

1. 다음 중 대소 관계가 옳게 나타내어진 것은?

① $1 > 0.\dot{9}$

② $0.\dot{2}\dot{3} < 0.231$

③ $0.\dot{1}\dot{0} < \frac{1}{11}$

④ $0.\dot{3}\dot{2} < 0.\dot{3}$

⑤ $0.\dot{2}\dot{3} < \frac{2}{9}$

해설

① $1 = 0.\dot{9}$

② $0.\dot{2}\dot{3} < 0.231 : 0.2323\cdots > 0.231$

③ $0.\dot{1}\dot{0} < \frac{1}{11} : \frac{10}{99} > \frac{9}{99}$

⑤ $0.\dot{2}\dot{3} < \frac{2}{9} : \frac{23}{99} > \frac{22}{99}$

2. 다음 중 순환소수의 표현으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $0.373737\cdots = 0.\dot{3}7$

② $3.020202\cdots = 3.0\dot{2}$

③ $0.344444\cdots = 0.3\dot{4}$

④ $1.5131313\cdots = 1.5\dot{1}3$

⑤ $3.213213\cdots = 3.\dot{2}1\dot{3}$

해설

① $0.\dot{3}7$

② $3.0\dot{2}$

③ $0.3\dot{4}$

④ $1.5\dot{1}3$

⑤ $3.\dot{2}1\dot{3}$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3 = 2.\dot{9}$

② $5 = 4.\dot{9}0$

③ $0.4 = 0.3\dot{9}$

④ $-2.7 = -2.6\dot{9}$

⑤ $-0.7 = -0.6\dot{9}$

해설

② $5 = 4.\dot{9}$

4. 자연수 n 에 대하여 a_n 을 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ 의 일의 자리의 숫자라고 정의할 때, 소수 $0.a_1a_2a_3 \dots a_n \dots$ 의 순환마디의 숫자의 갯수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2$ 의 일의 자리의 숫자) = 5

$(11^2 + 12^2 + 13^2 + \dots + 20^2$ 의 일의 자리의 숫자) = 5

따라서,

$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2$ 의 일의 자리의 숫자) = 0 이 되어

$n = 21$ 이후로는 $1^2, 1^2 + 2^2, \dots$ 의 일의 자리의 숫자가 다시

반복된다.

즉, $a_{21} = a_1, a_{22} = a_2, a_{23} = a_3, \dots$ 이므로 소수

$0.a_1a_2a_3 \dots a_n \dots$ 는 순환소수이고

순환마디는 $a_1a_2a_3 \dots a_{20}$ 의 20 개의 숫자이다.

5. 4 개의 숫자 1, 2, 3, 4 를 한 번씩 사용하여 $\frac{abcd}{9999}$ 를 만들 때, 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\frac{abcd}{9999} = 0.\dot{a}bcd \text{ 에서}$$

소수점 아래 둘째 자리의 숫자 b 가 1 일 경우

나머지 a, c, d 의 자리에 1 을 제외한 3 개의 수(2, 3, 4) 를 일렬로 배열한 것만큼 1 이 있다.

$$\therefore 3 \times 2 \times 1 = 6(\text{가지})$$

b 의 자리에 2, 3, 4 일 경우도 마찬가지로 각각 6 가지씩 있으므로

$$\text{총 } (1 + 2 + 3 + 4) \times 6 = 60 \text{ 이다.}$$

따라서 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합은 60 이다.

6. 분수 $\frac{2}{7}$ 를 x 라 할 때, $x \times (10^6 - 1)$ 의 값은 몇 자리 정수인지 구하여라.

▶ 답: 자리

▷ 정답: 6 자리

해설

$$\begin{aligned} \frac{2}{7} &= 0.\dot{2}85714 = \frac{285714}{999999} \\ x \times (10^6 - 1) &= \frac{285714}{999999} \times 999999 = 285714 \end{aligned}$$

7. $\frac{4}{27}$ 를 소수로 나타내었을 때, x_n 은 소수점 아래 n 번째 수를 나타낸다.

다음 값을 구하여라.

$$x_1 + x_3 + x_5 + x_7 + x_9 + \cdots + x_{41}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 91

해설

$$\frac{4}{27} = 0.148, x_1 = 1, x_3 = 8, x_5 = 4, \dots, x_7 = 1, \dots$$

$$\therefore (\text{준식}) = 7 \times (1 + 8 + 4) = 91$$

8. 다음 식을 만족하는 순환소수 x 의 순환마디의 각 자릿수의 합을 구하여라.

$$1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = 0.\dot{4}0\dot{5}$$

▶ 답:

▷ 정답: 27

해설

$$(\text{우변}) = 0.40\dot{5} = \frac{405}{999} = \frac{45}{111}$$

$$(\text{좌변}) = 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$$

$$= 1 - \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}} = 1 - \frac{x+1}{2x+1}$$

$$= \frac{x}{2x+1}$$

$$\frac{x}{2x+1} = \frac{45}{111} \text{ 이므로}$$

$$111x = 90x + 45$$

$$21x = 45$$

$$\therefore x = \frac{45}{21} = \frac{15}{7} = 2.14285\dot{7}$$

따라서 순환마디의 각 자릿수의 합은

$$1 + 4 + 2 + 8 + 5 + 7 = 27 \text{ 이다.}$$

9. 서로 다른 한 자리 자연수 a, b, c, d 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b} = 0.cd$ 일 때, a, b, c, d 의 값을 각각 구하여라. (단, $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니다.)

