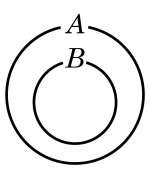
1. 다음 벤 다이어그램에서 집합 $A = \{x | x$는 28 미만의 7의 배수$\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것을 모두 고르면?



① $\{\varnothing\}$ ② $\{7, 14\}$ ③ $\{1, 14, 21\}$

④ $\{7, 14, 21\}$ ⑤ $\{7, 14, 21, 28\}$

해설

$A = \{7,\ 14,\ 21\}$ 이고 $B \subset A$ 이어야 한다.

① $\varnothing \notin A$ 이므로 $\{\varnothing\} \not\subset A$

2. 집합 $A = \{x \mid x$는 10 이하의 3의 배수$\}$ 의 부분집합을 모두 고르면?

① $\{3, 4, 5, 6\}$　　② $\emptyset$

③ $\{x \mid x$는 10이하의 홀수$\}$　　④ $\{3\}$

⑤ $\{x \mid x$는 9의 약수$\}$

해설

$A = \{3, 6, 9\}$

③ $\{1, 3, 5, 7, 9\} \notin A$

⑤ $\{1, 3, 9\} \notin A$

3. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 개인 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

집합 A 의 원소 2 개를 짝짓는 방법은
$\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 4\}$,
$\{2, 3\}$, $\{2, 4\}$,
$\{3, 4\}$
따라서, 원소가 2 개인 부분집합의 개수는
$3 + 2 + 1 = 6$ (개) 이다.

4. 집합 $A = \{n \mid n$은 10 이하인 자연수$\}$의 진부분집합 중 10보다 작은 소수가 모두 들어 있는 진부분집합의 개수를 구하면?

① 16개 ② 31개 ③ 32개 ④ 63개 ⑤ 64개

해설

10보다 작은 소수는 2, 3, 5, 7이므로 주어진 집합은 {2, 3, 5, 7}을 반드시 포함하면서 진부분집합이어야 하므로 $2^{10-4} - 1 = 2^6 - 1 = 63$(개)

5. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 에 대하여 원소 3, 6, 12 를 포함하는 부분집합의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 4 개 ⑤ 8 개

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 에서 원소 3, 6, 12 를 포함한 부분집합의 개수는 원소 3, 6, 12 를 뺀 $\{1, 2, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$(개) 이다.

6. 두 집합 $A = \{b, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\{b, c\}$ ② $\{a, b, c\}$ ③ $\{a, c, e\}$

④ $\{a, b, f\}$ ⑤ $\{a, b, c, d, e\}$

해설

③ $\{b, c\} \not\subset \{a, c, e\}$

④ $\{b, c\} \not\subset \{a, b, f\}$

7. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $A \subset B$ 이면, $n(A) \leq n(B)$ 이다.

② $A \subset B$ 이고, $A \neq B$ 이면, $n(A) < n(B)$ 이다.

③ $n(A) < n(B)$ 이면, $A \not\subset B$ 이다.

④ $A = \{x \mid x$는 1보다 작은 자연수$\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

⑤ $B = A$ 이면 $n(A)$ 와 $n(B)$ 는 같다.

해설

③ 반례 : $A = \{1,\ 3\},\ B = \{1,\ 3,\ 5\}$

8. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 36의 배수$\}$, $B = \{x \mid x$는 $\square$의 배수$\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수는 몇 개인가?

① 6개 ② 7개 ③ 8개 ④ 9개 ⑤ 10개

해설

$\square$는 36 의 약수이다.
36 의 약수 : $1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$

9. 집합 $A = \{1,\ 2,\ \{3,\ 4\},\ \varnothing\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\{1\} \subset A$	㉡ $\{3,\ 4\} \not\subset A$
㉢ $\varnothing \subset A$	㉣ $\{\varnothing\} \not\subset A$
㉤ $\{1,\ 2,\ \{3,\ 4\},\ \varnothing\} \subset A$	

① ㉠ ② ㉠,㉡ ③ ㉠,㉢,㉤

④ ㉠,㉡,㉢,㉤ ⑤ ㉠,㉡,㉢,㉣,㉤

해설

㉣ $\{\varnothing\} \subset A$

10. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3\}$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\{0\} \subset A$　　㉡ $\varnothing \subset A$

㉢ $0 \notin A$　　㉣ $A \not\subset \{2,\ 3,\ 1\}$

㉤ $\{1\} \subset A$　　㉥ $\{0,\ 1\} \not\subset A$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $\{0\} \not\subset A$

㉣ $A \subset \{2,\ 3,\ 1\}$

11. 다음 중에서 옳은 것의 기호를 찾아서, 각 기호에 주어진 글자를 이용하여 단어를 만들어라.

