \cap A_4 = \{1, 25, 49\}$ 이다.
따라서, $n(A_3 \cap A_4) = 3$ 이다.

39. 집합 $A_k = \{x|x \text{는 } k \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A_2 \cap A_4 \cap A_{16} = A_{16}$

② $A_3 \cup A_6 \cup A_9 = A_3$

③ $A_4 \cup A_{12} = A_4$

④ $A_6 \cup A_{12} = A_6$

⑤ $A_9 \cap A_{18} = A_9$

해설

⑤ $A_9 \cap A_{18} = A_{18}$

40. 집합 $S = \{x \mid x < 100, x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 A 가 다음 조건을 만족할 때 A^c 의 원소 중 가장 큰 수를 구하여라.

- (ㄱ) $4 \in A, 5 \in A$
(ㄴ) $p \in A, q \in A$ 이면 $p + q \in A$

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

4, 5는 집합 A 의 원소가 될 수 있는 수들을 나열해 보면
4, 5, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, $\dots$, 99이다.
따라서 $A^c = \{1, 2, 3, 6, 7, 11\}$ 이고,
 A^c 에서 가장 큰 원소는 11이다.

41. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap \{1, 3\} = B$, $B \cup \{2, 3, 4\} = A$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$B \cup \{2, 3, 4\} = A$ 이면 $B \subset A$, $\{2, 3, 4\} \subset A$

$A \cap \{1, 3\} = B$ 이면 $\{3\} \subset B \subset \{1, 3\}$

따라서 B 는 2, 4, 5 를 원소로 가질 수 없으므로 $n(B)$ 의 최댓값은 2

$n(B) = 2$ 일 때, $B = \{1, 3\}$ 이고, $A \cap \{1, 3\} = B$ 에서 $1 \in A$

또, $5 \in A$ 라고 가정하면, $B \cup \{2, 3, 4\} = A$ 에서 $5 \in B$ 이어야 하므로 모순

따라서 $5 \notin A$, $n(A)$ 의 최댓값은 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때 4

따라서 $n(A) + n(B)$ 의 최댓값은 $2 + 4 = 6$

42. 집합 $N = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분 집합 $A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ☐ ㉠ $A_2 \subset A_4$
- ☐ ㉡ $A_3 \subset A_4 = A_{12}$
- ☐ ㉢ $A_4 \cup A_6 \subset A_2$
- ☐ ㉣ $(A_2 \cap A_3) \cup (A_3 \cap A_4) = A_{12}$
- ☐ ㉤ $n(A_4) > n(A_2)$
- ☐ ㉥ $A_3 - A_4 = A_3 - A_{12}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

해설

㉠ $A_2 \subset A_4 \rightarrow A_4 \subset A_2$
㉡ $A_3 \subset A_4 = A_{12} \rightarrow$ 옳다.
㉢ $A_4 \cup A_6 \subset A_2 \rightarrow A_4 \subset A_2$ 이고 $A_6 \subset A_2$ 이므로 옳다.
㉣ $(A_2 \cap A_3) \cup (A_3 \cap A_4) = A_{12} \rightarrow A_6 \cup A_{12} = A_6$ 이므로 옳지 않다.
㉤ $n(A_4) > n(A_2) \rightarrow A_4 \subset A_2$ 이므로 옳지 않다.
㉥ $A_3 - A_4 = A_3 - A_{12} \rightarrow 3$ 의 배수에서 4의 배수인 것을 제외한 집합은, 3의 배수에서 12의 배수를 제외한 집합과 같으므로 옳다.

43. 두 집합 $A = \left\{4, 3a, \frac{3}{a} + 1\right\}$, $B = \{a, a + 1, 4a - 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{2\}$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A - B = \{2\}$ 이므로 2는 A 의 원소이다.

(i) $3a = 2$ 이면 $a = \frac{2}{3}$

$A = \left\{\frac{11}{9}, 2, 4\right\}$, $B = \left\{-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right\}$

$A - B = A$ 이므로 문제의 조건과 맞지 않는다.

(ii) $\frac{a}{3} + 1 = 2$ 이면 $a = 3$

$A = \{2, 4, 9\}$, $B = \{3, 4, 9\}$

$A - B = \{2\}$ 이므로 문제의 조건에 적합

$\therefore a = 3$

44. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 A, B 가 각각

$$A = \left\{x \mid x = 3p + \frac{1}{2}q, p \in N, q \in N\right\}, B = \{x \mid x \text{는 } 10\text{보다 작은 소수}\}$$

일 때, $n(A^c \cup B)^c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$A = \left\{x \mid x = 3p + \frac{1}{2}q, p \in N, q \in N\right\} = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 10\text{보다 작은 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$n(A^c \cup B)^c = A^c \cap B = B - A = \{2, 3\} \text{ 이므로}$$

$$n(A^c \cup B)^c = 2$$

45. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합 $A = \{x|x < 10\}$, $B = \{x|x^2 - 1 = 3n, x \in A, n \in N\}$ 에 대하여 $n(A \cap B^c)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