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 5$

▷ 정답: $b = 6$

▷ 정답: $c = 8$

▷ 정답: $d = 3$

해설

$0.cd$ 를 분수로 고치면 분모가 90 이므로 b 는 90 의 약수 중 한 자리인 2, 3, 5, 6, 9 이다.

그런데 $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니므로 2, 5 는 만족하지 않는다.

또한 분모가 3, 9 이면 $0.\dot{x}$ 의 꼴이어야 하므로 만족하지 않는다.

$\therefore b = 6$

$\frac{a}{b} = 0.cd < 1$ 이므로 $a < b$

$b = 6$ 일 때, $a = 1, 2, 3, 4, 5$ 이고, a 와 b 는 서로소이어야 하므로 $a = 1, 5$ 이다.

$a = 1$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{1}{6} = 0.1\dot{6} = 0.cd$ 에서 $a = c, b = d$ 이므로 성립하지 않는다.

$a = 5$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{5}{6} = 0.8\dot{3} = 0.cd$ 에서 a, b, c, d 는 모두 다른 수이므로 성립한다.

따라서 $a = 5, b = 6, c = 8, d = 3$ 이다.

10. $0.abcd\bar{e} = \frac{29947}{99000}$ 일 때, 한 자리 자연수 a, b, c, d, e 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

▷ 정답: $b = 0$

▷ 정답: $c = 2$

▷ 정답: $d = 4$

▷ 정답: $e = 9$

해설

$\frac{29947}{99000} = 0.3024\bar{9}$ 이므로
 $a = 3, b = 0, c = 2, d = 4, e = 9$

11. 부등식 $2.9 \leq x < \frac{74}{15}$ 를 만족시키는 정수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$$2.9 \leq x < \frac{74}{15} = 4.9\bar{3}$$

12. $2.\dot{0}0\dot{9} - 2.0\dot{0}\dot{9}$ 를 계산한 값의 소수점 아래 2009 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

순환소수를 풀어서 계산하면

$$\begin{aligned} 2.\dot{0}0\dot{9} - 2.0\dot{0}\dot{9} &= \frac{2007}{999} - \frac{1989}{990} \\ &= \frac{-81}{990 \times 999} \\ &= -0.0000819 \end{aligned}$$

소수점 아래의 2009 번째 숫자는 순환마디의 2008 번째 숫자와 같다.

이때, $2008 = 6 \times 334 + 4$ 이므로 구하는 숫자는 순환마디의 4 번째 숫자 8 이다.

13. $0.\dot{5} = a \times 0.\dot{1}$, $0.6\dot{4} = b \times 0.0\dot{1}$, $0.4\dot{2}\dot{8} = c \times 0.0\dot{0}\dot{1}$ 일 때 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 487

해설

$$0.\dot{5} = a \times 0.\dot{1}, \frac{5}{9} = a \times \frac{1}{9}, a = 5$$

$$0.6\dot{4} = b \times 0.0\dot{1}, \frac{64-6}{90} = b \times \frac{1}{90}, b = 58$$

$$0.4\dot{2}\dot{8} = c \times 0.0\dot{0}\dot{1}, \frac{428-4}{990} = c \times \frac{1}{990}, c = 424$$

$$\therefore a + b + c = 5 + 58 + 424 = 487$$

14. 서로 다른 한 자리 자연수 a, b 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b \times 111} = c$ 라 할 때, 자연수 $9990c$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$9990c = \frac{a}{b \times 111} \times 9990 = \frac{90a}{b} = \frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$$

이 때, $\frac{a}{b \times 111}$ 가 기약분수이므로 a, b 는 서로소이고, $\frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$ 가 자연수가 되려면 b 는 2 의 약수이거나 3 의 약수, 5 의 약수 또는 9 의 약수이어야 한다.

따라서 $b = 9, a = 1$ 일 때 $\frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$ 는 최솟값 10 을 가진다.

15. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 무한소수는 유리수이다.
- ㉡ 모든 정수는 순환소수로 나타낼 수 없다.
- ㉢ 무한소수 중에서 순환하지 않는 소수는 무리수이다.
- ㉣ 유한소수가 아닌 소수는 순환소수이다.
- ㉤ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉥ 기약분수를 소수로 고치면 모두 유한소수가 된다.

① ㉠, ㉡, ㉣

② ㉡, ㉣, ㉥

③ ㉢, ㉤

④ ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉣, ㉤, ㉥

해설

㉠ 무한소수중 순환소수는 유리수이고, 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

㉡ $1 = \frac{9}{9} = 0.9$ 이므로 정수를 순환소수로 나타낼 수 있다.

㉢ 소수에는 유한소수와 무한소수가 있고, 무한소수에 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.

㉤ 기약분수를 소수로 고치면, 유한소수나 순환소수가 된다.