> ㉠ $\{1,\ 2\}$ 는 $\{1,\ 2,\ 5\}$ 의 진부분집합이다.
> ㉡ $\{m,\ n\}$ 은 $\{m,\ n\}$ 의 진부분집합이다.
> ㉢ $\{ㄱ,\ ㄴ,\ ㄷ\}$ 의 진부분집합은 8개이다.
> ㉣ $A = \{7,\ 8\}$ 일때, $\subset A$이다.
> ㉤ $\{a,\ b\} \not\subset \{a,\ b,\ c\}$ 이다.
> ㉥ $\varnothing$ 은 $\{e,\ f\}$ 의 진부분집합이다.

㉠	㉡	㉢	㉣	㉤	㉥
사	축	호	랑	후	해

▶ 답:

▷ 정답: 사랑해

해설

㉠ $\{1,\ 2\}$ 는 $\{1,\ 2,\ 5\}$ 의 진부분집합이다.
㉡ $\{m,\ n\}$ 은 $\{m,\ n\}$ 의 진부분집합이 아니다.
㉢ $\{ㄱ,\ ㄴ,\ ㄷ\}$ 의 진부분집합은 부분집합 중 자기 자신을 제외한 부분집합이므로 7개이다.
㉣ 공집합은 모든 집합의 부분집합이므로 $\varnothing \subset A$ 이다.
㉤ $\{a,\ b\} \subset \{a,\ b,\ c\}$ 이다.
㉥ $\varnothing$ 은 $\{e,\ f\}$ 의 진부분집합이다.

12. <보기>의 집합의 포함 관계 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $\varnothing \subset \varnothing$

㉡ $A \subset \varnothing$이면 $A = \varnothing$

㉢ $A \subset B$이고 $C \subset B$이면 $A = C$

㉣ $A \not\subset B$이고 $B \not\subset C$이면 $A \not\subset C$

㉤ $A \subset B$, $B \subset C$, $C \subset D$이면 $A \subset D$

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉢, ㉣ ③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ $\varnothing \subset \varnothing$ 는 옳다. (참)

㉡ $\varnothing \subset A$ 이므로 $A \subset \varnothing$ 이면 $A = \varnothing$ 이다. (참)

㉢ 먼저 B 를 그린 다음, $A \subset B$이고 $C \subset B$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A = C$ 인지 알아보면 그림1에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

㉣ 먼저 B 를 그린 다음, $A \not\subset B$이고 $B \not\subset C$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A \not\subset C$ 인지 알아보면 다음 그림에서 그렇기 않음을 알 수 있다. (거짓)

㉤ 조건에서 $A \subset B, B \subset C$ 이므로 $A \subset C$ 이고 조건에서 $C \subset D$ 이므로 $A \subset D$ 이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉤이다.

13. 집합 $A = \{0,\ 1,\ 2,\ \{1,\ 2\}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

집합 A 의 원소의 개수는 4 개이므로, $2^4 = 16$ (개)

14. 다음 중 부분집합의 개수가 8 개가 아닌 것은?