집합 A, B 는 자연수 전체 집합의 부분집합이므로
 $A = \{x|x < 10\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,
 $B = \{x|x^2 - 1 = 3n, x \in A, n \in N\} = \{2, 4, 5, 7, 8\}$,
 $A \cap B^c = A - B = \{1, 3, 6, 9\}$,
따라서, $n(A \cap B^c) = 4$

46. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A \cap B^c \cap X^c = \{8\}$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 16개

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} ,$$
$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ , } B = \{4, 5, 6\} \circ | \overline{\mathcal{G}},$$
$$A^c \cap B^c \cap X^c = (A \cup B)^c - X$$

$(A \cup B)^c = \{7, 8\}$ 이므로 X 는 반드시 7 을 원소로 가져야 한다.

또, $A - B = \{1, 2, 3\}$ 이고, $(A - B) \cup X = X \Rightarrow A - B \subset X$ 이므로

X 는 반드시 1, 2, 3 을 원소로 가져야 한다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^{8-3-1} \equiv 16$ (개)

47. $n(U) = 50$ 인 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 가 다음과 같은 조건을 만족할 때, $n((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A))$ 의 값을 구하여라.

- $n(A) = 38, n(B) = 31, n(C) = 27$
- $n(A \cap B \cap C) = 9, n((A \cup B \cup C)^c) = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$n(U) = 50, n((A \cup B \cup C)^c) = 0 \rightarrow n(A \cup B \cup C) = 50$,
 $n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) = 50$ 이므로,
 $38 + 31 + 27 - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + 9 = 50$,
 $\rightarrow n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 55$
 $\therefore n((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)) = n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 2 \times n(A \cap B \cap C) = 55 - 18 = 37$

48. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 연산 $\star$ 를 $A \star B = (A - B) \cup (B - A)$ 로 정의할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

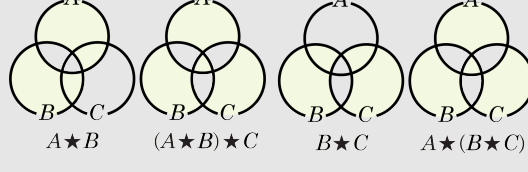
- ㉠ $A \star B = B \star A$
- ㉡ $(A \star B) \star C = A \star (B \star C)$
- ㉢ $A^c \star B^c = A \star B$
- ㉤ $A \star A \star A = A$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉡, ㉤
- ④ ㉡, ㉢, ㉤ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ $A \star B = (A - B) \cup (B - A),$
 $B \star A = (B - A) \cup (A - B)$
 $\therefore A \star B = B \star A$

㉡ 연산 $\star$ 은 두 집합의 합집합에서 교집합을 빼는 것이므로 벤다이어그램을 그려서 확인해 보면 결합법칙이 성립함을 알 수 있다.



㉢ $A^c \star B^c = (A^c - B^c) \cup (B^c - A^c)$
 $= (A^c \cap B) \cup (B^c \cap A)$
 $= (B - A) \cup (A - B)$
 $= A \star B$

㉤ $A \star A = (A - A) \cup (A - A) = \emptyset,$
 $A \star A \star A = \emptyset \star A = (\emptyset - A) \cup (A - \emptyset) = A$
 $\therefore$ 모두 옳다.

49. $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고 A 는 1 을 포함하는 X 의 부분집합이고 B 는 5 를 포함하는 X 의 부분집합일 때, $A \cup B$ 의 원소의 개수는?

① 32 ② 40 ③ 48 ④ 50 ⑤ 52

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B),$$

$$n(A) = 2^5 = 32, n(B) = 2^5 = 32$$

$n(A \cap B)$ 는 1, 5 를 모두 포함하는 X 의 부분집합의 개수이므로

$$n(A \cap B) = 2^4 = 16$$

$$\therefore n(A \cup B) = 2^5 + 2^5 - 2^4 = 32 + 32 - 16 = 48$$

50. 두 자리의 자연수 중에서 2의 배수이거나 3의 배수이면서 8의 배수가 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 56개

해설

$U = \{10, 11, 12, 13, \dots, 99\}$ 이고,
 2 의 배수의 집합을 A , 3 의 배수의 집합을 B , 8 의 배수의 집합을 C 라고 하면,
 2 의 배수이거나 3 의 배수이면서 8 의 배수가 아닌 것의 집합은 $(A \cup B) - C$ 이다.

$$n((A \cup B) - C) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C) ,$$
 $A \cap B$ 는 6 의 배수의 집합이고, $A \cap B \cap C$ 는 24 의 배수의 집합이므로

$$45 + 30 - 15 - 4 = 56$$