① $\{a,\ b,\ c\}$

② $\{x \mid x$는 3 이하의 자연수$\}$

③ $\{x \mid x$는 5 이하의 홀수$\}$

④ $\{x \mid x$는 4의 약수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 10보다 작은 짝수$\}$

해설

① $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

② $\{x \mid x$는 3 이하의 자연수$\} = \{1, 2, 3\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

③ $\{x \mid x$는 5 이하의 홀수$\} = \{1, 3, 5\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

④ $\{x \mid x$는 4의 약수$\} = \{1, 2, 4\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

⑤ $\{x \mid x$는 10보다 작은 짝수$\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

15. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$일 때, $X \subset A,\ A - X = \{1,\ 4\}$를 만족하는 집합 X의 진부분집합의 개수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 7개

해설

$X = \{2, 3, 5\}$이므로 진부분집합의 개수는 $2^{5-2}-1 = 8-1 = 7$(개)

16. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$에 대하여 $A \cup \{3, 4, 5\} = U$, $A \cap \{3, 4, 5\} = \{3\}$을 만족하는 집합 A의 진부분집합 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 31개

해설

조건 $A \cup \{3, 4, 5\} = U$에서 집합 A는 원소 1, 2, 6, 7을 반드시 포함해야 한다.
또, 조건 $A \cap \{3, 4, 5\} = \{3\}$에서 집합 A는 원소 3은 포함하고, 4, 5는 포함하지 않아야 한다.
따라서, 집합 A의 진부분집합의 개수는
$2^5 - 1 = 31$(개)

17. 집합 $A = \{x \mid x$는 10보다 작은 소수$\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3 을 반드시 포함하고 원소의 개수가 4 개인 부분집합의 원소의 합은? (단, 소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.)

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$에서 원소 2, 3 를 제외한 $\{5, 7\}$의 부분집합은 $\varnothing$, $\{5\}$, $\{7\}$, $\{5, 7\}$의 4 개가 있으므로, 원소 2, 3 을 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합은 $\{2, 3\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}$ 이다. 이 중 원소의 개수가 4 개인 것은 $\{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 원소의 합은 $2 + 3 + 5 + 7 = 17$ 이다.

18. 집합 $A = \{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$에서 짝수 중 8의 약수는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합을 골라라.

㉠ $\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$	㉡ $\{2,\ 3,\ 4,\ 8\}$
㉢ $\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$	㉣ $\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 9\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

집합 A를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$이고 이 중에서 짝수인 8의 약수는 2, 4, 8이며, 홀수는 1, 3, 5, 7, 9이다. ㉡은 3이 포함되어 있고 ㉣은 9가 포함되어 있으므로 조건에 맞지 않는다.

19. 집합 $B = \{x \mid x$는 9의 약수$\}$ 일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수는?

① 4 개 ② 6 개 ③ 8 개 ④ 10 개 ⑤ 12 개

해설

$B = \{1,\ 3,\ 9\}$
집합 B 의 부분집합의 개수 : $2^3 = 8$

20. $\{1,\ 3\} \subset X \subset \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$을 만족하는 집합 X의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8개

해설

집합 X는 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$의 부분집합 중 원소 1, 3을 반드시 포함하는 집합이다. 따라서 집합 X의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$(개)이다.

21. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 7이하의 홀수$\}$, $B = \{x \mid x$는 12이하의 홀수$\}$ 에 대하여 $A \subset X$ 를 만족하는 집합 X 가 집합 B 의 진부분집합일 때, 집합 X의 개수는 ?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

$A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$, $B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$
$A \subset X \subset B$ $(X \neq B)$ 이어야 하므로X 는 $1, 3, 5, 7$ 을 포함하는 B 의 진부분집합이다. $\therefore\ 2^2 - 1 = 3$(개)

22. 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$일 때, $X \subset A$, $A - X = \{a, c, e\}$를 만족하는 X의 부분집합의 개수는 몇 개인가?

① 4 개 ② 6 개 ③ 8 개 ④ 12 개 ⑤ 16 개

해설

$A-X = \{a,\ c,\ e\}$ 이므로 X 는 a, c, e 를 원소로 가져서는 안된다.
따라서 X 는 $\{b,\ d\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
$\therefore\ 2^2 = 4$(개)

23. 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$ 에서 n 을 포함한 부분집합의 개수가 16 개라고 할 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$2^{(n\text{을 포함한 원소의 개수})} = 2^{n-1} = 16 = 2^4 \quad \therefore n = 5$

24. 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$ 에서 2 를 포함한 부분집합의 개수가 8 개라고 할 때, 자연수 n 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2^{(2\text{를 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-1} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 4$

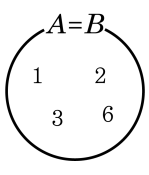
25. 두 집합 $A = \{ㄱ, \square, ㄷ, ㄹ\}$, $B = \{ㄹ, ㄴ, \square, ㄷ\}$에 대하여 $A \subset B$이고 $B \subset A$일 때, $\square$안에 들어갈 한글 자음을 차례대로 구한 것은?

① ㄷ, ㄹ　② ㄱ, ㄷ　③ ㄱ, ㄹ　④ ㄴ, ㄱ　⑤ ㄷ, ㄹ

해설

$A \subset B$이고 $B \subset A$는 $A = B$이다. 집합 A, B의 모든 원소가 같아야 하므로 두 집합을 비교하면 집합 A의 $\square$ = ㄴ이고, 집합 B의 $\square$ = ㄱ이다.

26. 다음 그림의 두 집합 A 와 B 의 관계가 옳은 것을 골라라.



㉠ $A \in B$	㉡ $A \subset B$
㉢ $B \subset A$	㉣ $A \neq B$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

해설

두 집합 A, B는 $A = B$이므로 $A \subset B$이고 $B \subset A$이다. ㉠에서 기호 $\in$는 원소의 포함관계이므로 옳지 않고, $A = B$이므로 ㉣도 옳지 않다.

27. 두 집합 A, B에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① $A \subset B$이면 $n(A) < n(B)$이다.

② $n(A) < n(B)$이면 $A \subset B$이다.

③ $A \subset B$이고 $B \subset A$이면 $n(A) = n(B)$이다.

④ $n(A) = n(B)$이면 $A = B$이다.

⑤ $n(A) \leq n(B)$이면 $A \subset B$이다.

해설

① $A \subset B$이면 $n(A) \leq n(B)$이다.
② : (반례) $A = \{1\}$, $B = \{2, 3\}$
④ : (반례) $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$
⑤ : (반례) $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4, 5\}$

28. 다음 $\square$ 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하여라.

보기

㉠ $n(\{x|x$는 $\square$미만의 자연수$\}) = 4$

㉡ $n(\{a,\ b,\ c,\ d\}) - n(\{b,\ c,\ d\}) = \square$

㉢ $A \subset \{1,\ 2,\ 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 의 개수는 $\square$ 개이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

㉠ $n(\{x|x$는 5 미만의 자연수$\}) = 4$
㉡ $n(\{a,\ b,\ c,\ d) - n(\{b,\ c,\ d\}) = 1$
㉢ $A \subset \{1,\ 2,\ 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 는 $\{1,\ 2\}$, $\{1,\ 3\}$, $\{2,\ 3\}$ 의 3 개
$\therefore 5 + 1 + 3 = 9$

29. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $A = B$, $B = C$ 이면 $A = C$ 이다.

② $A \supset B$, $B = C$ 이면 $A \supset C$ 이다.

③ $A \subset B$, $B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

④ $A \supset B$, $B \supset C$, $C \supset A$ 이면 $A = C$ 이다.

⑤ $n(A) < n(B) < n(C)$ 이면 $A \subset B \subset C$ 이다.

해설

⑤ 예를 들면 $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, $C = \{6, 7, 8, 9\}$일 때, $n(A) < n(B) < n(C)$ 이지만 $A \subset B \subset C$는 아니다.

30. 집합 $A = \{\varnothing, 2, 4, \{2, 4\}\}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $\varnothing \in A$　② $\varnothing \subset A$　③ $\{2, 4\} \subset A$

④ $\{2, 4\} \notin A$　⑤ $\{\{2, 4\}\} \notin A$

해설

④ $\{2, 4\} \in A$

⑤ $\{\{2, 4\}\} \subset A$

31. 네 집합 $A = \{x \mid x$는 36의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 6의 배수$\}$, $C = \{x \mid x$는 a의 약수$\}$, $D = \{x \mid x$는 a의 배수$\}$ 에 대하여 $C \subset A$, $D \subset B$ 가 동시에 성립하기 위한 a 의 값을 모두 구하여라. (단 $a > 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 18

▷ 정답 : 36

해설

$C \subset A$ 이므로 a 는 36 의 약수
$D \subset B$ 이므로 a 는 6 의 배수
$\therefore\ a = 6,\ 12,\ 18,\ 36$

32. 집합 $A = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

(1) $B \subset A$ (2) B 의 원소의 개수는 3 개 이하이다.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 42 개

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$
원소의 개수가 3 이하인 집합 A 의 부분집합은 다음과 같다.
원소가 0 개인 부분집합 : $\varnothing$
원소가 1 개인 부분집합 :
$\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{6\}$, $\{12\}$
원소가 2 개인 부분집합 :
$\{1,\ 2\}$, $\{1,\ 3\}$, $\{1,\ 4\}$, $\{1,\ 6\}$, $\{1,\ 12\}$,
$\{2,\ 3\}$, $\{2,\ 4\}$, $\{2,\ 6\}$, $\{2,\ 12\}$, $\{3,\ 4\}$,
$\{3,\ 6\}$, $\{3,\ 12\}$, $\{4,\ 6\}$, $\{4,\ 12\}$, $\{6,\ 12\}$
원소가 3 개인 부분집합 :
$\{1,\ 2,\ 3\}$, $\{1,\ 2,\ 4\}$, $\{1,\ 2,\ 6\}$, $\{1,\ 2,\ 12\}$,
$\{1,\ 3,\ 4\}$, $\{1,\ 3,\ 6\}$, $\{1,\ 3,\ 12\}$, $\{1,\ 4,\ 6\}$,
$\{1,\ 4,\ 12\}$, $\{1,\ 6,\ 12\}$, $\{2,\ 3,\ 4\}$, $\{2,\ 3,\ 6\}$,
$\{2,\ 3,\ 12\}$, $\{2,\ 4,\ 6\}$, $\{2,\ 4,\ 12\}$, $\{2,\ 6,\ 12\}$,
$\{3,\ 4,\ 6\}$, $\{3,\ 4,\ 12\}$, $\{3,\ 6,\ 12\}$, $\{4,\ 6,\ 12\}$

33. x 의 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에 대해 $A = \{x \mid f(x) - g(x) = 0\}$, $B = \{x \mid f(x) = 0,\ g(x) = 0\}$, $C = \{x \mid \{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 0\}$ 일 때, 다음 중 세 집합 A, B, C 사이의 포함 관계로 옳은 것을 고르면?

① $A \subset B \subset C$ ② $A \subset C \subset B$ ③ $B \subset A \subset C$

④ $B \subset C \subset A$ ⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$A = \{x \mid f(x) - g(x) = 0\} = \{x \mid f(x) = g(x)\}$

$B = \{x \mid f(x) = 0,\ g(x) = 0\}$

$= \{x \mid f(x) = g(x) = 0\}$

$\therefore\ B \subset A \quad \cdots$ ㉠

$C = \{x \mid \{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 0\}$

$= \{x \mid f(x) = g(x)$ 또는 $f(x) = -g(x)\}$

$\therefore\ A \subset C \quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $B \subset A \subset C$

34. 집합 $S = \{x \mid x < 9, x$는 자연수$\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A$이면 $12 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 7개

해설

$A = \{x \mid x \in A$이면 $12 - x \in A\}$ 라는 조건을 보면,
집합 A 는 더해서 12 가 되는 두 개의 자연수를 원소로 가진다.
9 보다 작은 수 중에 더해서 12 가 되는 수의 쌍은
$(4, 8)$, $(5, 7)$, $(6, 6)$ 이다.
따라서 집합 A 가 될 수 있는 집합은
$\{6\}$, $\{4, 8\}$, $\{5, 7\}$, $\{4, 6, 8\}$, $\{5, 6, 7\}$, $\{4, 5, 7, 8\}$, $\{4, 5, 6, 7, 8\}$ 로 7 개이다.

35. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합에 대하여 짝수가 하나만 들어 있는 모든 부분집합의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 204

해설

짝수를 제외한 홀수 1, 3, 5 의 부분집합은
$\varnothing$, $\{1\}$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 5\}$, $\{3, 5\}$, $\{1, 3, 5\}$ 로 $2^3 = 8$ (개) 이다.
그러므로 짝수 중 2 만 들어있는 부분집합은
$\{2\}$, $\{1, 2\}$, $\{2, 3\}$, $\{2, 5\}$, $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2, 5\}$, $\{2, 3, 5\}$, $\{1, 2, 3, 5\}$
로 1, 3, 5가 각각 4 개씩 들어있고 2 가 8 개 있으므로 원소의 합은 $(1 + 3 + 5) \times 4 + 2 \times 8$ 이다.
4, 6 이 들어있는 부분집합도 마찬가지이므로 구하는 합은
$(1 + 3 + 5) \times 4 \times 3 + (2 + 4 + 6) \times 8 = 204$ 이다.

36. 집합 S 의 원소의 개수를 $n(S)$, 부분집합의 개수를 $|S|$라 하자. 집합 A, B에 대하여, $|A|+|B| = |A \cup B|$, $n(A) = 10$일 때, $n(A \cap B)$의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$n(A) = 10$ 이므로 $|A| = 2^{10}$ 이다.
$n(B) = b$, $n(A \cup B) = c$라 하고, 문제의 뜻에 따르면 $2^{10} + 2^b = 2^c$ 이다.
여기서 양변을 2^{10} 으로 나누면
$1 + 2^{b-10} = 2^{c-10}$ 이므로 좌변은 1보다 크고,
우변은 2의 거듭제곱이다.
$1 + 2^{b-10}$ 은 2의 배수이므로 $2^{b-10} = 1$
$\therefore\ b = 10$
그리고 $2^{c-10} = 2$ $\therefore c = 11$
$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$
$= 10 + 10 - 11 = 9$

37. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a, d\}$에 대하여 다음을 만족하는 집합 X를 모두 구해보고 그 개수를 구하여라.

$B \subset X \subset A$, $B \neq X$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7개

해설

집합 X는 $\{a, b, c, d, e\}$의 부분집합 중 a, d를 항상 원소로 갖는 집합이고 B가 아니므로

$\{a, b, d\}$, $\{a, c, d\}$, $\{a, d, e\}$, $\{a, b, c, d\}$, $\{a, b, d, e\}$, $\{a, c, d, e\}$, $\{a, b, c, d, e\}$의 7개이다.

38. 집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중, 두 번째로 작은 원소가 5 인 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$\{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중, 두 번째로 작은 원소가 5 인 부분집합을 찾으려면,
5 는 반드시 포함되고 1, 2, 3 중에 하나만 포함되어야 한다.
(1) 1 과 5 는 포함되고, 2, 3 은 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)
(2) 2 와 5 는 포함되고, 1, 3 은 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)
(3) 3 과 5 는 포함되고, 1, 2 는 포함되지 않는 부분집합의 개수는 $2^{6-2-2} = 4$ (개)
따라서 $4 + 4 + 4 = 12$ (개)

39. 집합 $A = \{1, 2, 4, 8, \cdots, 2^m\}$ 의 부분집합 중에서 1 과 2 는 반드시 포함하고, 2 를 제외한 짝수 번째 원소들은 포함하지 않는 부분집합의 개수가 64 개일 때, 자연수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

1 과 2 는 반드시 포함하고 2 를 제외한 짝수 번째 원소들의 개수 $\frac{m}{2} - 1$ (개)는 반드시 포함하지 않으므로

$2^{m-2-(\frac{m}{2}-1)} = 64$ 이므로

$m - 2 - (\frac{m}{2} - 1) = 6$, $\frac{m}{2} - 1 = 6$,

$m = 14$

40. 두 집합 $A = \{3, 6, a+2, 10\}$, $B = \{2 \times a, 3, b, 5\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

집합 A 에 원소 5 가 속해야 하므로 $a+2=5$ 이다. $\therefore a=3$
$A = \{3, 6, 5, 10\}$, $B = \{6, 3, b, 5\}$ 에서
원소 10 이 집합 B 에 있어야 하므로 $b=10$ 이다.
따라서 $a+b=3+10=13$ 이다.